République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie
HOUARI BOUMEDIENE
B. P. 32, El-Alia, 16111 Bab-Ezzouar, ALGER
Téléphone/Fax: +213 21 24 76 07

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
جامعة هواري بومدين
للعلوم والتكنولوجيا
ص.ب: 32، العالية، 16111، باب الزوار، الجزائر
الهاتف / الفاكس : 07 76 24 21 213+

U S T H B

Année 2015/2016
Master Informatique Visuelle/APCI

Série de travaux dirigés N°2
Algorithmique Avancé et Complexité

Exercice 1 :

Démontrez les relations suivantes :

R0) $g \in O(g)$ et $g \in \Theta(g)$
R1) $f \in \Theta(g)$ alors $g \in \Theta(f)$ symétrie
R2) $f \in O(g)$ et $g \in O(h)$ alors $f \in O(h)$,
$f \in \Theta(g)$ et $g \in \Theta(h)$ alors $f \in \Theta(h)$
R3) $f \in O(g)$ alors $\lambda f \in O(g)$ où $\lambda \in R^{+*}$, $f \in \Theta(g)$ alors $\lambda f \in \Theta(g)$ où $\lambda \in R^{+*}$
R4) $f_1 \in O(g_1)$, $f_2 \in O(g_2)$ alors $f_1 + f_2 \in O(\max(g_1, g_2))$
$f_1 - f2 \geq 0$, $f_1 \in O(g_1)$ alors $f_1 - f_2 \in O(g_1)$
$f_1 \in \Theta(g_1)$, $f_2 \in \Theta(g_2)$, alors $f_1 + f_2 \in \Theta(\max(g_1, g_2))$
$f_1 - f_2 \geq 0$, $f_1 \in \Theta(g_1)$, $f_2 \in \Theta(g_2)$, $\lim g_2(n)/g_1(n) = 0$ si $n \to \infty$, alors $f_1 - f_2 \in \Theta(g_1)$
R5)
$f_1 \in O(g_1)$, $f_2 \in O(g_2)$ alors $f_1.f_2 \in O(g_1.g_2)$
$f_1 \in \Theta(g_1)$, $f_2 \in \Theta(g_2)$, alors $f_1.f_2 \in \Theta(g_1.g_2)$

Exercice 2 :

Comparez l'ordre asymptotique des paires de fonctions suivantes et indiquez si $f(n) \in \Theta g(n)$, $f(n) \in Og(n)$, ou $f(n) \in \Omega(g(n))$
$f(n) = 100n + \log n$, $g(n) = n + (\log n)^2$
$f(n) = \log n$, $g(n) = \log n^2$
$f(n) = n^2 / \log n$, $g(n) = n(\log n)^2$

Exercice 3 :

Pour chacune des fonctions T(n), indiquant la complexité temporelle en fonction de n, donnez le terme dominant et la borne supérieure O(. . .).

$5 + 0.001n^3 + 0.025n$	$n \log_3 n + n \log_2 n$	$2n + n^{0.5} + 0.5n^{1.25}$
$500n + 100n^{1.5} + 50n \log_{10} n$	$3 \log_8 n + \log_2 \log_2 \log_2 n$	$0.01n \log_2 n + n(\log_2 n)^2$
$0.3n + 5n^{1.5} + 2.5 \cdot n^{1.75}$	$100n + 0.01n^2$	$100n \log_3 n + n^3 + 100n$
$n^2 \log_2 n + n(\log_2 n)^2$	$0.01n + 100n^2$	$0.003 \log_4 n + \log_2 \log_2 n$

Exercice 4:

Les complexités temporelles de deux algorithmes A et B sont respectivement $T_A(n) = 0.1n^2 \log_{10} n$, $T_B(n) = 2.5n^2$. Quel est le meilleur algorithme (dans le sens de Grand-Oh) et trouver n_0 tel que si $n > n_0$ l'algorithme sélectionné dépasse l'autre. Supposons que $n \leq 10^9$, quel algorithme recommandez vous ?

Exercice 5:

Soient A, B, et C trois algorithmes dont les complexités temporelles sont respectivement : $O(n^2)$, $O(n^{1.5})$, and O(n log n). Sur un test, chacun des trois algorithmes s'exécute en 10 secondes pour une taille de données n=100. Trouvez le temps de chaque algorithme si le nombre de données est égal à 10000.