Exercice 1 (2.5 points)

L'activité d'un matériau radioactif est divisée par 8 en un mois (30 jours). *a*) Déterminer sa période, sa durée de vie, et sa constante radioactive. *b*) L'échantillon contient 10^{20} atomes à l'instant initial, déterminer le nombre de désintégrations produites au cours du deuxième mois.

$$A = \lambda N$$

le nombre de noyaux restants est également divisé par $8 = 2^3$. La période est donc de 10 jours.

$$T_{1/2} = 10\,\text{jours}$$

$$\tau = \frac{10}{\ln 2} = 14.43\,\text{jours}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = 0.07\,\text{jours}^{-1}$$

Au bout d'un mois il reste $\frac{N_0}{8}$ atomes. Au cours du second mois ce nombre va être de nouveau divisé par 8. A la fin du second mois il va rester $\frac{N_0}{64}$. Le nombre d'atomes qui se sont désintégrés est

$$\left(\frac{N_0}{8} - \frac{N_0}{64}\right) = \frac{7N_0}{64} = \frac{7 \times 10^{20}}{64} = 1.09 \times 10^{19}\,\text{atomes}$$

Exercice 2 (4 points)

Écrire les équations de désintégration β^-, β^+ et CE (capture électronique) d'un élément ${}^A_Z\text{X}$. Déterminer si l'europium $\left({}^{150}_{63}\text{Eu}\right)$ est susceptible peut se désintégrer selon chacun de ces trois modes (dans l'affirmative calculer la valeur de Q correspondante).

– Désintégration β^-

$$^{150}\text{Eu} \rightarrow^{150} \text{Gd} + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= \left[M\left(^{150}\text{Eu}\right) - M\left(^{150}\text{Gd}\right)\right] c^2 \\ &= 0.97\,\text{MeV} \end{aligned}$$

Possible énergétiquement

– Désintégration β^+

$$^{150}\text{Eu} \rightarrow^{150} \text{Sm} + e^+ + \nu_e$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= \left[M\left(^{150}\text{Eu}\right) - M\left(^{150}\text{Sm}\right) - 2m_e\right] c^2 \\ &= 1.24\,\text{MeV} \end{aligned}$$

Possible énergétiquement

– Capture électronique

$$^{150}\text{Eu} + e^+ \rightarrow^{150} \text{Sm} + \nu_e$$

$$\begin{aligned} Q_{ce} &= \left[M\left(^{150}\text{Eu}\right) - M\left(^{150}\text{Sm}\right)\right] c^2 - E_L(K) \\ &= 2.26\,\text{MeV-}E_L(K) \end{aligned}$$

avec $E_L(K) \simeq 0.1\,\text{MeV}$. CE, possible énergétiquement

Exercice 3 (1.5 pts)

Classer les transitions suivantes suivant leur degré d'interdiction : ${}^{15}\mathrm{O}\left(\frac{1}{2}^-\right) \rightarrow {}^{15}\mathrm{N}\left(\frac{1}{2}^-\right)$, ${}^{69}\mathrm{Zn}\left(\frac{1}{2}^-\right) \rightarrow {}^{69}\mathrm{Ga}\left(\frac{3}{2}^-\right)$, ${}^{87}\mathrm{Rb}\left(\frac{3}{2}^-\right) \rightarrow {}^{87}\mathrm{Sr}\left(\frac{9}{2}^+\right)$, ${}^{99}\mathrm{Tc}\left(\frac{9}{2}^+\right) \rightarrow {}^{99}\mathrm{Ru}\left(\frac{5}{2}^+\right)$, ${}^{115}\mathrm{In}\left(\frac{9}{2}^+\right) \rightarrow {}^{115}\mathrm{Sn}\left(\frac{1}{2}^+\right)$, ${}^{147}\mathrm{Ce}\left(\frac{7}{2}^-\right) \rightarrow {}^{147}\mathrm{Pr}\left(\frac{5}{2}^+\right)$.

Transition β	
${}^{15}\mathrm{O}\left(\frac{1}{2}^-\right) \rightarrow {}^{15}\mathrm{N}\left(\frac{1}{2}^-\right)$	Permise ($\lvert\Delta I\rvert = 0, \Delta\pi = \text{non}$)
${}^{69}\mathrm{Zn}\left(\frac{1}{2}^-\right) \rightarrow {}^{69}\mathrm{Ga}\left(\frac{3}{2}^-\right)$	Permise ($\lvert\Delta I\rvert = 1, \Delta\pi = \text{non}$)
${}^{87}\mathrm{Rb}\left(\frac{3}{2}^-\right) \rightarrow {}^{87}\mathrm{Sr}\left(\frac{9}{2}^+\right)$	3^{eme} interdite ($\lvert\Delta I\rvert = 3, \Delta\pi = \text{oui}$)
${}^{99}\mathrm{Tc}\left(\frac{9}{2}^+\right) \rightarrow {}^{99}\mathrm{Ru}\left(\frac{5}{2}^+\right)$	2^{eme} interdite ($\lvert\Delta I\rvert = 2, \Delta\pi = \text{non}$)
${}^{115}\mathrm{In}\left(\frac{9}{2}^+\right) \rightarrow {}^{115}\mathrm{Sn}\left(\frac{1}{2}^+\right)$	4^{eme} interdite ($\lvert\Delta I\rvert = 4, \Delta\pi = \text{non}$)
${}^{147}\mathrm{Ce}\left(\frac{7}{2}^-\right) \rightarrow {}^{147}\mathrm{Pr}\left(\frac{5}{2}^+\right)$	1^{ere} interdite ($\lvert\Delta I\rvert = 1, \Delta\pi = \text{oui}$)

Exercice 4 (3 points)

Des protons et des α de 10 MeV traversent une cible mince d'aluminium d'épaisseur 0.001 cm. Quelle est l'énergie déposée par ces deux types de particule dans la cible (on suppose que le pouvoir d'arrêt reste constant) ?

$$\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right) = 0.31 \times \frac{Z_1^2}{\beta^2}\left(\frac{Z_2}{A}\right)\ln\left(\frac{2m_0c^2\beta^2}{I}\right)\ (\mathrm{MeV.g^{-1}.cm^2})$$

Protons

$$T = \frac{1}{2}m_p v_p^2 = \frac{1}{2}m_p c^2\left(\frac{v_p}{c}\right)^2$$

$$\beta_p^2 = \frac{2T}{m_p c^2} = \frac{20}{938} = 0.02$$

$$\begin{aligned}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right)_p &= 0.31 \times \frac{1}{0.02} \times \frac{13}{27} \times \ln\left(\frac{2 \times 511 \times 0.02}{27.10^{-3}}\right) \\ &= 47.5\,\mathrm{MeV.g^{-1}.cm^2}\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}\Delta E &= 66.7 \times 2.7 \times 10^{-3} = 0.13\,\mathrm{MeV} \\ &= 130\,\mathrm{keV}\end{aligned}$$

Particules α

$$\beta_p^2 = \frac{2T}{m_\alpha c^2} = \frac{20}{3730} = 0.0054$$

$$\begin{aligned}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right)_\alpha &= 0.31 \times \frac{4}{0.0054} \times \frac{13}{27} \times \ln\left(\frac{2 \times 511 \times 0.0054}{27.10^{-3}}\right) \\ &= 588.2\,\mathrm{MeV.g^{-1}.cm^2}\end{aligned}$$

$$\Delta E = 588.2 \times 2.7 \times 10^{-3} = 1.6\,\mathrm{MeV}$$

Exercice 5 (3.5 pts)

Un faisceau de photons d'énergie 90 keV traverse une cible inconnue d'épaisseur 7 mm. Le flux énergétique avant la traversée du milieu est de 120 Watts et 30 Watts après la traversée. D'autres expériences sur la cible ont montré que 1 photon sur 8 interagit par effet Compton. Calculer *a*) l'épaisseur de la couche de demi-atténuation et *b*) Calculer les coefficients d'atténuation μ_C par effet Compton, μ_{pe} par effet photoélectrique et μ_{cp} par création de paires.

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

Calcul de μ

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x$$

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\ln (I_0/I)}{x} \\ &= \frac{\ln (120/30)}{7} = 0.2\,\mathrm{mm}^{-1} \end{aligned}$$

Calcul de $x_{1/2}$

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{0.2} = 3.5\,\mathrm{mm}$$

On a

$$\mu = \mu_C + \mu_{pe} + \mu_{cp}$$

L'énergie des photons (90 keV) est insuffisante pour créer de paires e^+e^-

$$\mu_{cp} = 0$$

Par hypothèse sur 8 photons qui disparaissent 1 l'est par effet Compton et 7 par effet photoélectrique donc

$$\mu_{pe} = 7\mu_C$$

d'où

$$\mu_C = \frac{\mu}{8} = 0.025\,\mathrm{mm}^{-1}$$

$$\mu_{pe} = \frac{7\mu}{8} = 6.10^{-3}\,\mathrm{mm}^{-1}$$

Exercice 6 (3 pts)

Proposition : la probabilité (ou encore la section efficace) qu'une particule chargée d'énergie E et de vitesse v, perde une énergie E' à dE' près, au cours d'une collision électronique, est proportionnelle à

1. $\frac{E'}{E} dE'$
2. EdE'
3. $\left(\frac{1}{vE'}\right)^2 dE'$

Quelle est la réponse juste ? La réponse **doit-être justifiée** par des calculs adéquats.

Considérons par exemple la perte d'énergie en mécanique classique d'un proton par collision électronique. L'énergie transmise est

$$E' = \frac{2e^4}{m_0 v^2 b^2}$$

$$b^2 = \frac{2e^4}{m_0 v^2 E'}$$

$$2bdb = -\frac{2e^4}{m_0 v^2}\frac{dE'}{E'^2}$$

$$d\sigma = 2\pi b\,|db| = \frac{4e^4}{m_0}\left(\frac{1}{vE'}\right)^2 dE'$$

C'est la troisième proposition qui est juste.

Exercice 7 (3 pts)

Expliquer en une dizaine de lignes les principales étapes qui fondent la théorie de Fermi de la désintégration β (on ne demande pas de refaire les calculs mais vous pouvez baser vos explications sur les formules de base).

Vos réponses doivent mettre l'accent sur

- La théorie de Fermi est essentiellement phénoménologique (une théorie exacte exige l'utilisation la théorie quantique des champs) dont le but est d'expliquer la distribution énergétique continue de la désintégration β.
- L'hypothèse du neutrino qui seule peut expliquer la distribution énergétique continue de la désintégration β.
- L'utilisation des perturbations dépendant du temps (règle d'or de Fermi) où l'état final appartient au continuum.
- L'interaction responsable de la désintégration est décrite de manière formelle à travers un élément de matrice entre des fonctions d'ondes de l'état initial et final. Les fonctions d'onde de l'électron et du neutrino sont représentées par des ondes planes normalisées dans un grand volume.
- Pour les énergies en jeu, on peut développer les ondes planes au voisinage de l'origine. Cette approximation permet de reproduire convenablement l'aspect des distributions électroniques et expliquer ainsi certaines règles de sélection (transitions permises et interdites).