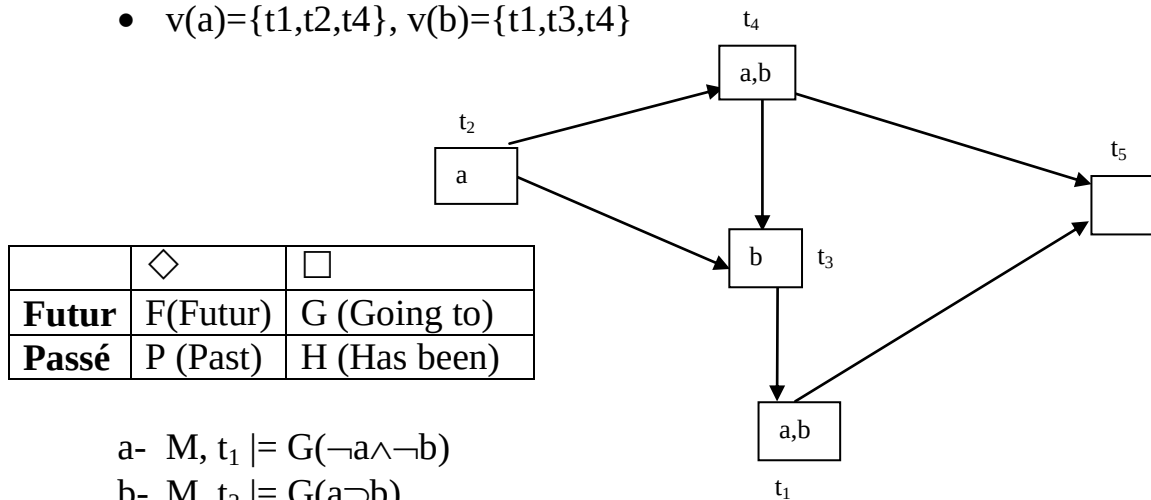


Exercice 1 (7 points)

1. Parmi les cinq assertions ci-dessous, spécifiez celles qui sont vraies dans le modèle modal temporel $M = \langle W, R, v \rangle$ suivant, dans lequel un monde représente un instant dans le temps, avec la spécificité que $M, t \models \neg B$ si et seulement si $M, t \models B$. Justifiez vos réponses :

- $W = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$
- $R = \{(t_1, t_5), (t_2, t_3), (t_2, t_4), (t_3, t_1), (t_4, t_3), (t_4, t_5)\}$
- $v(a) = \{t_1, t_2, t_4\}$, $v(b) = \{t_1, t_3, t_4\}$



- a- $M, t_1 \models G(\neg a \wedge \neg b)$
 b- $M, t_2 \models G(a \supset b)$
 c- $M, t_3 \models P \neg b$
 d- $M, t_4 \models Fa$
 e- $M, t_5 \models H(a \wedge b)$

2. Pour chacune des formules suivantes, donnez les mondes de W qui la satisfont : Ga , Gb , Fa , Fb , Ha , Hb , Pa , Pb . Justifiez vos réponses concernant les formules Ga , Fa , Ha et Pa .

Exercice 2 (3 points=1,5+1,5)

On considère les modèles modaux (W, R, v) . Montrer que $(a \supset \Box \Diamond a)$ est une tautologie si et seulement si R est symétrique.

Exercice 3 (8 points)

On considère le langage de la logique de description ALC dont la syntaxe est définie ci-dessous, où A et R désignent, respectivement, un nom de concept et un nom de rôle :

- A , $\top$ et $\perp$ sont des concepts
- Si C et D sont des concepts alors $\neg C$, $C \sqcap D$, $C \sqcup D$, $\forall R.C$, $\exists R.C$ sont des concepts

On considère les noms de concept **Personne**, **Masculin** et **Féminin**, et le nom de rôle **a-pour-enfant**.

- A. Donnez une TBox T dont les axiomes sont des définitions de concept de la forme $A \equiv C$ pour les concepts définis Homme, Femme, Pere, Mere, GrandPere1, GrandPere2, GrandMere1, GrandMere2, décrivant, respectivement : 1) les hommes ; 2) les femmes ; 3) les pères ; 4) les mères ; 5) les grands-pères dont au moins un enfant est parent de filles exclusivement ; 6) les grands-pères ayant des petits-fils ; 7) les grands-mères ayant des petits-fils et des petites-filles ; 8) les grands-mères dont au moins un enfant est fille mère d'un garçon.
- B. Donnez une ABox A contenant les assertions de concept indiquant que Gaia, Massinissa et Micipsa sont des hommes ; et les assertions de rôle indiquant que Gaia est père de Massinissa, et que Massinissa est père de Micipsa.
- C. Utilisez la méthode des tableaux pour montrer que "Gaia est grand-père ayant des petits-fils" est une conséquence logique de la base de connaissances $K=(T,A)$ ainsi définie ; en d'autres termes, pour montrer que $K \models \text{Gaia:GrandPere2}$.

Exercice 4 (2 points)

La logique de description minimale ALC est une variante notationnelle de la logique multi-modale minimale $K_{(m)}$, avec m agents, qui se traduit par une correspondance permettant d'associer à toute formule de $K_{(m)}$ un concept de ALC, de telle sorte que la formule est satisfiable si et seulement si le concept est satisfiable. Expliquez la correspondance pour les formules de la logique modale minimale K , dont la syntaxe est comme suit. L'ensemble des formules (bien formées) de K est le plus petit ensemble vérifiant :

- une proposition atomique est une formule,
- si f et g sont des formules alors $\Box f$, $\neg f$ et $f \wedge g$ sont des formules.

...Bon courage