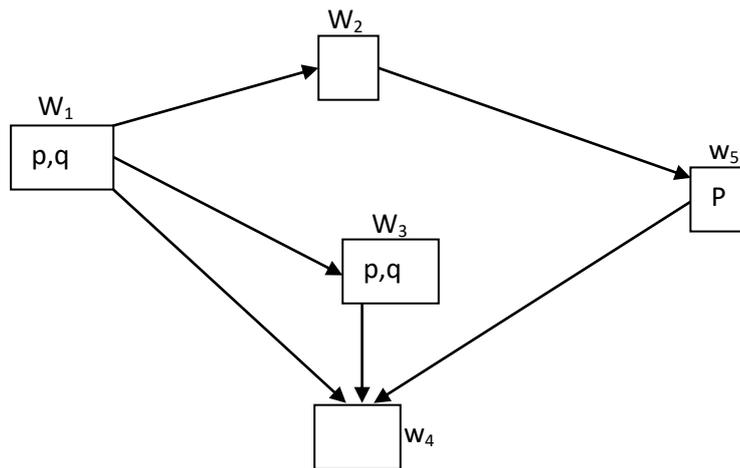


**Corrigé du TD N° 3 bis : Logique Modale**

**Exercice 1 :**

Spécifier les assertions vraies dans le modèle de Kripke  $M = \langle W, R, v \rangle$  suivant avec la spécificité que  $M, w \models \neg B$  ssi non ( $M, w \models B$ ) :

- $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
- $R = \{(w_1, w_2), (w_1, w_3), (w_1, w_4), (w_2, w_5), (w_3, w_4), (w_5, w_4)\}$
- $v(p) = \{w_1, w_3, w_5\}, v(q) = \{w_1, w_3\}$

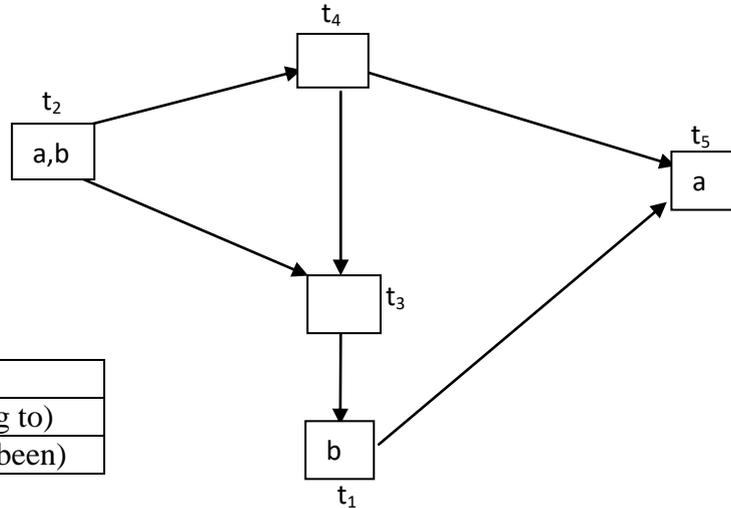


- a-  $M, w_1 \models \Diamond(p \wedge q)$  vrai car  $(p \wedge q)$  est vrai en  $w_3$  et  $w_1 R w_3$ .
- b-  $M, w_2 \models \neg \Box p$  faux car  $M, w_2 \models \Box p$ . En effet,  $w_5$  est le seul monde accessible à partir de  $w_2$  et  $p$  est vraie en  $w_5$ .
- c-  $M, w_3 \models \Box(p \supset q)$  vrai car  $(p \supset q)$  est vrai en  $w_4$  et  $w_4$  est le seul monde accessible à partir de  $w_3$ .
- d-  $M, w_4 \models \Box(q \wedge \Diamond \neg p)$  vrai car il n'existe aucun monde accessible à partir de  $w_4$ . D'où, quel que soit la formule  $f$ ,  $\Box f$  est vraie en  $w_4$  et  $\Diamond f$  est fausse en  $w_4$ .
- e-  $M, w_5 \models \Box(q \wedge \Diamond \neg p)$  faux car  $q$  est fausse en  $w_4$  et  $w_5 R w_4$ .

**Exercice 2 :**

Spécifier les assertions vraies dans le modèle modal temporel  $M = \langle W, R, v \rangle$  suivant dans lequel un monde représente un instant dans le temps  $t_i$  avec la spécificité que  $M, t \models \neg B$  ssi non ( $M, t \models B$ ) :

- $W=\{t_1,t_2,t_3,t_4,t_5\}$
- $R=\{(t_1,t_5),(t_2,t_3),(t_2,t_4),(t_3,t_1),(t_4,t_3),(t_4,t_5)\}$
- $V(a)=\{t_2,t_5\}, v(b)=\{t_1,t_2\}$



	◇	□
<b>Futur</b>	F(Futur)	G(Going to)
<b>Passé</b>	P (Past)	H (Has been)

- a-  $M, t_1 \models G(\neg a \wedge \neg b)$  est faux car  $t_5$  est le seul état temporel accessible depuis  $t_1$  et  $(\neg a \wedge \neg b)$  est faux en  $t_5$ .
- b-  $M, t_3 \models HF\neg b$  Vrai car  $t_2$  et  $t_4$  sont les seuls passés de  $t_3$ . Ainsi,  $t_3$  est un futur par rapport à  $t_2$  et  $t_4$  or  $\neg b$  est vrai en  $t_3$  d'où  $F\neg b$  est vrai en  $t_2$  et en  $t_4$  et comme  $t_2$  et  $t_4$  sont les seuls passés de  $t_3$  il vient que  $HF\neg b$  est vrai en  $t_3$ .
- c-  $M, t_2 \models \neg F(a \supset b)$  faux car  $t_4$  et  $t_3$  sont les seuls futurs de  $t_2$ . Or  $(a \supset b)$  qui équivaut à  $\neg a \vee b$  est vrai en  $t_4$ . D'où  $F(a \supset b)$  est vrai en  $t_2$  ; il s'ensuit que  $M, t_2 \models \neg F(a \supset b)$  est faux.
- d-  $M, t_5 \models G\neg Fb$  vrai car il n'existe aucun monde accessible à partir de  $t_5$ . Ainsi quel que soit la formule  $f$ ,  $Gf$  est vrai en  $t_5$ .