USTHB, Faculté d'Informatique

M2 IL 2021-2022

Représentation des Connaissances

Corrigé du TD 5 : Logiques de description

Exercice 1 :

1) Femme ≡ Personne ⊓ Femelle

   Homme ≡ Personne ⊓ ¬Femelle
2) PersonneAvecEnfants ≡ Personne ⊓ ∃a-enfant.T
3) PersonneEnfantsTousFemelles ≡ PersonneAvecEnfants ⊓ ∀a-enfant.Femelle

   Remarque : à interpréter comme parent –personne avec enfants- dont tous les enfants sont femelles. Si on interprète "personnes dont tous les enfants sont des femelles" comme "personnes dont tous les enfants, si enfants elles ont, sont femelles", la réponse sera :

   PersonneEnfantsTousFemelles ≡ Personne ⊓ ∀a-enfant.Femelle
4) PersonneSansEnfant ≡ Personne ⊓ ∀a-enfant.⊥

Restriction de nombre = number restriction :

au-moins n R	ou	atleast n R	ou	≥n R
au-plus n R	ou	atmost n R	ou	≤n R
au-moins 1 R	équivalent à	∃R		

5) PersonneCinq ≡ Personne ⊓ (au-moins 2 a-enfant.T ⊔ (au-moins 3 a-enfant.T ⊓ au-plus 3 a-enfant.T ⊓ ∃a-enfant.Femelle))
6) Mere ≡ PersonneAvecEnfants ⊓ Femelle

   Pere ≡ PersonneAvecEnfants ⊓ ¬Femelle

   Parent ≡ Mere ⊔ Pere

GrandMere ≡ Mere ⊓ ∃a-enfant.Parent

MereSansFilles ≡ Mere ⊓ ∀a-enfant.¬Femelle

FemmeMariee ≡ Femme ⊓ ∃a-mari.Homme

(ou FemmeMariee ≡ Femme ⊓ ∃a-mari.Homme ⊓
≤1 a-mari.Homme)

Les assertions d'une ABox :

Assertion de concept : C(a) ou a :C

Assertion de rôle : R(b,c) ou (b,c) :R

ABox={Peter :Pere,
(Mary,Paul) :a-enfant,
(Mary,Peter) :a-enfant,
(Peter,Harry) :a-enfant,
Mary : MereSansFilles}

Nous avons ainsi défini une base de connaissances K=(T,A), avec T la TBox constituée des définitions de concept des questions 1) à 6), et A la ABox ci-dessus :

T={ Femme ≡ Personne ⊓ Femelle,
Homme ≡ Personne ⊓ ¬Femelle,
PersonneAvecEnfants ≡ Personne ⊓ ∃a-enfant.T,
PersonneEnfantsTousFemelles ≡ PersonneAvecEnfants ⊓ ∀a-enfant.Femelle,
PersonneSansEnfant ≡ Personne ⊓ ∀a-enfant.⊥,
PersonneCinq ≡ Personne ⊓
(au-moins 2 a-enfant.T ⊔
(au-moins 3 a-enfant.T ⊓
au-plus 3 a-enfant.T ⊓
∃a-enfant.Femelle)),

Mere ≡ PersonneAvecEnfants ⊓ Femelle,

$Pere \equiv PersonneAvecEnfants \sqcap \neg Femelle,$

$Parent \equiv Mere \sqcup Père,$

$GrandMere \equiv Mere \sqcap \exists a\text{-}enfant.Parent,$

$MereSansFilles \equiv Mere \sqcap \forall a\text{-}enfant.\neg Femelle,$

$FemmeMariee \equiv Femme \sqcap \exists a\text{-}mari.Homme\}$

7) De la base de connaissances, on déduit que Mary est grand-mère, c'est-à-dire Mary :GrandMere est une conséquence logique de K, ou encore K⊨Mary :GrandMere. On peut le montrer en utilsant la méthode des tableaux.

   Montrer K⊨Mary:GrandMere revient à montrer qu'il n'existe aucun modèle de la BC K satisfaisant Mary :¬GrandMere. On le fait avec méthode des tableaux commençant par les assertions de la ABox auxquelles on ajoute l'assertion de concept Mary :¬GrandMere, et on devrait arriver à un tableau dont les branches sont toutes fermées, c'est-à-dire se terminant par un clash.

   Initialisation du tableau :
   1. Peter :Pere
   2. (Mary,Paul) :a-enfant
   3. (Mary,Peter) :a-enfant
   4. (Peter,Harry) :a-enfant
   5. Mary : MereSansFilles
   6. Mary :¬GrandMere

Dans 5. on remplace le concept défini MereSansFille par le côté droit de sa définition :

7. Mary :Mere ⊓ ∀a-enfant.¬Femelle

Application de la règle du $\sqcap$ à 7. :

8. Mary :Mere
9. Mary : $\forall$a-enfant.$\neg$Femelle

Dans 6. on remplace le concept défini GrandMere par le côté droit de sa définition :

10. Mary : $\neg$(Mere $\sqcap$ $\exists$a-enfant.Parent)

Dans 10. on remplace par la FNN (Forme Normale Négative), sans toutefois développer le concept défini Parent :

11. Mary : $\neg$Mere $\sqcup$ $\forall$a-enfant.$\neg$Parent

Règle du $\sqcup$ appliquée à 11. (branchement) :

12. Mary : $\neg$Mere	14. Mary : $\forall$a-enfant.$\neg$Parent
13. Mary :$\bot$	15. Peter : $\neg$Parent
	16. Peter : $\neg$Mere $\sqcap$ $\neg$Pere
	17. Peter : $\neg$Mere
	18. Peter : $\neg$Pere
	19. Peter :$\bot$

Le tableau contient deux branches (deux ABox) que nous avons réussi à fermer :

- La branche 1. jusqu'à 13. qui se termine par le clash Mary : $\bot$ (application de la règle du clash à 8. et 12.)
- La branche 1. … 11. + 14. …19. qui se termine par le clash Peter : $\bot$ (application de la règle du clash à 1. et 18.). A noter que 15. est obtenue par application de la règle du $\forall$ à 3. et 14. et que 16. est obtenue de 15. par remplacement du concept défini Parent par le côté droit de sa définition, suivi

de la mise sous FNN (Forme Normale Négative). La règle du ⊓ appliquée à 16. donne 17. et 18.

Conclusion : on a bien K⊨Mary:GrandMere.

Exercice 2 :

GrandPereSansPetitsFils ≡ Masculin ⊓

∃a-pour-enfant.(∃a-pour-enfant.T) ⊓

∀a-pour-enfant.(∀a-pour-enfant.Feminin)