

USTHB - Faculté d'Informatique

Master 2 "Ingénierie du Logiciel" 2022/2023

Module Représentation des Connaissances

Les logiques classiques et la non monotonie

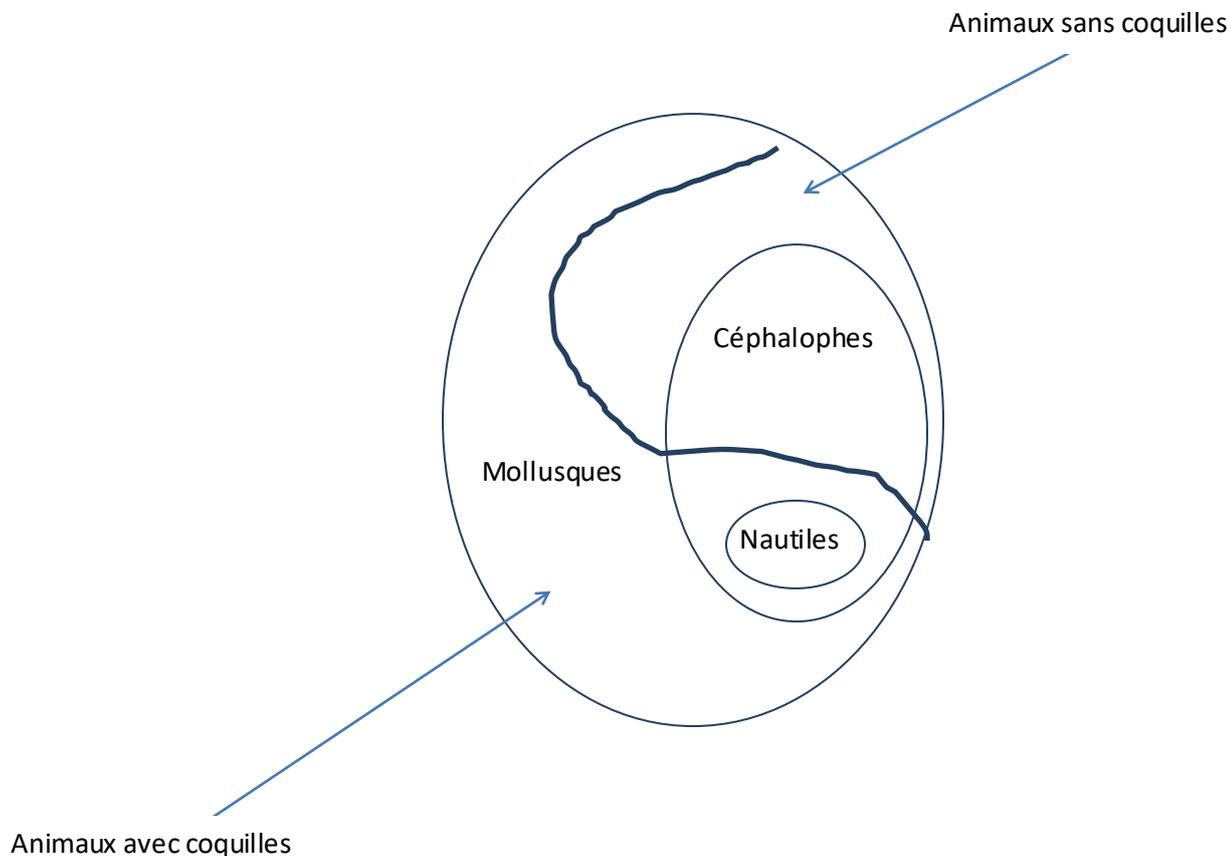
Je remets ici, tels que rassemblés par Mme Khellaf, les exemples des chapitres « Logique des Propositions » et « Logique du Premier Ordre » de Mme Aissani, qui illustrent le problème que pose la modélisation de la non monotonie avec les logiques classiques, la LP et la LPO.

Soient les connaissances zoologiques suivantes:

- 1- Les nautilus sont des céphalopodes,
- 2- Les céphalopodes sont des mollusques,
- 3- Les mollusques ont généralement une coquille,
- 4- Les céphalopodes n'en ont généralement pas,
- 5- Les nautilus en ont une,
- 6- **a** est un nautilus,
- 7- **b** est un céphalopode,
- 8- **c** est un mollusque.

Exprimez l'énoncé sur les connaissances zoologiques des céphalopodes en logique propositionnelle et en logique du premier ordre. Que concluez-vous?

Solution :



A- Modélisation en utilisant la logique propositionnelle

Soient Na, Nb, Nc, Césa, Césb, Cés, Ma, Mb, Mc, Coa, Cob, Coc 12 symboles non logiques que nous interprétons par :

- a (respectivement b, c) est un nautilaire,
- a (respectivement b, c) est céphalopode,
- a (respectivement b, c) est un mollusque
- a (respectivement b, c) a une coquille.

1^{ère} traduction :

le terme «généralement» est ignoré

- 1- $(Na \supset Césa) ; (Nb \supset Césb) ; (Nc \supset Cés)$;
- 2- $(Césa \supset Ma) ; (Césb \supset Mb) ; (Cés \supset Mc)$;
- 5- $(Na \supset Coa) ; (Nb \supset Cob) ; (Nc \supset Coc)$;
- 6- Na ;
- 7- Césb ;
- 8- Mc

Si on ajoute les connaissances dans lesquelles figure le mot “généralement” sans prendre en compte la nuance introduite par ce mot, il vient :

- 3- $(Ma \supset Coa) ; (Mb \supset Cob) ; (Mc \supset Coc)$;
- 4- $(Césa \supset \neg Coa) ; (Césb \supset \neg Cob) ; (Cés \supset \neg Coc)$;

Par deux applications du modus ponens sur Césb, $(Césb \supset Mb)$ puis $(Mb \supset Cob)$ on peut conclure **Cob** et

Par Césb et $(Césb \supset \neg Cob)$ on peut conclure \neg **Cob**.

On obtient un système incohérent.

2^{ème} traduction :

Pour éviter cette incohérence, la seule solution est de modifier la traduction de “généralement” : on exclut explicitement les exceptions connues, et on traduit

“Les céphalopodes qui ne sont pas des nautilaires n’ont pas de coquille” et
 “Les mollusques qui ne sont pas des céphalopodes non nautilaires en ont une” :

- $((Césa \wedge \neg Na) \supset \neg Coa)$;
- $((Césb \wedge \neg Nb) \supset \neg Cob)$;
- $((Cés \wedge \neg Nc) \supset \neg Coc)$;
- $((Ma \wedge \neg(Césa \wedge \neg Na)) \supset Coa)$;
- $((Mb \wedge \neg(Césb \wedge \neg Nb)) \supset Cob)$;
- $((Mc \wedge \neg(Cés \wedge \neg Nc)) \supset Coc)$.

Ce système est cohérent puisqu’il admet des modèles :

- Na, Césa, Césb, Ma, Mb, Mc, Coa ont la valeur vrai;
- Nb et Cob ont la même valeur (ex : Nb=Cob=vrai) ;
- si Cés est faux alors Nc est faux et Coc vrai (ex : Cés=Nc=faux et Coc=vrai).

On constate que parmi les conclusions attendues (a et c portent une coquille, b n’en porte pas), seule la première est démontrable. En effet, Coa est vrai dans tous les modèles : le théorème de complétude assure alors que Coa est démontrable -,

et comme il existe des modèles où Coc est faux, Coc n'est pas démontrable (s'il l'était, d'après le théorème de correction, Coc serait vrai dans tous les modèles).

Même chose pour \neg Coc

Conclusion 1 :

La première traduction est inutilisable, puisque d'un système incohérent, on peut tirer n'importe quelle conclusion.

La deuxième, plus satisfaisante, est cependant peu utile puisqu'elle ne permet pas d'obtenir toutes les conclusions souhaitées.

B- Modélisation avec la logique des prédicats :

- 1- $(\forall x) (N(x) \supset C\acute{e}(x))$;
- 2- $(\forall x) ((C\acute{e}(x) \supset M(x))$;
- 3- $(\forall x)((M(x) \wedge \neg(C\acute{e}(x) \wedge \neg Nt(x)) \supset Co(x))$);
- 4- $(\forall x) ((C\acute{e}(x) \wedge \neg N(x) \supset \neg Co(x))$);
- 5- $(\forall x)((N(x) \supset Co(x))$);
- 6- $N(a)$;
- 7- $C\acute{e}(b)$;
- 8- $M(c)$;

Comme précédemment, on peut conclure $Co(a)$, mais il existe des modèles satisfaisant toutes ces formules et $Co(b)$. Il suffit de supposer que b est un nautilaire; de même pour $\neg Co(c)$.

Conclusion 2 : Les conséquences attendues ne sont toujours pas dérivables. Le problème vient de ce que l'on n'a pas de connaissance complète sur b et c : on ne sait pas, par exemple, si b est ou non un nautilaire.