

## TD 2 : Logique du Premier Ordre

### Exercice 1 :

Si  $f$  est une fonction d'arité 1 et  $p$  un prédicat d'arité 1, lesquelles, parmi les formules suivantes, appartiennent au langage du premier ordre ?

$p(x)$  ;

$(\forall x) (p(x))$  ;

$(p(x) \supset p(p(x)))$  ;

$(p(x) \supset f(p(x)))$  ;

$(p(x) \supset p(f(x)))$  ;

$(\exists x)((\forall y) (p(x) \supset (p(y))))$  ;

$(\exists x)((\forall x) (p(y) \supset (p(x))))$  ;

$(\exists x)((\forall y) (p(x) \supset (p(y))))$  ;

### Exercice 2 :

Exprimer la définition usuelle des termes de parenté (père, mère, fils, fille, sœur, oncle, tante, cousin, cousine, ancêtre, descendant) à partir des trois prédicats :  $\text{enfants}(x, y)$  "x est enfant de y",  $\text{masc}(x)$  "x est de sexe masculin",  $\text{fém}(x)$  "x est de sexe féminin".

### Exercice 3 :

Soient les 3 phrases suivantes :

- Toutes les voitures ont exactement un propriétaire*
- Certains étudiants ont une voiture*
- Certains étudiants n'ont pas de voiture*

Et un langage possédant 2 prédicats unaires : **voiture**, **étudiant** et deux prédicats binaires : = et **possède**. On propose les 3 formules suivantes pour traduire respectivement les 3 phrases :

(a)  $(\forall x) (\text{voiture}(x) \supset (\exists y) (\text{possède}(y, x) \wedge (\forall z) (\text{possède}(z, x) \supset (z, y))))$  ;

(b)  $(\exists x) (\text{étudiant}(x) \wedge (\exists y) (\text{voiture}(y) \wedge \text{possède}(x, y)))$

(c)  $(\exists x) (\text{étudiant}(x) \wedge (\forall y) (\text{voiture}(y) \supset \neg \text{possède}(x, y)))$

Le domaine est constitué de 2 éléments  $A$  et  $B$ . *voiture* s'interprète par une fonction qui ne répond *vrai* que pour  $A$ , *étudiant* par une fonction qui répond toujours *vrai*, *possède* par une fonction qui ne répond *vrai* que pour le couple  $\langle B, A \rangle$ . Cette interprétation satisfait-elle les 3 formules ?

#### **Exercice 4 :**

Soit la connaissance suivante : un livre est écrit par un ou plusieurs auteurs.

Si ( F1 ) :  $(\forall x) ((\text{livre}(x) \supset (\exists y) (\text{auteur}(y) \wedge \text{écrit}(y,x))))$

Si nous ajoutons à cette formule la connaissance "les misérables est un livre écrit par Victor Hugo" traduite par

(F2) : Livre(Les Misérables) ; (F3) : écrit (Victor Hugo, Les Misérables)

Est-ce que nous pouvons avoir une réponse à Victor Hugo est-il un auteur ?