USTHB - Faculté d'Informatique

Master 2 ''Ingénierie du Logiciel'' 2024/2025

Module Représentation des Connaissances

Corrigé de l'exo 1 TD 2 bis : Les logiques classiques et la non monotonie

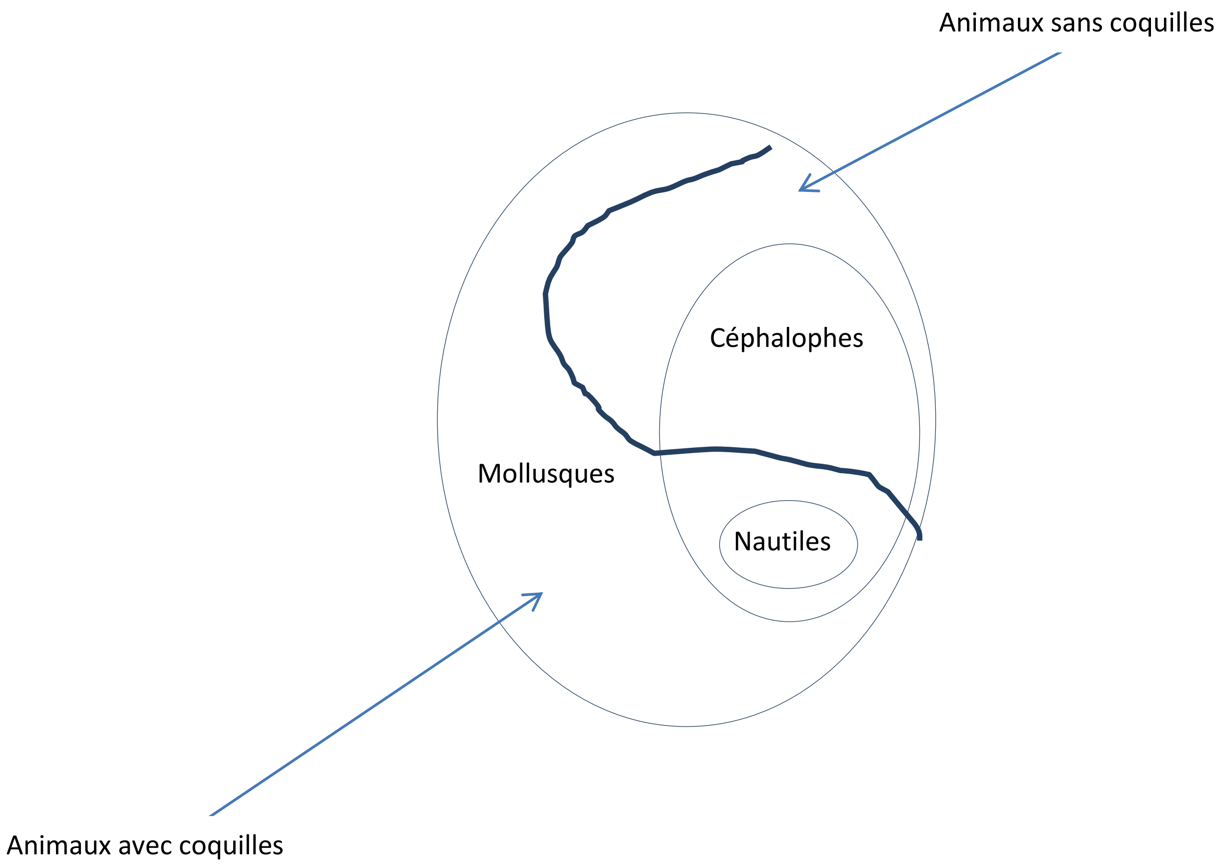
Comme corrigé de l'exo 1 du TD 2 bis, je remets ici, tels que rassemblés par Mme Khellaf, les exemples des chapitres « Logique des Propositions » et « Logique du Premier Ordre » de Mme Aissani, qui illustrent le problème que pose la modélisation de la non monotonie avec les logiques classiques, la LP et la LPO.

Soient les connaissances zoologiques suivantes:

1- Les nautiles sont des céphalopodes,
2- Les céphalopodes sont des mollusques,
3- Les mollusques ont généralement une coquille,
4- Les céphalopodes n'en ont généralement pas,
5- Les nautiles en ont une,
6- **a** est un nautile,
7- **b** est un céphalopode,
8- **c** est un mollusque.

Exprimez l'énoncé sur les connaissances zoologiques des céphalopodes en logique propositionnelle et en logique du premier ordre. Que concluez- vous?

Solution :



A- <u>Modélisation en utilisant la logique propositionnelle</u>

Soient Na, Nb, Nc, Céa, Céb, Céc, Ma, Mb, Mc, Coa, Cob, Coc 12 symboles non logiques que nous interprétons par :

- a (respectivement b, c) est un nautile,
- a (respectivement b, c) est céphalopode,
- a (respectivement b, c) est un mollusque
- a (respectivement b, c) a une coquille.

1ère traduction :

le terme «généralement» est ignoré

1- (Na⊃ Céa) ; (Nb⊃ Céb) ; (Nc⊃ Céc);
2- (Céa⊃ Ma); (Céb⊃ Mb) ; (Céc⊃ Mc);
5- (Na⊃ Coa); (Nb⊃ Cob); (Nc⊃ Coc);
6- Na ;
7- Céb ;
8- Mc

Si on ajoute les connaissances dans lesquelles figure le mot ''généralement'' sans prendre en compte la nuance introduite par ce mot, il vient :

3- (Ma⊃ Coa); (Mb⊃ Cob) ; (Mc⊃ Coc);
4- (Céa⊃ ¬Coa) ; (Céb⊃ ¬Cob) ; (Céc⊃ ¬Coc);

Par deux applications du modus ponens sur Céb, (Céb ⊃ Mb) puis (Mb ⊃ Cob) on peut conclure **Cob** et

Par Céb et (Céb ⊃ ¬Cob) on peut conclure **¬Cob** .

On obtient un <u>système incohérent.</u>

2ème traduction :

Pour éviter cette incohérence, la seule solution est de modifier la traduction de ''généralement'' : on exclut explicitement les exceptions connues, et on traduit '' Les céphalopodes qui ne sont pas des nautiles n'ont pas de coquille'' et ''Les mollusques qui ne sont pas des céphalopodes non nautiles en ont une'':

- ((Céa ∧ ¬ Na) ⊃ ¬ Coa);
- ((Céb ∧ ¬ Nb) ⊃ ¬ Cob);
- ((Céc ∧ ¬ Nc) ⊃ ¬ Coc);
- ((Ma ∧ ¬(Céa ∧ ¬ Na)) ⊃ Coa);
- ((Mb ∧ ¬(Céb ∧ ¬ Nb)) ⊃ Cob);
- ((Mc ∧ ¬(Céc ∧ ¬ Nc)) ⊃ Coc).

Ce système est cohérent puisqu'il admet des modèles :

- Na, Céa, Céb, Ma, Mb, Mc, Coa ont la valeur vrai;
- Nb et Cob ont la même valeur (ex : Nb=Cob=vrai) ;
- si Céc est faux alors Nc est faux et Coc vrai (ex : Céc=Nc=faux et Coc=vrai).

On constate que parmi les conclusions attendues (a et c portent une coquille, b n'en porte pas), seule la première est démontrable. En effet, Coa est vrai dans tous les modèles : le théorème de complétude assure alors que Coa est démontrable, et comme il existe des modèles où Coc est faux, Coc n'est pas démontrable (s'il l'était, d'après le théorème de correction, Coc serait vrai dans tous les modèles).

Même chose pour $\neg$Coc

Conclusion 1 :

La première traduction est inutilisable, puisque d'un système incohérent, on peut tirer n'importe quelle conclusion.

La deuxième, plus satisfaisante, est cependant peu utile puisqu'elle ne permet pas d'obtenir toutes les conclusions souhaitées.

B- <u>Modélisation avec la logique des prédicats :</u>

1- $(\forall x)\ (N(x) \supset Cé(x))$;
2- $(\forall x)\ ((Cé(x) \supset M(x))$;
3- $(\forall x)((M(x) \wedge\neg(Cé(x) \wedge\neg Nt(x))\ Co(x)))$;
4- $(\forall x)\ ((Cé(x) \wedge\neg N(x) \supset \neg Co(x)))$;
5- $(\forall x)((N(x) \supset Co(x)))$;
6- N(a);
7- Cé(b);
8- M(c);

Comme précédemment, on peut conclure Co(a), mais il existe des modèles satisfaisant toutes ces formules et Co(b). Il suffit de supposer que b est un nautile; de même pour $\neg$Co(c).

Conclusion 2 : Les conséquences attendues ne sont toujours pas dérivables. Le problème vient de ce que l'on n'a pas de connaissance complète sur b et c : on ne sait pas, par exemple, si b est ou non un nautile.