

Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

Chapitre IV

CSP binaires continus

Mr ISLI

Faculté d'Informatique

Département Intelligence Artificielle et Science des Données

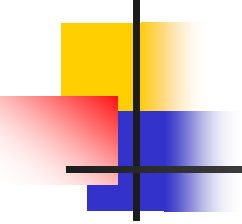
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

https://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm

amar.isli@usthb.edu.dz

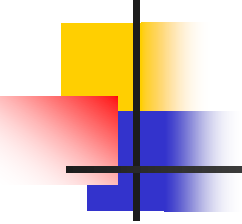


CHAPITRE IV

CSP binaires continus

CSP binaires continus

- CSP quantitatifs
 - TCSP : Temporal Constraint Satisfaction Problems
- CSP qualitatifs
 - « make only as many distinctions as necessary »
 - L'algèbre des points (voir Annexe 3)
 - L'algèbre des intervalles (voir Annexe 4)
 - L'algèbre des directions cardinales



CHAPITRE IV

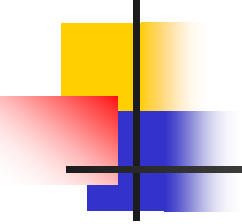
CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- **TCSP** : Temporal Constraint Satisfaction Problems

Un TCSP est une paire $P=(X,C)$:

- X ensemble fini de variables : $X=\{X_1, ..., X_n\}$
- C ensemble fini de contraintes sur les variables de P
- Le domaine de chacune des variables est l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ou l'ensemble $\mathbb{Q}$ des rationnels
 - On considère dans toute la suite que le domaine commun des variables est $\mathbb{R}$

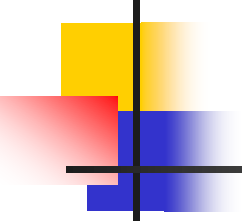


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$: Contraintes
 - Contraintes binaires
 - $(X_j - X_i) \in C_{ij}$, avec $C_{ij} \subseteq \mathbb{IR}$
 - Contraintes unaires
 - $X_i \in C_i$, $C_i \subseteq \mathbb{IR}$

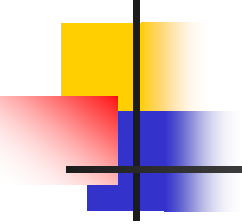


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$: ajout d'une variable X_0 origine du monde
 - $X=\{X_0, X_1, \dots, X_n\}$
 - Contraintes unaires transformées en contraintes binaires
 - $X_i \in C_i$ devient $(X_i - X_0) \in C_{0i}$
 - $C_{0i} = C_i$
- Soit P' le TCSP obtenu (le domaine de X_0 est le même que celui des autres variables)

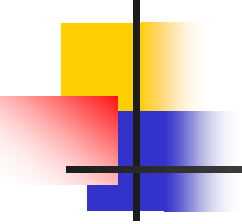


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- Résultat (théorème 1) :
 - P est consistant ssi P' est consistant
 - Toute solution de P peut être transformée en une solution de P'
 - X_0 instanciée à 0, les autres variables gardent les instanciations qu'elles ont dans la solution de P
 - Toute solution de P' peut être transformée en une solution de P via une translation globale de la solution de P' de $-d_0$, d_0 étant l'instanciation de la variable origine du monde X_0 dans la solution de P'
 - les contraintes, qui sont relatives, restent satisfaites car les distances séparant les variables ne sont pas modifiées par une translation globale

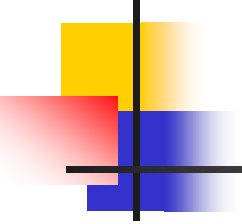


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- Résultat (théorème 2) :
 - P' est consistant de nœud
 - P' est consistant d'arc

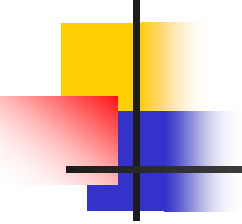


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- On suppose qu'un TCSP est donné sous la forme P'
- Si ce n'est pas le cas, on le ramène à la forme P' en ajoutant une variable origine du monde X_0 , et en transformant les contraintes unaires $X_i \in C_i$ en contraintes binaires $(X_i - X_0) \in C_{0i}$ (avec $C_{0i} = C_i$)



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

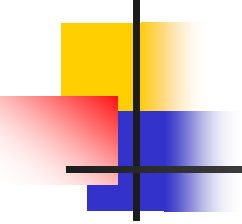
CSP binaires continus

- TCSP : application aux problèmes de job shop

Instance ft06 (Fisher et Thompson)

6 jobs, 6 machines

- | (2,1) | (0,3) | (1,6) | (3,7) | (5,3) | (4,6) |
|-------|-------|--------|--------|--------|-------|
| (1,8) | (2,5) | (4,10) | (5,10) | (0,10) | (3,4) |
| (2,5) | (3,4) | (5,8) | (0,9) | (1,1) | (4,7) |
| (1,5) | (0,5) | (2,5) | (3,3) | (4,8) | (5,9) |
| (2,9) | (1,3) | (4,5) | (5,4) | (0,3) | (3,1) |
| (1,3) | (3,3) | (5,9) | (0,10) | (4,4) | (2,1) |

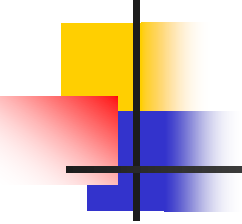


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

Représentation graphique d'un TCSP

- La représentation graphique d'un TCSP $P=(X,C)$ est un graphe orienté pondéré $G_P=(X,E,l)$ défini comme suit :
 - L'ensemble des sommets de G_P est l'ensemble X des variables de P
 - Pour toutes variables X_i et X_j , si P admet une contrainte portant sur X_i et X_j , alors G_P contient un et un seul des deux arcs (X_i, X_j) et (X_j, X_i)
 - Pour toutes variables X_i et X_j , si P n'admet aucune contrainte portant sur X_i et X_j , alors G_P ne contient ni l'arc (X_i, X_j) ni l'arc (X_j, X_i)
 - Pour tout arc (X_i, X_j) de G_P , l'étiquette $l(X_i, X_j)$ de (X_i, X_j) est tirée de la contrainte $(X_j - X_i) \in C_{ij}$ de P portant sur X_i et X_j : $l(X_i, X_j) = C_{ij}$



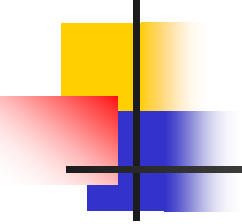
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

Représentation graphique du TCSP $P=(X,C)$:

- $X=\{X_0,X_1,X_2,X_3,X_4\}$
- $C=\{c_1 : (X_1-X_0) \in [10,20],$
 $c_2 : (X_4-X_0) \in [60,70],$
 $c_3 : (X_2-X_1) \in]-\infty,0] \cup [30,40],$
 $c_4 : (X_3-X_2) \in [-20,-10],$
 $c_5 : (X_4-X_3) \in [40,60] ,$
 $c_6 : (X_4-X_3) \in [20,45] \cup [55,70]\}$

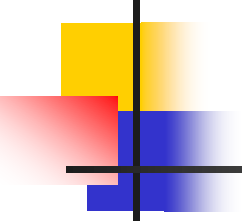


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

Représentation matricielle d'un TCSP

- La représentation matricielle d'un TCSP $P=(X,C)$ est une matrice carrée notée M_p , à $|X|$ lignes et $|X|$ colonnes définie comme suit :
 - Pour toute variable X_i , $M_p[i,i]=\{0\}$
 - Pour toutes variables distinctes X_i et X_j , telles que (X_i,X_j) est arc de G_p :
 - $M_p[i,j]$ est l'étiquette de l'arc (X_i,X_j)
 - $M_p[j,i]$ est la transposée de $M_p[i,j]$
 - Pour toutes les autres paires (X_i,X_j) de variables :
 - $M_p[i,j]=M_p[j,i]=Q$



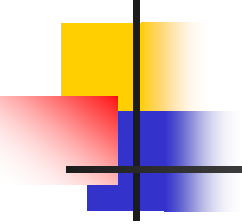
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

Représentation matricielle du TCSP $P=(X,C)$:

- $X=\{X_0,X_1,X_2,X_3,X_4\}$
- $C=\{c_1 : (X_1-X_0) \in [10,20],$
 $c_2 : (X_4-X_0) \in [60,70],$
 $c_3 : (X_2-X_1) \in]-\infty,0] \cup [30,40],$
 $c_4 : (X_3-X_2) \in [-20,-10],$
 $c_5 : (X_4-X_3) \in [40,60] ,$
 $c_6 : (X_4-X_3) \in [20,45] \cup [55,70]\}$

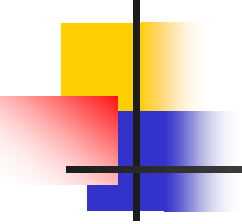


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$
 - Transposée d'une contrainte
 - Intersection de deux contraintes
 - Composition de deux contraintes



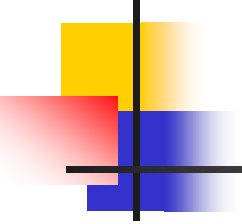
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

$P=(X,C)$ TCSP :

- $X=\{X_0,X_1,X_2,X_3,X_4\}$
- $C=\{c_1 : (X_1-X_0) \in [10,20],$
 $c_2 : (X_4-X_0) \in [60,70],$
 $c_3 : (X_2-X_1) \in]-\infty,0] \cup [30,40],$
 $c_4 : (X_3-X_2) \in [-20,-10],$
 $c_5 : (X_4-X_3) \in [40,60] ,$
 $c_6 : (X_4-X_3) \in [20,45] \cup [55,70]\}$
- transposée de la contrainte c_1 , transposée de la contrainte c_3
- intersection des contraintes c_5 et c_6
- composition des contraintes c_1 et c_3
- composition des contraintes c_3 et c_4



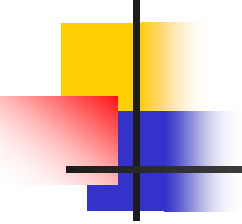
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

■ TCSP $P=(X,C)$

- Adaptation de la consistance d'arc : les entrées $M_p[0,i]=C_{0i}$, $i=1$ à n , sont vues comme les domaines binarisés des variables $X_1, \dots, X_n$, respectivement.
- Consistance d'arc des domaines binarisés (binarized-domains arc-consistency, ou bdArc-Consistency) : le domaine binarisé $D(X_i)=C_{0i}$ de la variable X_i est consistant d'arc si
 - Pour toute paire (X_i, X_j) de variables, avec $i \neq j$ et $0 \notin \{i,j\}$:
$$C_{0i} \subseteq C_{0j} \circ C_{ji}$$
- Un TCSP est bdArc-Consistant si tous ses domaines binarisés sont consistants d'arc.

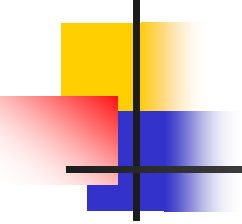


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$
 - Rendre un TCSP bdArc-Consistant : algorithme bdAC-3 (adaptation aux TCSP de l'algorithme AC-3 de consistance d'arc des CSP discrets)



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

fonction bdAC-3(M)

début

$Q \leftarrow \{(X_i, X_j) : (i \neq j) \text{ et } (0 \notin \{i, j\}) \text{ et (il existe une contrainte entre } X_i \text{ et } X_j)\}$

tant que $Q \neq \emptyset$ **faire**

Prendre une paire (X_i, X_j) de variables de Q

supprimer la paire de Q : $Q \leftarrow Q \setminus \{(X_i, X_j)\}$

$\text{temp} = M[0, i] \cap M[0, j] \circ M[j, i]$

si $(\text{temp} \subset M[0, i])$ **alors**

si $\text{temp} = \emptyset$ **alors retourner faux** **fin** */* inconsistance détectée */*

$M[0, i] = \text{temp}$

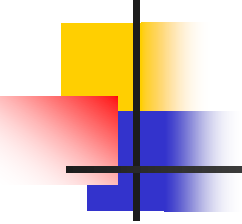
$Q \leftarrow Q \cup \{(X_k, X_i) : (k \notin \{0, i, j\}) \text{ et (il existe une contrainte entre } X_k \text{ et } X_i)\}$

fin

fait

retourner vrai */* TCSP rendu bdArc-Consistant */*

fin



CHAPITRE IV

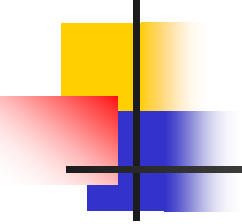
CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

Déroulement de bdAC3 sur le TCSP $P=(X,C)$:

- $X=\{X_0,X_1,X_2,X_3,X_4\}$
- $C=\{c_1:(X_1-X_0)\in[10,20],$
 $c_2:(X_4-X_0)\in[60,70],$
 $c_3:(X_2-X_1)\in[30,40],$
 $c_4:(X_3-X_2)\in[-20,-10],$
 $c_5:(X_4-X_3)\in[40,50]\}$

Domaines binarisés rendus consistants d'arc :
[10,20], [40,50], [20,30], [60,70]

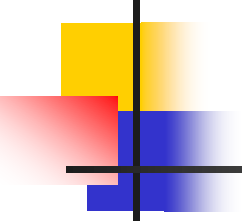


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$
 - STP : Simple Temporal Problem
 - Toutes les contraintes sont convexes
 - Importance :
 - Les STP couvrent un large éventail de problèmes réels
 - Ils ont un comportement calculatoire polynomial :
 - La bd-consistance d'arc décide la consistance d'un STP
 - De plus : le résultat de la bd-consistance d'arc est un STP dont les domaines binarisés sont minimaux
 - Le fragment des 2-TCSP : NP-difficile
 - Les algorithmes de recherche que nous verrons sont basés sur la recherche d'un raffinement STP bd-consistant d'arc

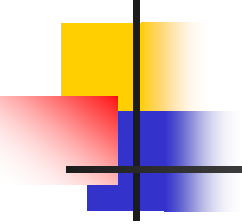


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$
 - STP : Simple Temporal Problem
 - Appliquer la bd-consistance d'arc à P est équivalent à appliquer l'algorithme des plus courts chemins one-to-all à son graphe des distances

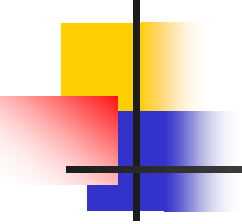


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$: résolution
 - Algorithme 1 (naïf) : Générer et Tester (GET)
 - Parcours exhaustif de tous les raffinements convexes maximaux
 - Un raffinement convexe maximal étant un STP : bd-consistance d'arc pour vérifier sa consistance

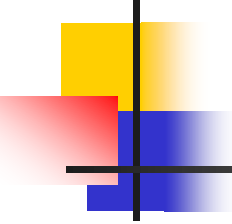


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

GET : version itérative

1. Générer tous les raffinements convexes maximaux
2. Initialement, aucun raffinement convexe maximal n'est marqué
3. Considérer un raffinement convexe maximal M non marqué
4. Marquer M
5. $bdAC3(M)$
6. Si M ne contient pas de domaines binarisés vides
 - **Succès** : retourner M
7. Si tous les raffinements convexes maximaux sont marqués
 - **Echec** : retourner « le TCSP n'admet pas de solution »
8. **Passer au raffinement convexe maximal suivant** : aller à 3.



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

GET : version récursive

fonction GET(M) : booléen

début

si (M STP) alors

 bdAC3(M)

 si (aucun domaine binarisé vide dans M) alors retourner VRAI

 sinon retourner FAUX finsi

sinon

 choisir une entrée disjonctive (i,j) de M

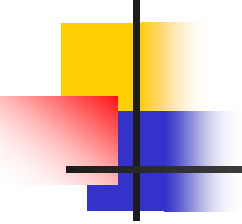
 pour tout sous-ensemble convexe maximal V de M[i,j] faire

$M2 = M; M2[i,j] = V; M2[j,i] = V^t$

 si GET(M2) alors retourner VRAI finsi fait

 retourner FAUX

finsi

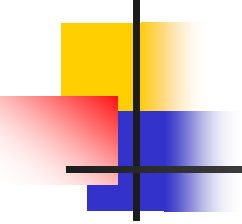


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$: résolution
 - Algorithme 2 (intelligent) : LookAhead(M)
 - Répéter : instanciation suivie d'un filtrage
 - On n'instancie pas les variables (domaines infinis)
 - On instancie les arcs disjonctifs : les arcs (X_i, X_j) tels que $i \neq 0$, $j \neq 0$ et $M[i,j]$ n'est pas convexe
 - Filtrage avec l'algorithme de bd-consistance d'arc bdAC3



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

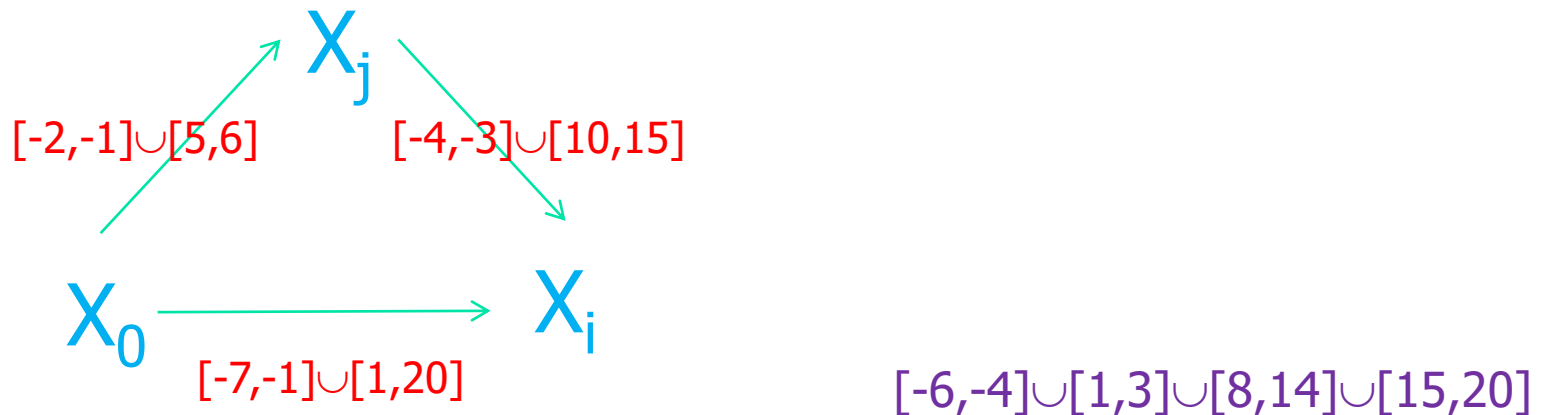
- TCSP $P=(X,C)$: résolution
 - Algorithme 2 (intelligent) : LookAhead(M)
 - Filtrage avec un algorithme de bd-consistance d'arc
 - **Risque** : le problème de fragmentation

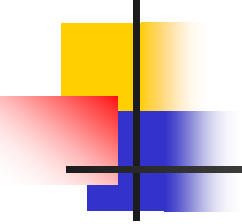
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

Exemple 1 : TCSP

- Le problème de fragmentation : l'opération clé de la bd-consistance d'arc, $M_p[0,i] = M_p[0,i] \cap M_p[0,j] \circ M_p[j,i]$, peut fragmenter le domaine binarisé de la variable X_i
- Remède : bd-consistance d'arc faible $\rightarrow$ wbdAC3



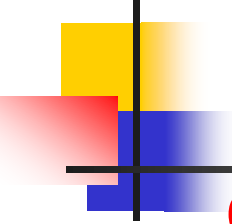


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$
 - bd-consistance d'arc faible :
 - Remplacer la composition par la composition faible
 - La composition faible est la composition des fermetures convexes
 - Weak bdAC3 (wbdAC3)



CHAPITRE IV

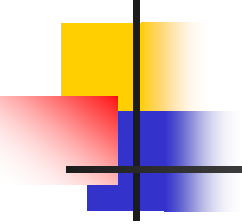
CSP binaires continus (TCSP)

CSP binaires continus

- TCSP $P=(X,C)$: résolution

- Algorithme 2 (intelligent) : LookAhead(M)

- Recherche d'un raffinement convexe bd-consistant d'arc :
 - STP bd-consistant d'arc
- Ordre d'instanciation sur les paires de variables
- Une paire de variables est instanciée avec les blocs convexes maximaux constituant son poids
- A chaque fois qu'une nouvelle paire est instanciée
 - Filtrage : bd-consistance d'arc faible (wbdAC3)
 - Si inconsistance détectée : échec (retour arrière)
- Si instanciation avec succès de toutes les paires de variables
 - raffinement convexe bd-consistant d'arc
→ STP consistant avec domaines binarisés minimaux



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (TCSP)

fonction LookAhead(M) : booléen

début

wbdAC3(M)

si (M contient un domaine binarisé vide) alors retourner FAUX finsi

si toutes les paires de variables sont instanciées alors retourner VRAI

Sinon

choisir une paire (X_i, X_j) disjonctive de variables qui n'est pas encore instanciée

pour tout sous-ensemble convexe maximal r de $M[i, j]$ faire

$M' = M$

$M'[i, j] = r$

$M'[j, i] = r^t$

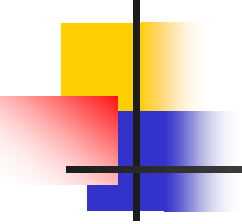
si LookAhead(M') alors retourner VRAI finsi

fait

retourner FAUX //l'instanciation partielle ne peut pas être étendue à la paire (X_i, X_j)

finsi

fin



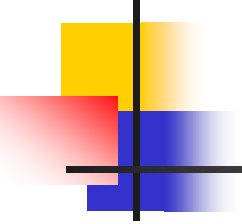
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

■ Objets et relations

- Objets : les points du plan (espace 2-dimensionnel)
- Relations qualitatives sur des paires de points :
 - Relations atomiques : 9
 - Relations générales (disjonctives) :
 - Sous-ensembles de relations atomiques : $2^9=512$

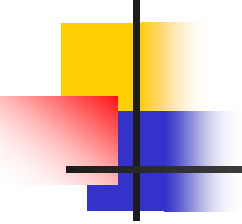


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales : les 9 relations atomiques

Symbole	Signification	Traduction
SW	South-West	sud-ouest
W	West	ouest
NW	North-West	nord-ouest
S	South	sud
EQ	Equal	Egal
N	North	nord
SE	South-East	sud-est
E	East	est
NE	North-East	nord-est



CHAPITRE IV

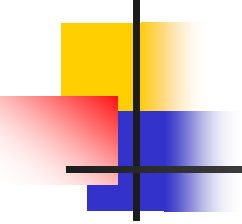
CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

- CSP qualitatif de directions cardinales

Paire $P=(X,C)$:

- X ensemble fini de variables : $X=\{X_1, \dots, X_n\}$
- C ensemble fini de contraintes binaires sur des paires de variables de P
- Le domaine de chacune des variables est l'ensemble $\mathbb{IR}^2$ ou l'ensemble Q^2
 - Le domaine commun des variables sera noté $D(P)$



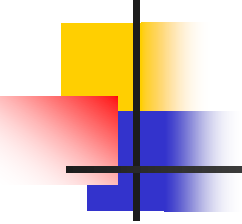
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

CSP qualitatif de directions cardinales $P=(X,C)$: Contraintes

- $R(X_i, X_j)$, R étant une des 512 relations de l'algèbre des directions cardinales

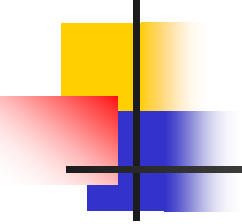


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

- CSP qualitatif de directions cardinales $P=(X,C)$
 - Représentation graphique
 - Représentation matricielle

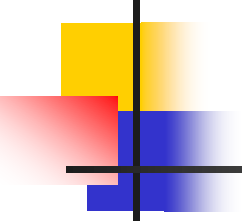


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales : Transposée

Relation atomique r	Transposée r^t de r
SW	NE
W	E
NW	SE
S	N
EQ	EQ
N	S
SE	NW
E	W
NE	SW



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

- Intersection

- $R_1 \cap R_2 = \{r : r \in R_1 \text{ et } r \in R_2\}$
- Intersection ensembliste

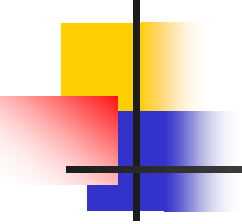
CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

- Table de composition

°	SW	...	N	...	NE	EQ
SW	SW	...	{SW,W,NW}	...	?	SW
...	...	...	...	...	...	...
S	SW	...	{S,EQ,N}	...	{SE,E,NE}	S
...	...	...	...	...	...	...
NE	?	...	NE	...	NE	NE
EQ	SW	...	N	...	NE	EQ

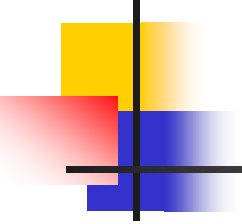


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

- CSP qualitatif de directions cardinales $P=(X,C)$
 - Nœud-consistant
 - Arc-consistant

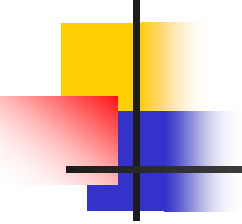


CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

Algèbre des directions cardinales

- CSP qualitatif de directions cardinales $P=(X,C)$
 - Consistance de chemin : P est consistant de chemin si
 - Pour tout triplet (X_i, X_k, X_j) de variables :
$$C_{ij} \subseteq C_{ik} \circ C_{kj}$$



CHAPITRE IV

CSP binaires continus (directions cardinales)

procedure PC2(M_p)

début

$Q \leftarrow \{(X_i, X_k, X_j) \in X^3 : (i < j) \text{ et } (k \notin \{i, j\})\};$

entrée_vide = faux

tant que $Q \neq \emptyset$ et $\neg$ entrée_vide **faire**

Prendre un triplet (X_i, X_k, X_j) de variables de Q , et l'en supprimer ($Q \leftarrow Q \setminus \{(X_i, X_k, X_j)\}$);

$\text{temp} = M_p[i, j] \cap M_p[i, k] \circ M_p[k, j];$

si $\text{temp} = \emptyset$ **alors** entrée_vide = vrai

sinon

si $\text{temp} \neq M_p[i, j]$ **alors**

$M_p[i, j] = \text{temp}; M_p[j, i] = (\text{temp})^t$

$Q = Q \cup \{(X_i, X_j, X_m) : (i < m) \text{ et } (m \neq j)\} \cup \{(X_m, X_i, X_j) : (m < j) \text{ et } (m \neq i)\}$

finsi

finsi

fait

fin



CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

Algèbre des directions cardinales

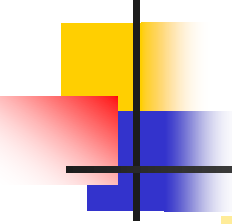
- CSP qualitatif de directions cardinales $P=(X,C)$
 - CSP atomique :
 - ❖ chaque entrée de la représentation matricielle est une relation atomique
 - Importance :
 - ❖ Un CSP atomique a un comportement calculatoire polynomial :
 - La consistance de chemin décide la consistance d'un tel CSP
 - De plus : le résultat de la consistance de chemin est un CSP minimal et même fortement n-consistant
 - ❖ Les algorithmes de recherche sont basés sur la recherche d'un raffinement atomique consistant de chemin

CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

GET : version itérative

1. Générer tous les raffinements atomiques
2. Initialement, aucun raffinement atomique n'est marqué
3. Considérer un raffinement atomique M non marqué
4. Marquer M
5. PC2(M)
6. Si M ne contient pas d'entrées vides
 - **Succès** : retourner M
7. Si tous les raffinements atomiques sont marqués
 - **Echec** : retourner « le CSP n'admet pas de solution »
8. **Passer au raffinement atomique suivant** : aller à 3.



CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

GET : version récursive

fonction GET(M) : booléen

début

si (M atomique) alors

PC2(M)

si (aucune entrée vide dans M) alors retourner VRAI sinon retourner FAUX finsi

sinon

choisir une entrée disjonctive (i,j)

pour toute relation atomique r de M[i,j] faire

$M2 = M; M2[i,j] = \{r\}; M2[j,i] = \{r\}^t$

si GET(M2) alors retourner VRAI finsi fait

retourner FAUX

finsi

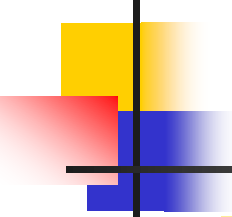
fin

CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

Algèbre des directions cardinales

- CSP qualitatif de directions cardinales $P=(X,C)$
 - Algorithme 2 (intelligent) : LookAhead(M)
 - Répéter : instanciation suivie d'un filtrage
 - On n'instancie pas les variables (domaines infinis)
 - On instancie les arcs disjonctifs : les arcs (X_i, X_j) tels que $M[i,j]$ a plus d'une relation atomique
 - Filtrage avec un algorithme de consistance de chemin tel que PC1 ou PC2



CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

fonction LookAhead(M) : booléen

début

PC2(M)

si (M contient une entrée vide) alors retourner FAUX finsi

si toutes les paires de variables sontinstanciées alors retourner VRAI

Sinon

choisir une paire (X_i, X_j) disjonctive de variables qui n'est pas encore instanciée

pour toute relation atomique r de $M[i, j]$ faire

$M' = M$

$M'[i, j] = \{r\}$

$M'[j, i] = \{r\}^t$

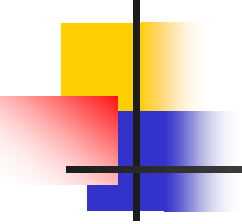
si LookAhead(M') alors retourner VRAI finsi

fait

retourner FAUX //l'instanciation partielle ne peut pas être étendue à la paire (X_i, X_j)

finsi

fin

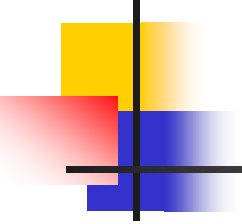


CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

Exemple 1 :

- CSP qualitatif de directions cardinales
 - Béjaia est à l'est d'Alger
 - Oran est à l'ouest d'Alger
 - Le bateau est au nord-est d'Alger
 - satellite 1 à l'instant t
 - Le bateau est au nord ou au nord-est d'Oran
 - satellite 2 au même instant t

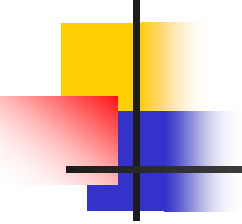


CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

Exemple 2 :

- CSP qualitatif de directions cardinales
 - Béjaia est à l'est d'Alger
 - Oran est à l'ouest d'Alger
 - Le bateau est au nord ou au nord-est d'Alger
 - satellite 1 à l'instant t
 - Le bateau est au nord-est d'Oran
 - satellite 2 au même instant t



CHAPITRE IV

Résolution d'un CSP binaire continu

Exemple 3 (exo 2 de la série TD n° 5) :

- CSP qualitatif de directions cardinales
 - Béjaia est à l'est d'Alger
 - Oran est à l'ouest d'Alger
 - Le bateau est au nord-ouest d'Alger
 - satellite 1 à l'instant t
 - Le bateau est au nord-est de Béjaia
 - satellite 2 au même instant t