

# Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

## Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Mr ISLI

Faculté d'Informatique

Département Intelligence Artificielle et Science des Données

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

[https://perso.usthb.dz/~aisli/TA\\_PpC.htm](https://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm)

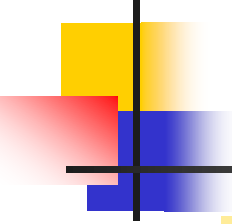
[amar.isli@usthb.edu.dz](mailto:amar.isli@usthb.edu.dz)

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

**Exemple 1 :** appliquer les algorithmes de consistance d'arc AC1 et AC3 au CSP  $P=(X,D,C)$

- $X=\{X_1,X_2,X_3,X_4\}$
- $D(X_1)=D(X_2)=D(X_3)=D(X_4)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
- $C=\{c_1 : X_1 \text{ impair} ; c_2 : X_2 \text{ pair} ; c_3 : X_3 \text{ impair} ; c_4 : X_4 \text{ pair} ;$   
     $c_5 : X_1 < X_2 ;$   
     $c_6 : X_2 < X_4 ;$   
     $c_7 : X_1 < X_4 ;$   
     $c_8 : X_1 < X_3 ;$   
     $c_9 : X_3 < X_4 ;$   
     $c_{10} : X_2 < X_3\}$



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 : Filtrage des domaines par consistance de noeud (étape commune à AC1 et AC3)

- Pour chaque variable  $X_i$ , supprimer de  $D(X_i)$  toute valeur ne satisfaisant pas les contraintes unaires portant sur  $X_i$
- Ainsi, on supprime de  $D(X_1)$  et de  $D(X_3)$  toutes les valeurs paires ; de  $D(X_2)$  et de  $D(X_4)$  toutes les valeurs impaires

# Annexe 1

## Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

### Exemple 1 (AC1) :

Configuration 0, ou initiale :

- initialement, après filtrage des domaines par consistance de noeud
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i     | 1         | 2         | 3         | 4         |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| D(Xi) | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} |

Première passe de AC1 (Itération 1 de la boucle répéter, R initialisé à FALSE)

Passe 1, Etape 1 :

- on considère les paires  $(X_1, X_2)$  puis  $(X_2, X_1)$  : aucune modification dans les domaines de  $X_1$  et  $X_2$

# Annexe 1

## Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

### Exemple 1 (AC1) :

#### Passe 1, Configuration 1 :

- $R = \text{FALSE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1         | 2         | 3         | 4         |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} |

#### Passe 1, Etape 2 :

- On considère la paire suivante de la file,  $(X_2, X_4)$  : suppression de la valeur 8 du domaine de  $X_2$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 2 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1         | 2       | 3         | 4         |
|--------------------|-----------|---------|-----------|-----------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5,7} | {2,4,6} | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} |

Passe 1, Etape 3 :

- On considère la paire suivante de la file,  $(X_4, X_2)$  : suppression de la valeur 2 du domaine de  $X_4$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 3 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1         | 2       | 3         | 4       |
|--------------------|-----------|---------|-----------|---------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5,7} | {2,4,6} | {1,3,5,7} | {4,6,8} |

Passe 1, Etape 4 :

- on considère les deux paires suivantes de la file,  $(X_1, X_4)$  puis  $(X_4, X_1)$  : aucune modification dans les domaines de  $X_1$  et  $X_4$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 4 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1         | 2       | 3         | 4       |
|--------------------|-----------|---------|-----------|---------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5,7} | {2,4,6} | {1,3,5,7} | {4,6,8} |

Passe 1, Etape 5 :

- On considère la paire suivante de la file,  $(X_1, X_3)$  : suppression de la valeur 7 du domaine de  $X_1$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 5 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1       | 2       | 3         | 4       |
|--------------------|---------|---------|-----------|---------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5} | {2,4,6} | {1,3,5,7} | {4,6,8} |

Passe 1, Etape 6 :

- On considère la paire suivante de la file,  $(X_3, X_1)$  : suppression de la valeur 1 du domaine de  $X_3$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 6 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1       | 2       | 3       | 4       |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

Passe 1, Etape 7 :

- On considère les deux paires suivantes de la file,  $(X_3, X_4)$  puis  $(X_4, X_3)$  : aucune modification dans les domaines de  $X_3$  et  $X_4$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 7 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1       | 2       | 3       | 4       |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

Passe 1, Etape 8 :

- On considère les deux paires suivantes de la file,  $(X_2, X_3)$  puis  $(X_3, X_2)$  : aucune modification dans les domaines de  $X_2$  et  $X_3$

# Annexe 1

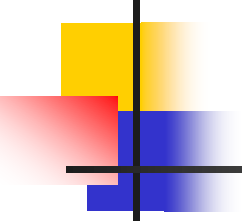
## Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

### Exemple 1 (AC1) :

Passe 1, Configuration 8 :

- $R = \text{TRUE}$
- Toutes les paires de la file ont été considérées
  - fin de la première passe
- $R$  étant égal à  $\text{TRUE}$ , la première passe a modifié (réduit) au moins un domaine de variable
- l'algorithme AC1 refait donc toute une passe en reconsidérant chacune des paires sur lesquelles il y a une contrainte, et en réinitialisant au préalable  $R$  à  $\text{FALSE}$  : deuxième itération de la boucle répéter
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i     | 1       | 2       | 3       | 4       |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| D(Xi) | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC1) :

Passé 2 :

- La passe 2 ne modifie aucun domaine de variable et laisse donc inchangée la valeur de R : R=FALSE
- La passe 1 avait donc rendu le CSP consistant d'arc : mais il a fallu, et c'est l'inconvénient de AC1, toute une nouvelle passe à vide (sans réduction de domaine de variable) pour que l'algorithme s'en rende compte

Passé 2, Configuration finale (domaines du CSP consistant d'arc) :

| i                  | 1       | 2       | 3       | 4       |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

# Annexe 1

## Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

### Exemple 1 (AC3) :

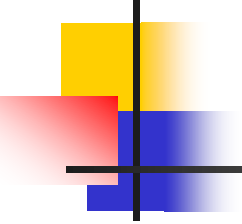
#### Configuration 0 :

- initialement, après filtrage des domaines par consistance de noeud
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i                  | 1         | 2         | 3         | 4         |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| D(X <sub>i</sub> ) | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} | {1,3,5,7} | {2,4,6,8} |

#### Etape 1 :

- On prend  $(X_1, X_2)$  puis  $(X_2, X_1)$  de la file : aucune modification dans les domaines de  $X_1$  et  $X_2$
- **Remarque** : quand AC3 prend une paire de la file, il l'en supprime ; mais la paire peut éventuellement y être réintroduite plus tard (voir plus loin)



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

Configuration 1 :

- $Q = \{(X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

| i        | 1                | 2                | 3                | 4                |
|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $D(X_i)$ | $\{1, 3, 5, 7\}$ | $\{2, 4, 6, 8\}$ | $\{1, 3, 5, 7\}$ | $\{2, 4, 6, 8\}$ |

Etape 2 :

- On prend  $(X_2, X_4)$  de la file : suppression de la valeur 8 du domaine de  $X_2$ . On ajoute la paire  $(X_1, X_2)$  à la file, la paire  $(X_3, X_2)$  y étant déjà

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

Configuration 2 :

- $Q = \{(X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$

| i        | 1             | 2           | 3             | 4             |
|----------|---------------|-------------|---------------|---------------|
| $D(X_i)$ | $\{1,3,5,7\}$ | $\{2,4,6\}$ | $\{1,3,5,7\}$ | $\{2,4,6,8\}$ |

Etape 3 :

- On prend  $(X_4, X_2)$  de la file : suppression de la valeur 2 du domaine de  $X_4$ . Rien à ajouter à la file, les paires  $(X_1, X_4)$  et  $(X_3, X_4)$  y étant déjà

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

Configuration 3 :

$$Q = \{(X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), \\ (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$$

| i        | 1                | 2             | 3                | 4             |
|----------|------------------|---------------|------------------|---------------|
| $D(X_i)$ | $\{1, 3, 5, 7\}$ | $\{2, 4, 6\}$ | $\{1, 3, 5, 7\}$ | $\{4, 6, 8\}$ |

Etape 4 :

- On prend la paire  $(X_1, X_4)$  puis la paire  $(X_4, X_1)$  de la file : aucune modification dans les domaines de  $X_1$  et  $X_4$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

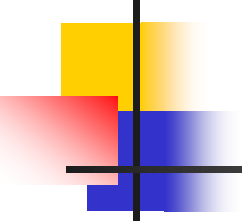
Configuration 4 :

- $Q = \{(X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$

| i        | 1                | 2             | 3                | 4             |
|----------|------------------|---------------|------------------|---------------|
| $D(X_i)$ | $\{1, 3, 5, 7\}$ | $\{2, 4, 6\}$ | $\{1, 3, 5, 7\}$ | $\{4, 6, 8\}$ |

Etape 5 :

- On prend  $(X_1, X_3)$  de la file : suppression de la valeur 7 du domaine de  $X_1$ . Les paires  $(X_2, X_1)$  et  $(X_4, X_1)$  sont ajoutées à la file



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

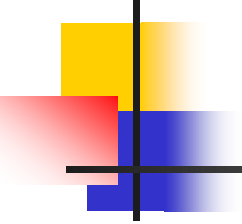
Configuration 5 :

- $Q = \{(X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

| i        | 1       | 2       | 3         | 4       |
|----------|---------|---------|-----------|---------|
| $D(X_i)$ | {1,3,5} | {2,4,6} | {1,3,5,7} | {4,6,8} |

Etape 6 :

- On prend  $(X_3, X_1)$  de la file : suppression de la valeur 1 du domaine de  $X_3$ . Rien n'est ajouté à la file, les paires  $(X_2, X_3)$  et  $(X_4, X_3)$  y étant déjà



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

Configuration 6 :

- $Q = \{(X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

| i        | 1       | 2       | 3       | 4       |
|----------|---------|---------|---------|---------|
| $D(X_i)$ | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

Etape 7 :

- On prend  $(X_3, X_4)$  puis  $(X_4, X_3)$  de la file : aucune modification dans les domaines de  $X_3$  et  $X_4$

# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

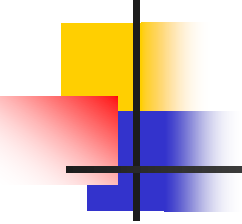
Configuration 7 :

- $Q = \{(X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

| i        | 1             | 2             | 3             | 4             |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $D(X_i)$ | $\{1, 3, 5\}$ | $\{2, 4, 6\}$ | $\{3, 5, 7\}$ | $\{4, 6, 8\}$ |

Etape 8 :

- On prend  $(X_2, X_3)$  puis  $(X_3, X_2)$  de la file : aucune modification dans les domaines de  $X_2$  et  $X_3$



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

## Exemple 1 (AC3) :

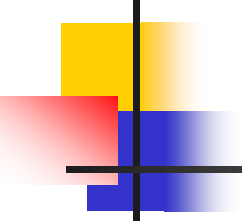
Configuration 8 :

- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

| i        | 1       | 2       | 3       | 4       |
|----------|---------|---------|---------|---------|
| $D(X_i)$ | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

Etape 9 :

- On prend  $(X_1, X_2)$  puis  $(X_2, X_1)$  de la file : aucune modification dans les domaines de  $X_1$  et  $X_2$



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

---

## Exemple 1 (AC3) :

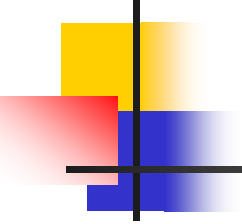
Configuration 9 :

- $Q = \{(X_4, X_1)\}$

| i        | 1       | 2       | 3       | 4       |
|----------|---------|---------|---------|---------|
| $D(X_i)$ | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

Etape 10 :

- On prend  $(X_4, X_1)$  de la file : aucune modification dans le domaine de  $X_4$



# Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

---

## Exemple 1 (AC3) :

Configuration 10 :

- $Q = \{\}$

| i        | 1       | 2       | 3       | 4       |
|----------|---------|---------|---------|---------|
| $D(X_i)$ | {1,3,5} | {2,4,6} | {3,5,7} | {4,6,8} |

Conclusion :

- La file est vide ; de plus, aucun domaine n'a été rendu vide : le CSP final est consistant d'arc