

Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

Annexe 2-2

Résolution d'un CSP binaire discret : déroulement de PC1 et de PC2

Mr ISLI

Faculté d'Informatique

Département Intelligence Artificielle et Science des Données

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

https://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm

amar.isli@usthb.edu.dz

Annexe 2-2

Déroulement de PC1 et de PC2

Cette annexe présente le déroulement des algorithmes de consistance de chemin PC1 et PC2 sur le CSP binaire discret $P=(X,D,C)$ suivant :

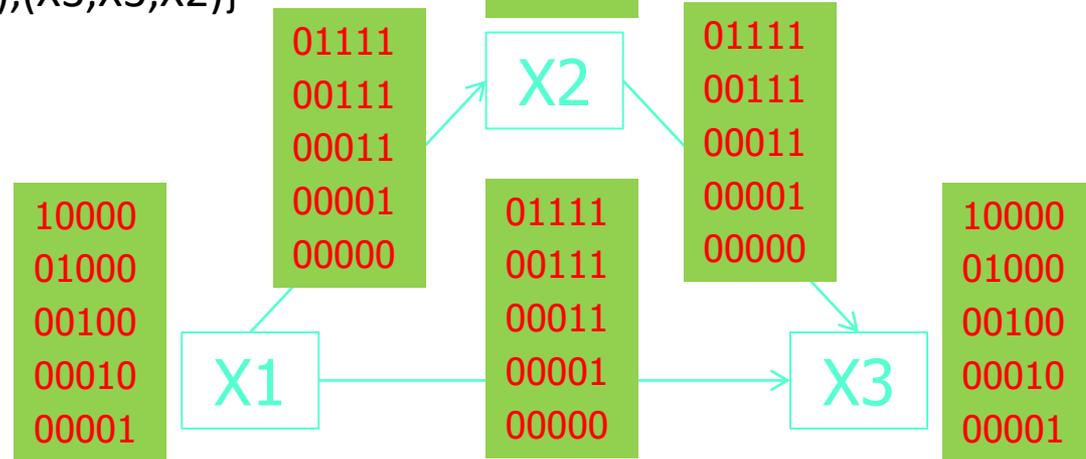
- $X=\{X_1,X_2,X_3\}$
- $D(X_1)=D(X_2)=D(X_3)=\{1,2,3,4,5\}$
- $C=\{c_1 : X_1 < X_2 ;$
 $c_2 : X_1 < X_3 ;$
 $c_3 : X_2 < X_3\}$

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000 $M_p[1,2] = M_p[1,2] \cap$
 01000 $M_p[1,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$
 00100
 00010
 00001
 Aucune modification :
 $M_p[1,1]$ matrice identité

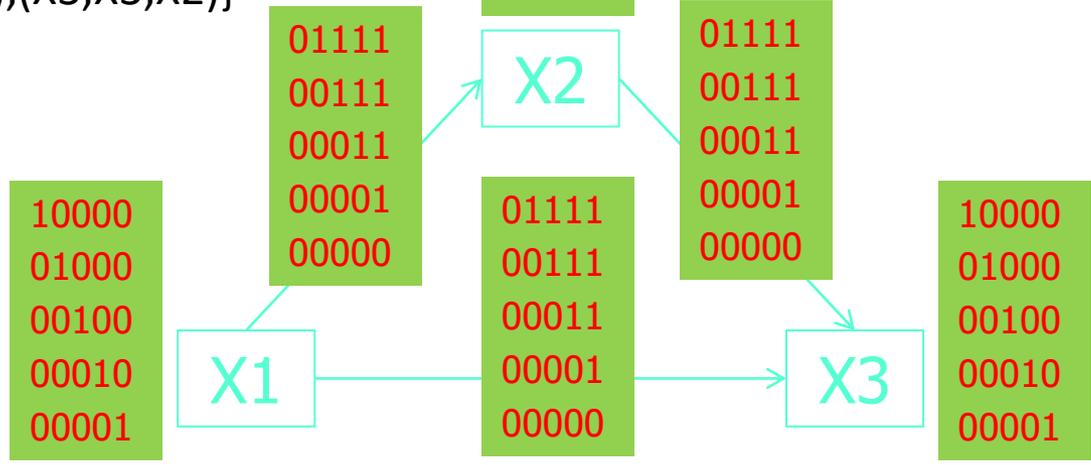


Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000 $M_p[1,3] = M_p[1,3] \cap$
 01000 $M_p[1,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,3]$
 00100
 00010
 00001
 Aucune modification :
 $M_p[1,1]$ matrice identité



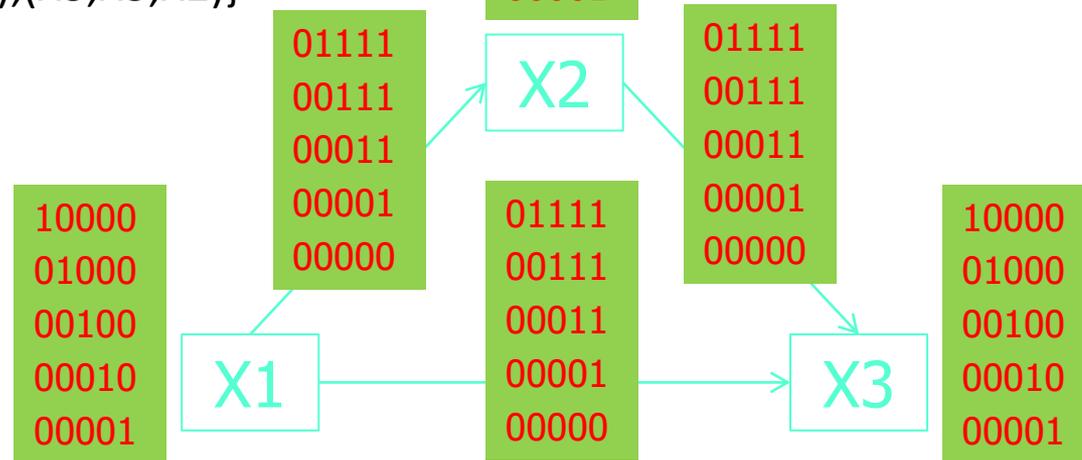
Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1), (X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3), (X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3), (X3, X1, X1), (X3, X1, X2), (X3, X1, X3), (X3, X2, X1), (X3, X2, X2), (X3, X2, X3), (X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000 $M_p[1,1] = M_p[1,1] \cap$
01000 $M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,1]$
00100
00010
00001

Ici modification :
voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[1,1] = M_p[1,1] \cap M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,1]$$

$$M_p[1,1] =$$

10000
01000
00100
00010
00001

∩

01111
00111
00011
00001
00000

∘

00000
10000
11000
11100
11110

=

10000
01000
00100
00010
00001

∩

11110
11110
11110
11110
00000

=

10000
01000
00100
00010
00000

Ici on voit bien que consistance de chemin implique consistance d'arc :

- Suppression de la valeur 5 du domaine de X1 parce qu'il n'existe aucune valeur v2 du domaine de X2 telle que $\{(X1,5),(X2,v2)\}$ satisfasse les contraintes binaires sur X1 et X2

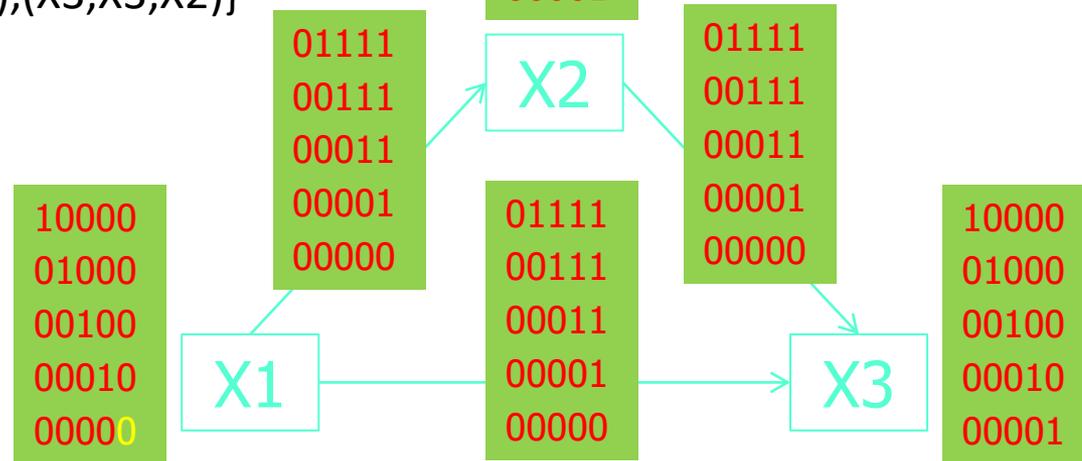
Important : PC1 aura à faire toute une nouvelle passe quelle que soit l'issue du reste de la passe en cours, même si cette toute première modification, suppression d'une seule valeur d'un domaine, devait en être l'unique (parallèle avec AC1)

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000 $M_p[1,2] = M_p[1,2] \cap$
 01000 $M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,2]$
 00100
 00010
 00001
 Aucune modification :
 $M_p[2,2]$ matrice identité



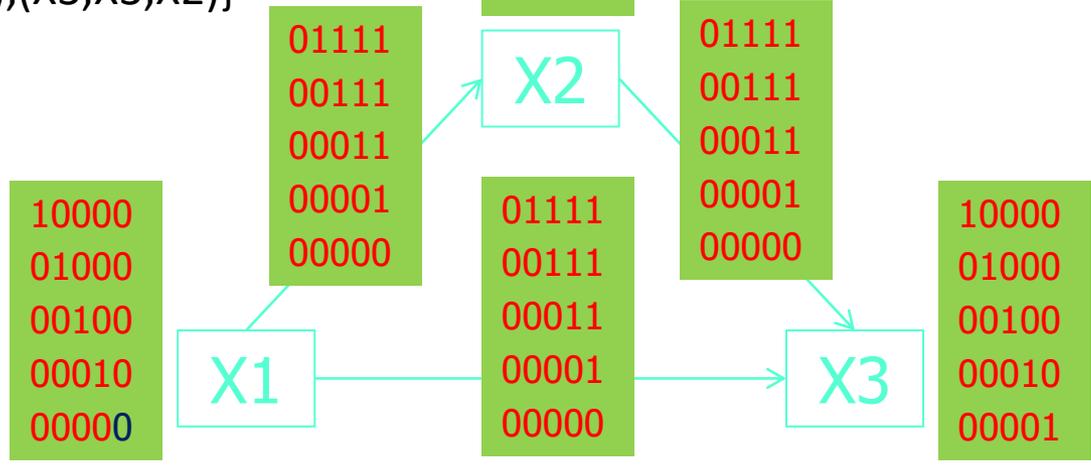
Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1), (X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3), (X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3), (X3, X1, X1), (X3, X1, X2), (X3, X1, X3), (X3, X2, X1), (X3, X2, X2), (X3, X2, X3), (X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000
01000
00100
00010
00001

$M_p[1,3] = M_p[1,3] \cap M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,3]$
Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[1,3] = M_p[1,3] \cap M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,3]$$

$$M_p[1,3] = \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} \circ \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} = \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix} = \begin{matrix} 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix}$$

Ici, les paires (1,2), (2,3), (3,4) et (4,5) ont été supprimées de la matrice $M_p[1,3]$ parce qu'aucune des quatre paires n'a de correspondant dans X_2 :

- entre deux entiers consécutifs, il n'existe aucun autre entier
- l'instanciation partielle $\{(X_1,1),(X_3,2)\}$, par exemple, satisfait bien les contraintes binaires entre X_1 et X_3 mais il n'existe aucune valeur v_2 du domaine de X_2 telle que $\{(X_1,1),(X_2,v_2)\}$ satisfasse les contraintes entre X_1 et X_2 , et, en même temps, $\{(X_2,v_2),(X_3,2)\}$ satisfasse les contraintes entre X_2 et X_3

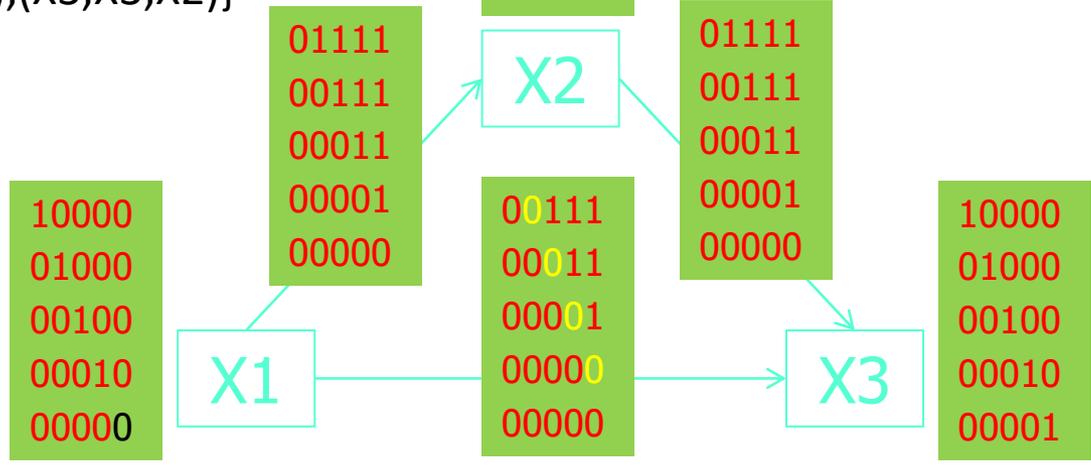
Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000
 01000
 00100
 00010
 00001

$M_p[1,1] = M_p[1,1] \cap$
 $M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,1]$
 Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[1,1] = M_p[1,1] \cap M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,1]$$

$$M_p[1,1] = \begin{matrix} 10000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00000 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix} \circ \begin{matrix} 00000 \\ 10000 \\ 11000 \\ 11100 \\ 11110 \end{matrix} = \begin{matrix} 10000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00000 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 11110 \\ 11110 \\ 11110 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix} = \begin{matrix} 10000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix}$$

La passe modifie pour la deuxième fois le domaine de X1 en en supprimant la valeur 4

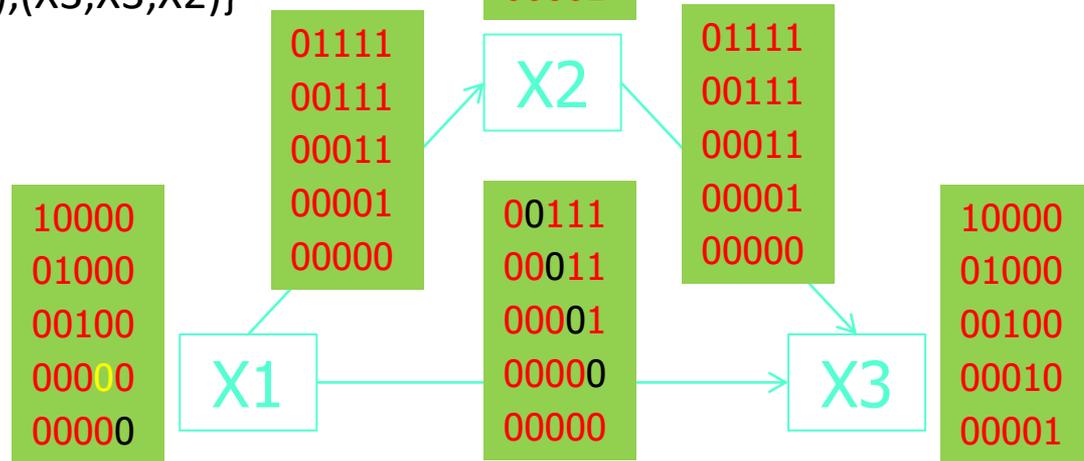
Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000
 01000
 00100
 00010
 00001

$M_p[1,2] = M_p[1,2] \cap$
 $M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,2]$
 Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[1,2] = M_p[1,2] \cap M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,2]$$

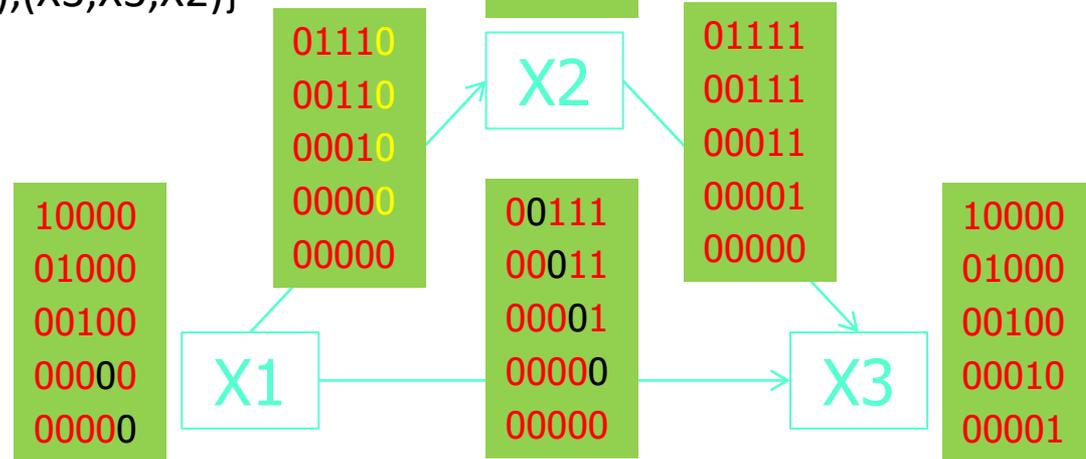
$$M_p[1,2] = \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix} \circ \begin{matrix} 00000 \\ 10000 \\ 11000 \\ 11100 \\ 11110 \end{matrix} = \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 11110 \\ 11110 \\ 11110 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix} = \begin{matrix} 01110 \\ 00110 \\ 00010 \\ 00000 \\ 00000 \end{matrix}$$

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000 $M_p[1,3] = M_p[1,3] \cap$
 01000 $M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,3]$
 00100
 00010
 00001
 Aucune modification :
 $M_p[3,3]$ matrice identité



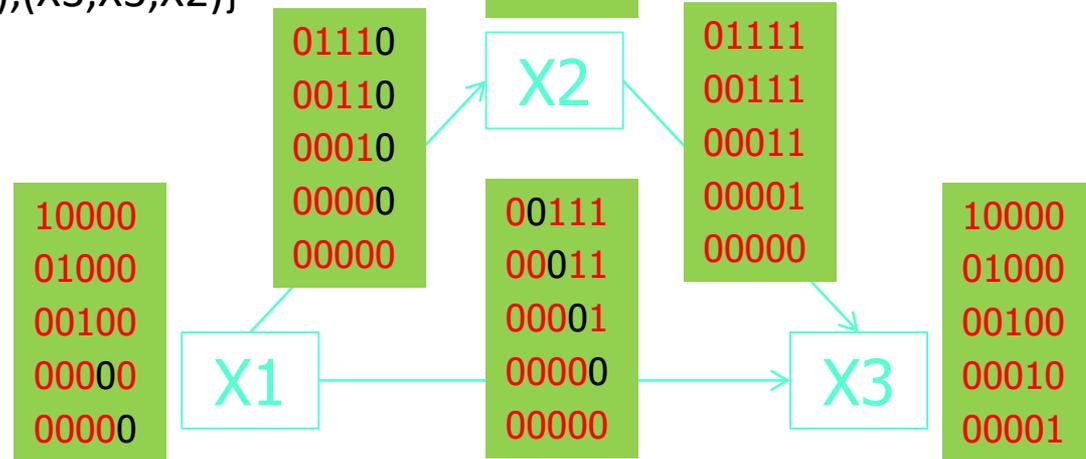
Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

10000
 01000
 00100
 00010
 00001

$M_p[2,1] = M_p[2,1] \circ$
 $M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,1]$
 Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[2,1] = M_p[2,1] \cap M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,1]$$

$M_p[2,1] =$

0000
1000
1100
1110
1110

\cap

0000
1000
1100
1110
1110

\circ

1000
0100
0010
0000
0000

\circ

1000
0100
0010
0000
0000

$=$

0000
1000
1100
1110
1110

\cap

0000
1000
1100
1110
1110

\circ

1000
0100
0010
0000
0000

$=$

0000
1000
1100
1110
1110

\cap

0000
1000
1100
1110
1110

$=$

0000
1000
1100
1110
1110

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

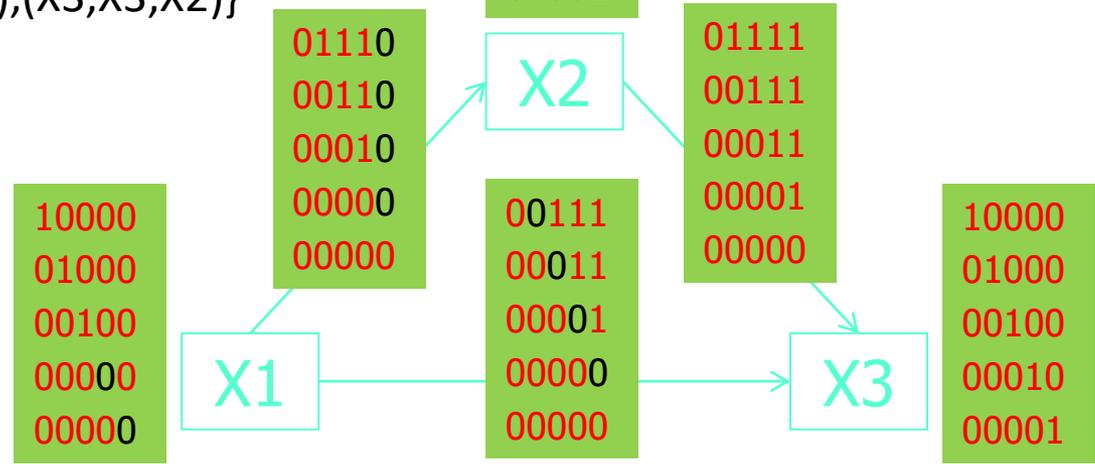
$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

$M_p[2,1] =$

00000
 10000
 11000
 11100
 11100

10000
 01000
 00100
 00010
 00001

$M_p[2,2] = M_p[2,2] \cap$
 $M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$
 Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[2,2] = M_p[2,2] \cap M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$$

$M_p[2,2] =$

10000	00000	10000	01110
01000	10000	01000	00110
00100	11000	00100	00010
00010	11100	00000	00000
00001	11100	00000	00000

=

10000	00000	01110	10000	00000
01000	10000	00110	01000	01000
00100	11000	00010	00100	00100
00010	11100	00000	00010	00010
00001	11100	00000	00001	00000

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

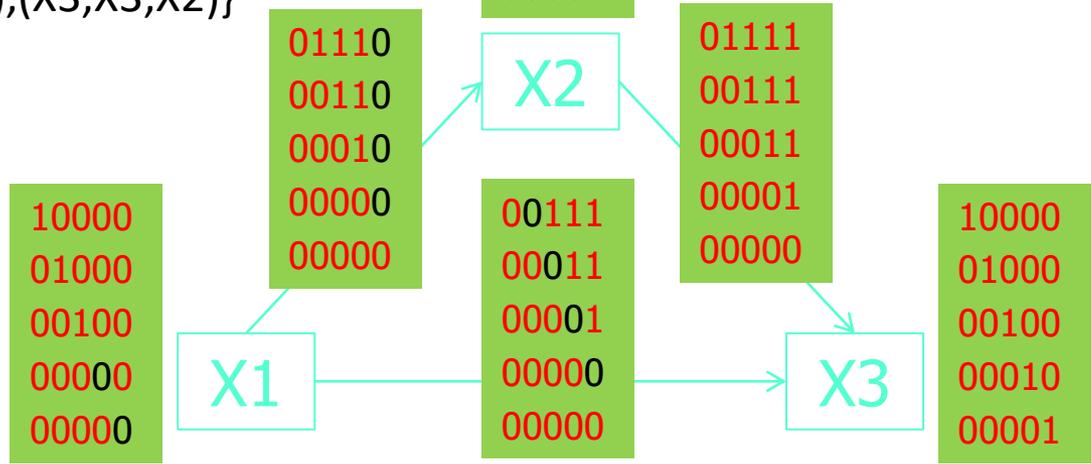
$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

$M_p[2,1] =$

00000
 10000
 11000
 11100
 11100

00000
 01000
 00100
 00010
 00000

$M_p[2,3] = M_p[2,3] \cap$
 $M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,3]$
 Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[2,3] = M_p[2,3] \cap M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,3]$$

$M_p[2,3] =$

01111	00000	10000	00111
00111	10000	01000	00011
00011	11000	00100	00001
00001	11100	00000	00000
00000	11100	00000	00000

=

01111	00000	00111	01111	00000	00000
00111	10000	00011	00111	00111	00111
00011	11000	00001	00011	00111	00011
00001	11100	00000	00001	00111	00001
00000	11100	00000	00000	00111	00000

Annexe 2-2

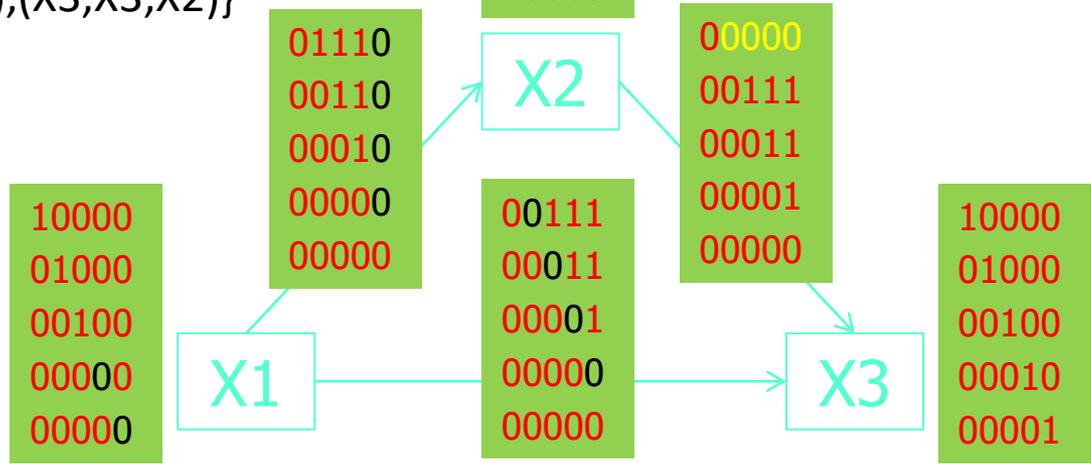
Déroulement de PC1

$Q = \{(X1, X1, X2), (X1, X1, X3), (X1, X2, X1), (X1, X2, X2), (X1, X2, X3), (X1, X3, X1),$
 $(X1, X3, X2), (X1, X3, X3), (X2, X1, X1), (X2, X1, X2), (X2, X1, X3), (X2, X2, X1), (X2, X2, X3),$
 $(X2, X3, X1), (X2, X3, X2), (X2, X3, X3),$
 $(X3, X1, X1), (X3, X1, X2),$
 $(X3, X1, X3), (X3, X2, X1),$
 $(X3, X2, X2), (X3, X2, X3),$
 $(X3, X3, X1), (X3, X3, X2)\}$

$M_p[2,1] =$
 00000
 10000
 11000
 11100
 11100

00000
 01000
 00100
 00010
 00000

$M_p[2,1] = M_p[2,1] \cap$
 $M_p[2,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,1]$
 Modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[2,1] = M_p[2,1] \cap M_p[2,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,1]$$

$M_p[2,1] =$

0000	0000	0000	0000
1000	0100	0100	1000
1100	0010	0010	1100
1110	0001	0001	1110
1110	0000	0000	1110

=

0000	0000	0000	0000	0000	0000
1000	0100	1000	1000	1000	1000
1100	0010	1100	1100	1100	1100
1110	0001	1110	1110	1110	1110
1110	0000	1110	1110	0000	0000

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

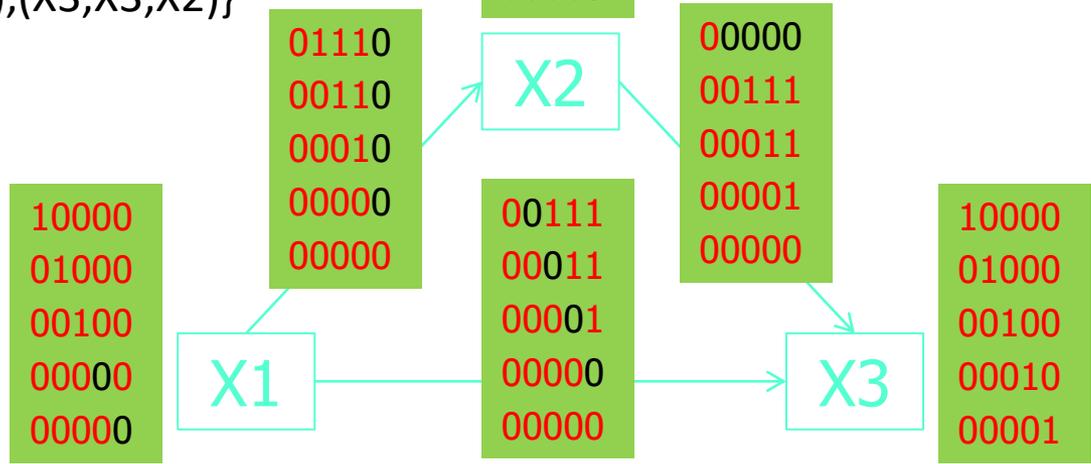
$M_p[2,1]=$

00000
10000
11000
11100
00000

$Q=\{(X1,X1,X2),(X1,X1,X3),(X1,X2,X1),(X1,X2,X2),(X1,X2,X3),(X1,X3,X1),$
 $(X1,X3,X2),(X1,X3,X3),(X2,X1,X1),(X2,X1,X2),(X2,X1,X3),(X2,X2,X1),(X2,X2,X3),$
 $(X2,X3,X1),(X2,X3,X2),(X2,X3,X3),$
 $(X3,X1,X1),(X3,X1,X2),$
 $(X3,X1,X3),(X3,X2,X1),$
 $(X3,X2,X2),(X3,X2,X3),$
 $(X3,X3,X1),(X3,X3,X2)\}$

00000
01000
00100
00010
00000

$M_p[2,3]=M_p[2,3] \cap$
 $M_p[2,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,3]$
 Aucune modification :
 voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_P[2,3] = M_P[2,3] \cap M_P[2,2] \circ M_P[2,2] \circ M_P[2,3]$$

$M_P[2,3] =$

0000		0000		0000		0000
00111		01000		01000		00111
00011	\cap	00100	\circ	00100	\circ	00011
00001		00010		00010		00001
00000		00000		00000		00000

$=$

0000		0000		0000		0000		0000
00111		01000		00111		00111		00111
00011	\cap	00100	\circ	00011	$=$	00011	\cap	00011
00001		00010		00001		00001		00001
00000		00000		00000		00000		00000

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

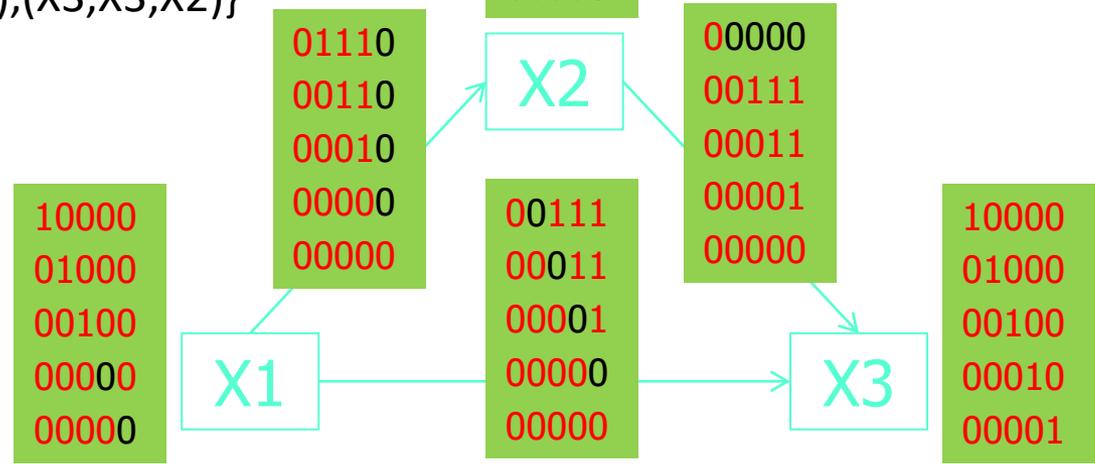
$M_p[2,1]=$

00000
10000
11000
11100
00000

$Q=\{(X1,X1,X2),(X1,X1,X3),(X1,X2,X1),(X1,X2,X2),(X1,X2,X3),(X1,X3,X1),$
 $(X1,X3,X2),(X1,X3,X3),(X2,X1,X1),(X2,X1,X2),(X2,X1,X3),(X2,X2,X1),(X2,X2,X3),$
 $(X2,X3,X1),(X2,X3,X2),(X2,X3,X3),$
 $(X3,X1,X1),(X3,X1,X2),$
 $(X3,X1,X3),(X3,X2,X1),$
 $(X3,X2,X2),(X3,X2,X3),$
 $(X3,X3,X1),(X3,X3,X2)\}$

00000
01000
00100
00010
00000

$M_p[3,1]=M_p[3,1] \cap$
 $M_p[3,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,1]$
 Aucune modification :
 voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_p[3,1] = M_p[3,1] \cap M_p[3,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,1]$$

$M_p[3,1] =$

0000	0000	1000	1000
1000	1000	0100	0100
1100	1100	0010	0010
1110	1110	0000	0000
1111	1111	0000	0000

=

0000	0000	1000	0000	0000	0000
1000	1000	0100	1000	1000	1000
1100	1100	0010	1100	1100	1100
1110	1110	0000	1110	1110	1110
1111	1110	0000	1111	1110	1110

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$M_p[2,1]=$

00000
10000
11000
11100
00000

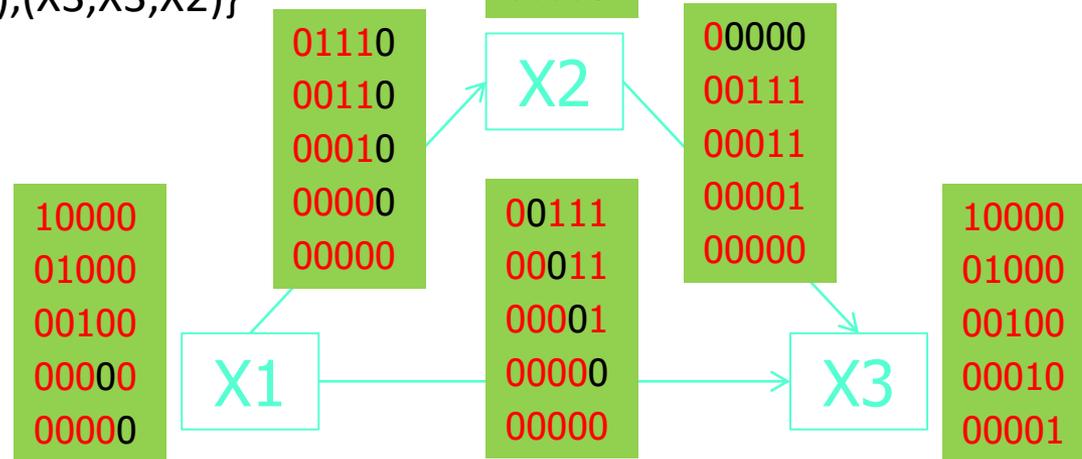
$M_p[3,1]=$

00000
10000
11000
11100
11100

$Q=\{(X1,X1,X2),(X1,X1,X3),(X1,X2,X1),(X1,X2,X2),(X1,X2,X3),(X1,X3,X1),$
 $(X1,X3,X2),(X1,X3,X3),(X2,X1,X1),(X2,X1,X2),(X2,X1,X3),(X2,X2,X1),(X2,X2,X3),$
 $(X2,X3,X1),(X2,X3,X2),(X2,X3,X3),$
 $(X3,X1,X1),(X3,X1,X2),$
 $(X3,X1,X3),(X3,X2,X1),$
 $(X3,X2,X2),(X3,X2,X3),$
 $(X3,X3,X1),(X3,X3,X2)\}$

$M_p[3,2]=M_p[3,2] \cap M_p[3,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$

Aucune modification : voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

$$M_P[3,2] = M_P[3,2] \cap M_P[3,1] \circ M_P[1,1] \circ M_P[1,2]$$

$M_P[3,2] =$

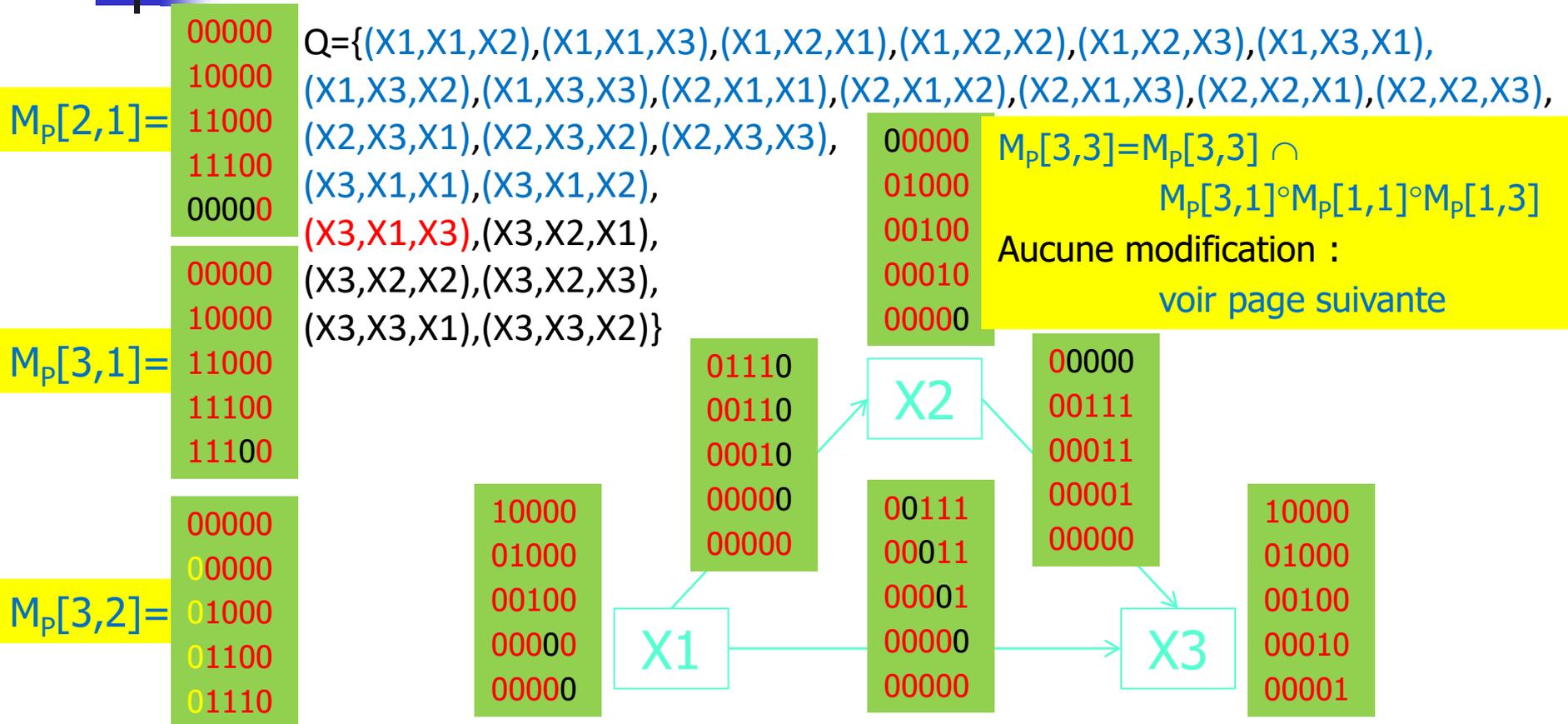
0000	0000	1000	01110
1000	1000	01000	00110
11000	11000	00100	00010
11100	11100	00000	00000
11110	11100	00000	00000

=

0000	0000	01110	0000	0000	0000
1000	1000	00110	1000	01110	0000
11000	11000	00010	11000	01110	01000
11100	11100	00000	11100	01110	01100
11110	11100	00000	11110	01110	01110

Annexe 2-2

Déroulement de PC1



Annexe 2-2

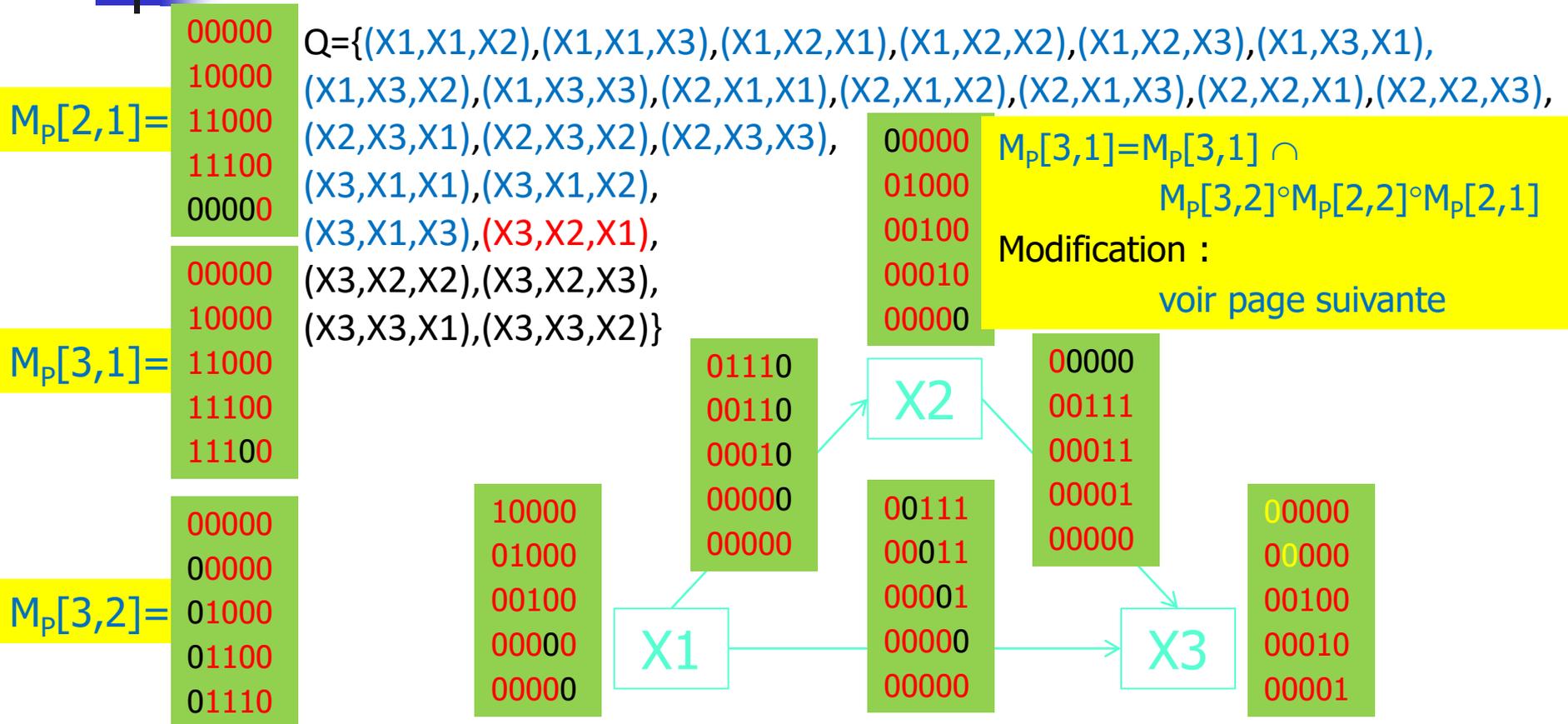
Déroulement de PC1

$$M_P[3,3] = M_P[3,3] \cap M_P[3,1] \circ M_P[1,1] \circ M_P[1,3]$$

$$\begin{array}{c}
 M_P[3,3] = \\
 \begin{array}{|c|} \hline 10000 \\ \hline 01000 \\ \hline 00100 \\ \hline 00010 \\ \hline 00001 \\ \hline \end{array}
 \cap
 \begin{array}{|c|} \hline 00000 \\ \hline 10000 \\ \hline 11000 \\ \hline 11100 \\ \hline 11100 \\ \hline \end{array}
 \circ
 \begin{array}{|c|} \hline 10000 \\ \hline 01000 \\ \hline 00100 \\ \hline 00000 \\ \hline 00000 \\ \hline \end{array}
 \circ
 \begin{array}{|c|} \hline 00111 \\ \hline 00011 \\ \hline 00001 \\ \hline 00000 \\ \hline 00000 \\ \hline \end{array}
 \\
 \\
 =
 \begin{array}{|c|} \hline 10000 \\ \hline 01000 \\ \hline 00100 \\ \hline 00010 \\ \hline 00001 \\ \hline \end{array}
 \cap
 \begin{array}{|c|} \hline 00000 \\ \hline 10000 \\ \hline 11000 \\ \hline 11100 \\ \hline 11100 \\ \hline \end{array}
 \circ
 \begin{array}{|c|} \hline 00111 \\ \hline 00011 \\ \hline 00001 \\ \hline 00000 \\ \hline 00000 \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline 10000 \\ \hline 01000 \\ \hline 00100 \\ \hline 00010 \\ \hline 00001 \\ \hline \end{array}
 \cap
 \begin{array}{|c|} \hline 00000 \\ \hline 00111 \\ \hline 00111 \\ \hline 00111 \\ \hline 00111 \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline 00000 \\ \hline 00000 \\ \hline 00100 \\ \hline 00010 \\ \hline 00001 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Annexe 2-2

Déroulement de PC1

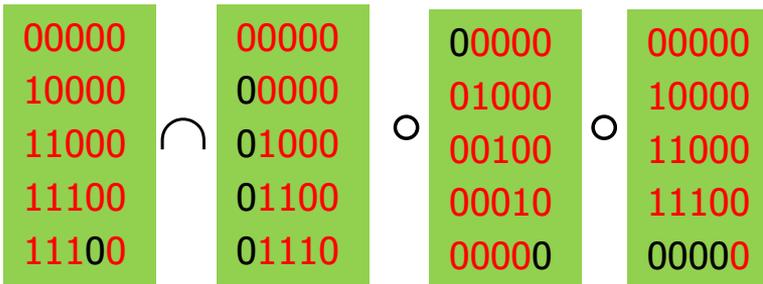


Annexe 2-2

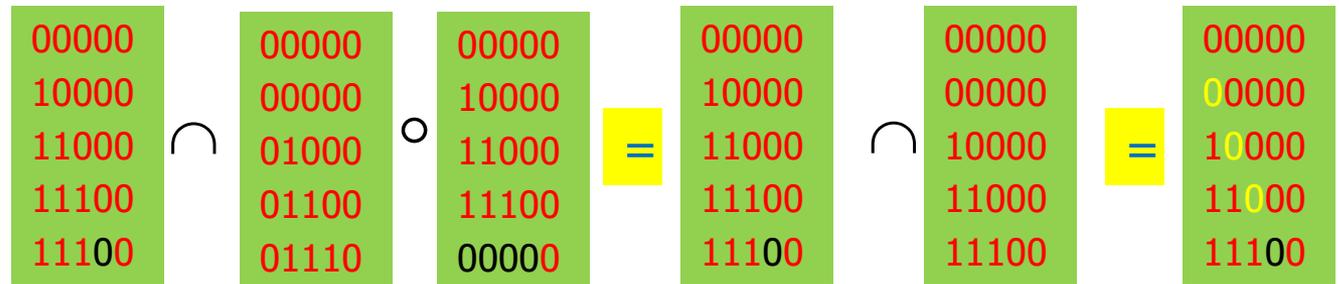
Déroulement de PC1

$$M_p[3,1] = M_p[3,1] \cap M_p[3,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,1]$$

$M_p[3,1] =$

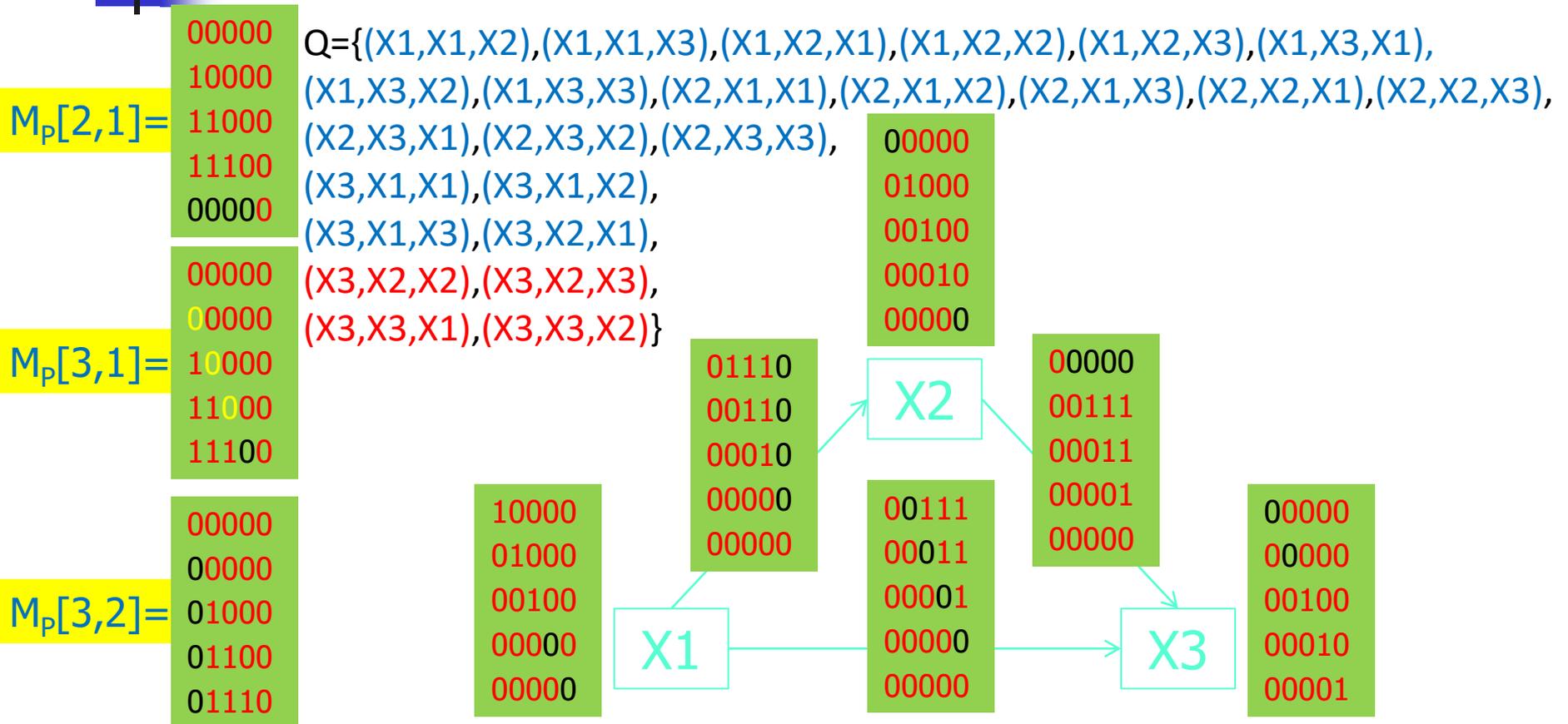


$=$



Annexe 2-2

Déroulement de PC1

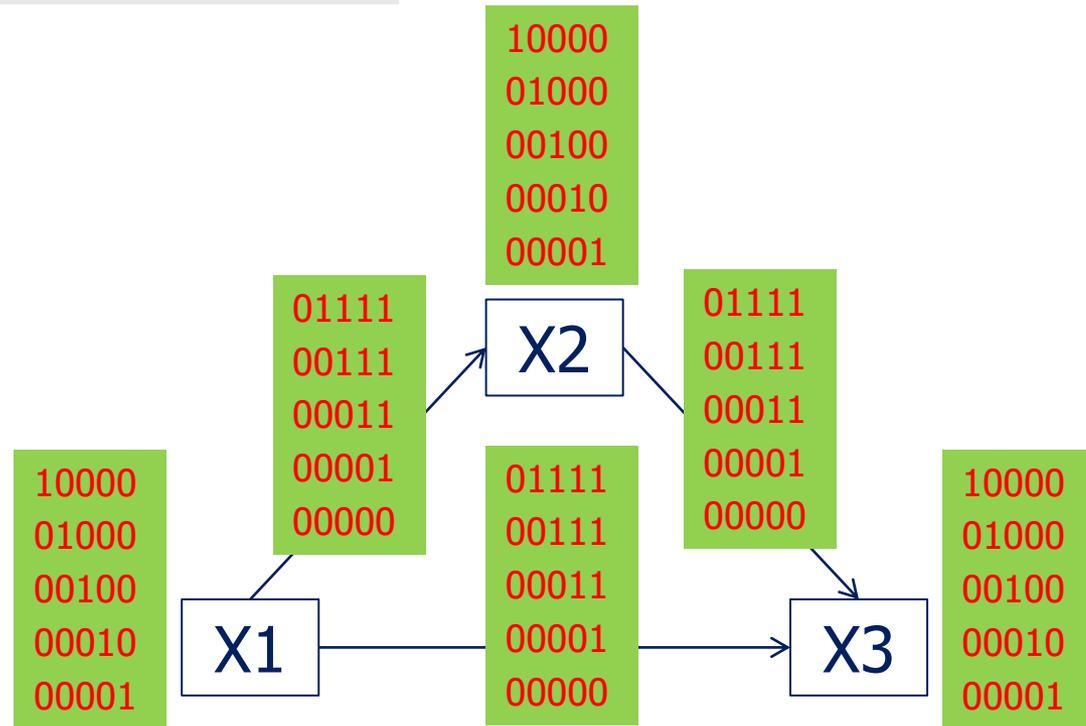


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

Initialisation de la file :

■ $Q = \{(X1, X2), (X1, X3), (X2, X3)\}$



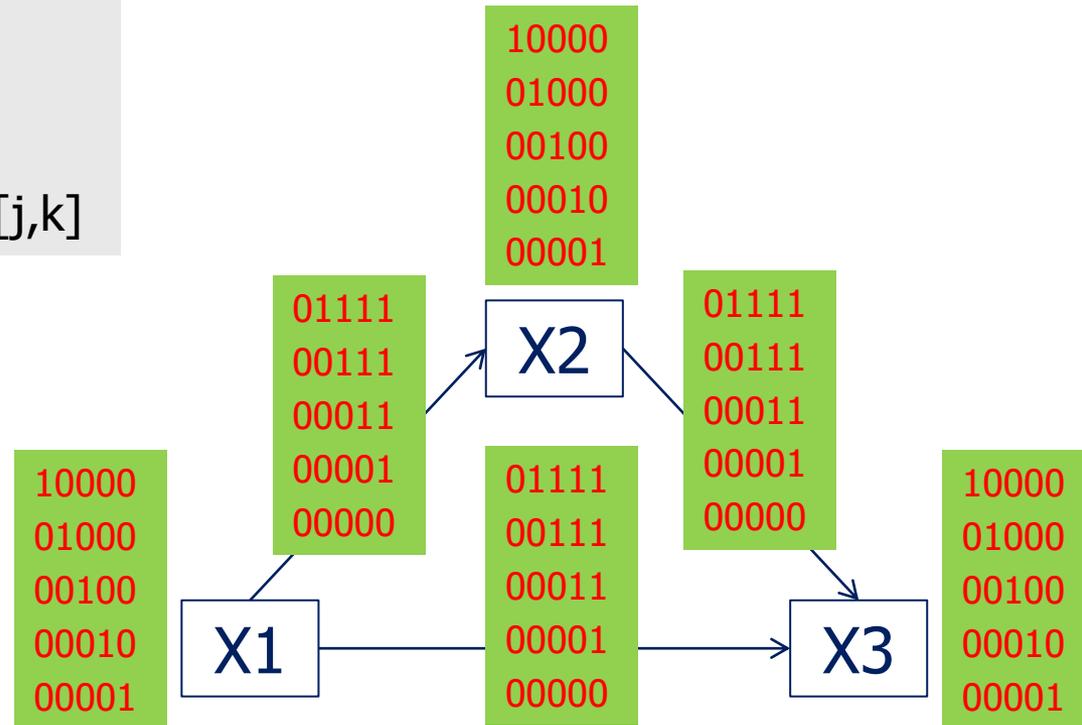
Annexe 2-2

Déroulement de PC2

On prend un arc de la file et on l'en supprime :

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_2)$
- $Q = \{(X_1, X_3), (X_2, X_3)\}$
- $K = 1$
- $M_p[i, k] = M_p[i, k] \cap M_p[i, j] \circ M_p[j, j] \circ M_p[j, k]$

$M_p[1, 1] = M_p[1, 1] \cap$
 $M_p[1, 2] \circ M_p[2, 2] \circ M_p[2, 1]$
 Modification :
 Voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[1,1] = M_p[1,1] \cap M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,1]$$

$$M_p[1,1] = \begin{matrix} 1000 \\ 0100 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00001 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 01111 \\ 00111 \\ 00011 \\ 00001 \\ 00000 \end{matrix} \circ \begin{matrix} 00000 \\ 10000 \\ 11000 \\ 11100 \\ 11110 \end{matrix} = \begin{matrix} 10000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00001 \end{matrix} \cap \begin{matrix} 11110 \\ 11110 \\ 11110 \\ 11110 \\ 00000 \end{matrix} = \begin{matrix} 10000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00000 \end{matrix}$$

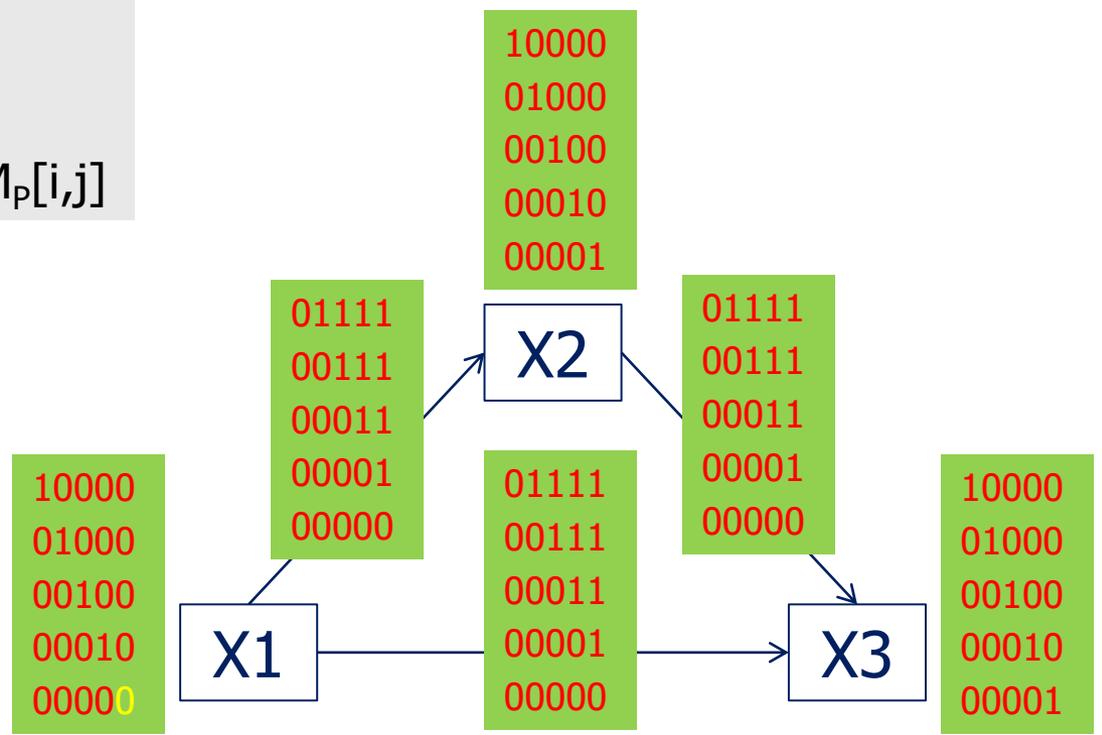
$M_p[1,1]$ modifié, on rajoute l'arc $(X1, X1)$ à la file : $Q = \{(X1, X3), (X2, X3), (X1, X1)\}$

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $Q = \{(X1, X3), (X2, X3), (X1, X1)\}$
- $(X_i, X_j) = (X1, X2)$
- $K = 1$
- $M_p[k, j] = M_p[k, j] \cap M_p[k, i] \circ M_p[i, i] \circ M_p[i, j]$

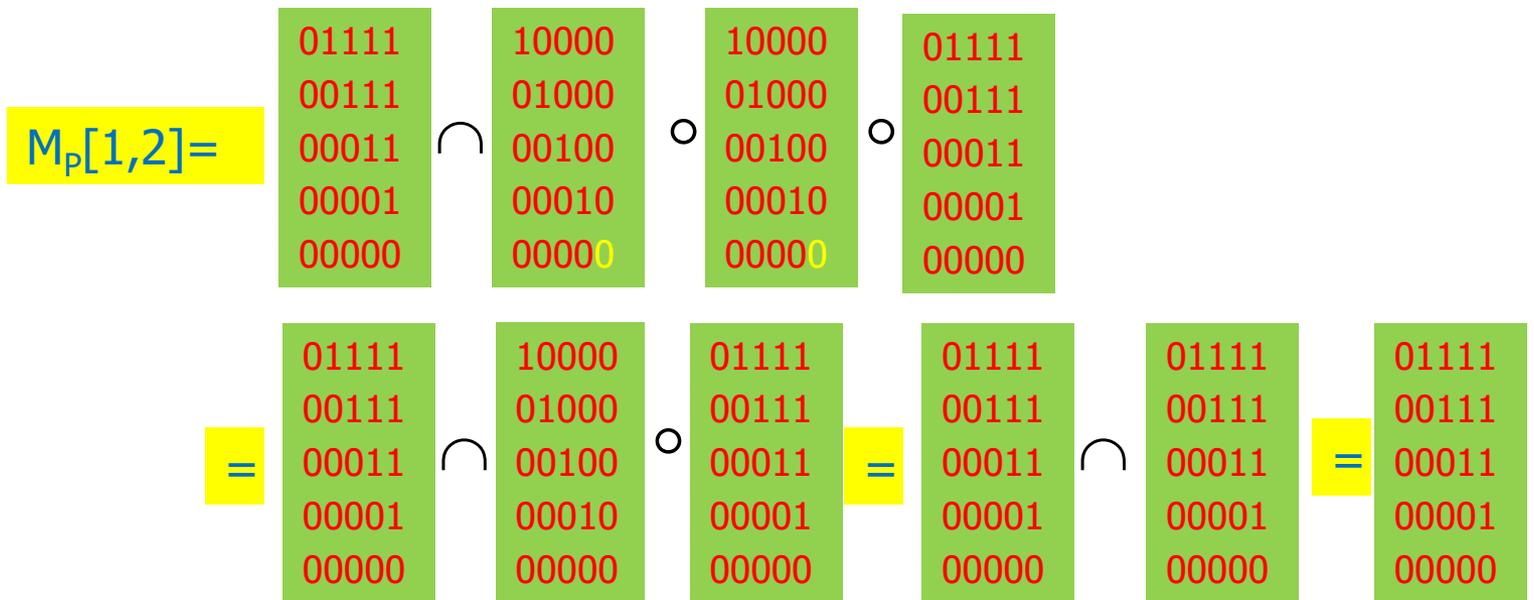
$M_p[1, 2] = M_p[1, 2] \cap M_p[1, 1] \circ M_p[1, 1] \circ M_p[1, 2]$
 Aucune modification :
 voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[1,2] = M_p[1,2] \cap M_p[1,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$$

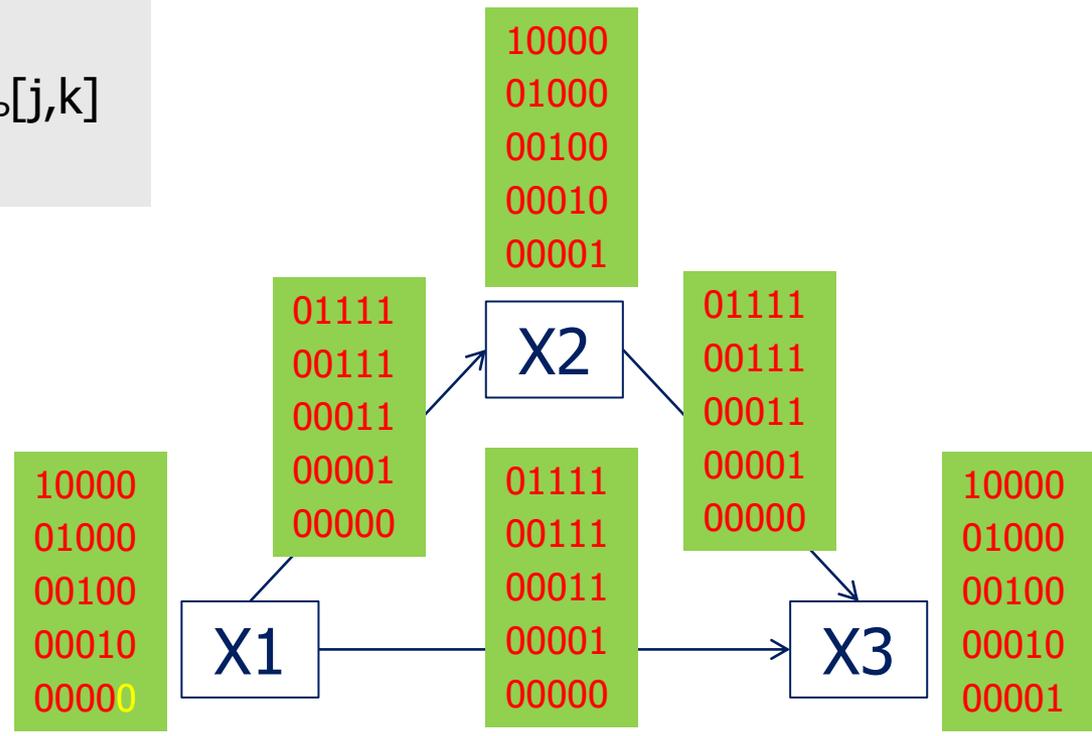


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $Q = \{(X1, X3), (X2, X3), (X1, X1)\}$
- $(X_i, X_j) = (X1, X2)$
- $K = 2$
- $M_p[i, k] = M_p[i, k] \cap M_p[i, j] \circ M_p[j, j] \circ M_p[j, k]$

$M_p[1, 2] = M_p[1, 2] \cap M_p[1, 2] \circ M_p[2, 2] \circ M_p[2, 2]$
 Aucune modification :
 $M_p[2, 2]$ matrice identité

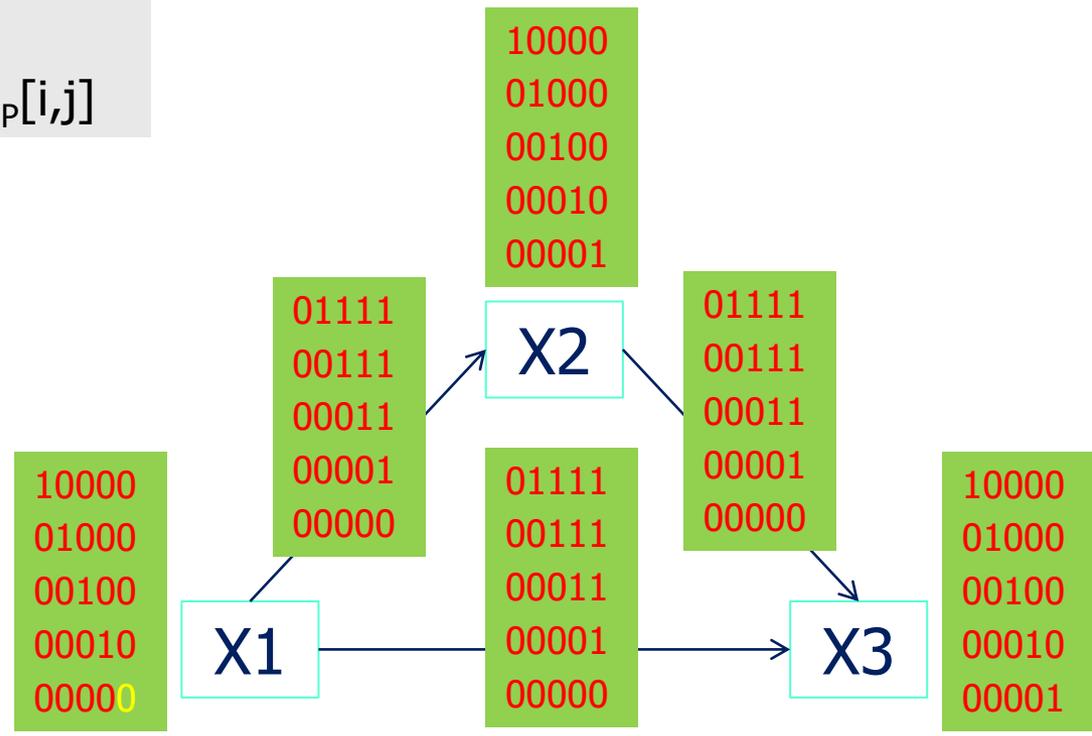


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $Q = \{(X1, X3), (X2, X3), (X1, X1)\}$
- $(X_i, X_j) = (X1, X2)$
- $K = 2$
- $M_p[k, j] = M_p[k, j] \cap M_p[k, i] \circ M_p[i, i] \circ M_p[i, j]$

$M_p[2, 2] = M_p[2, 2] \cap$
 $M_p[2, 1] \circ M_p[1, 1] \circ M_p[1, 2]$
 Modification :
 Voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[2,2] = M_p[2,2] \cap M_p[2,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$$

$M_p[2,2] =$

10000	00000	10000	01111
01000	10000	01000	00111
00100	11000	00100	00011
00010	11100	00010	00001
00001	11110	00000	00000

=	10000	00000	01111	=	10000	00000	00000
	01000	10000	00111		01000	01111	01000
	00100	11000	00011		00100	01111	00100
	00010	11100	00001		00010	01111	00010
	00001	11110	00000		00001	01111	00001

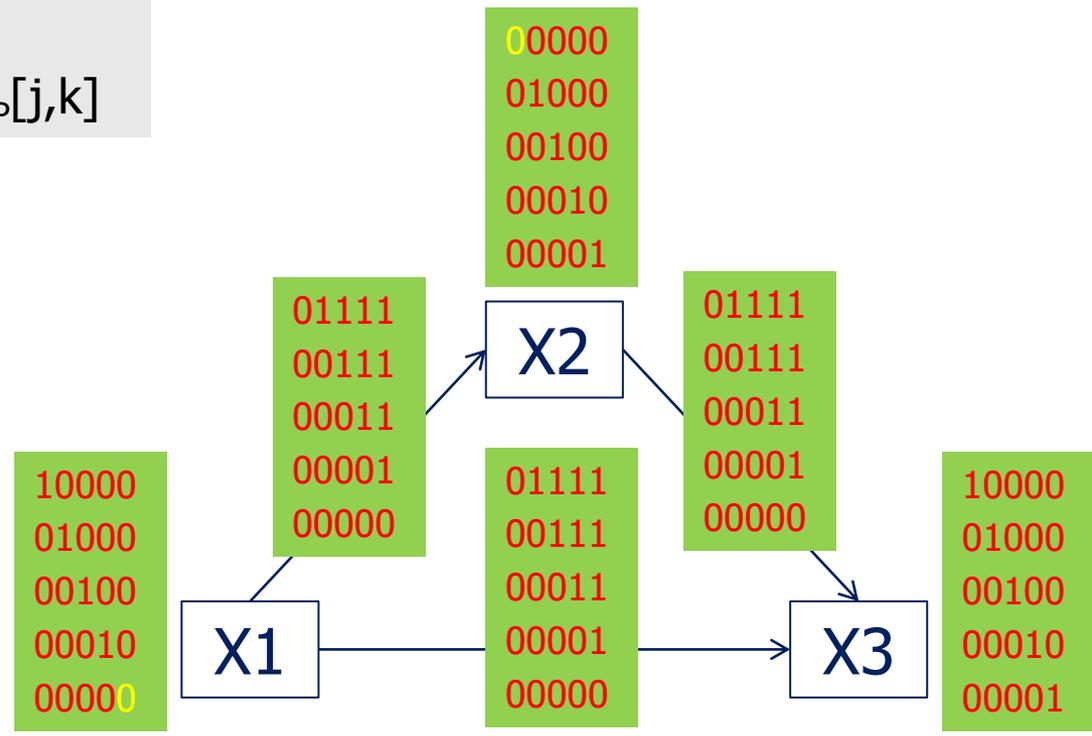
$M_p[2,2]$ modifié, on rajoute l'arc $(X2,X2)$ à la file : $Q = \{(X1,X3), (X2,X3), (X1,X1), (X2,X2)\}$

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $Q = \{(X1, X3), (X2, X3), (X1, X1), (X2, X2)\}$
- $(X_i, X_j) = (X1, X2)$
- $K = 3$
- $M_P[i, k] = M_P[i, k] \cap M_P[i, j] \circ M_P[j, j] \circ M_P[j, k]$

$M_P[1,3] = M_P[1,3] \cap M_P[1,2] \circ M_P[2,2] \circ M_P[2,3]$
 Modification :
 Voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[1,3] = M_p[1,3] \cap M_p[1,2] \circ M_p[2,2] \circ M_p[2,3]$$

$$M_p[1,3] =$$

01111	01111	00000	01111
00111	00111	01000	00111
00011	00011	00100	00011
00001	00001	00010	00001
00000	00000	00001	00000

=	01111	01111	01111	=	01111	00111	00111
	00111	00111	00111		00111	00011	00011
	00011	00011	00011		00011	00001	00001
	00001	00001	00001		00001	00000	00000
	00000	00000	00000		00000	00000	00000

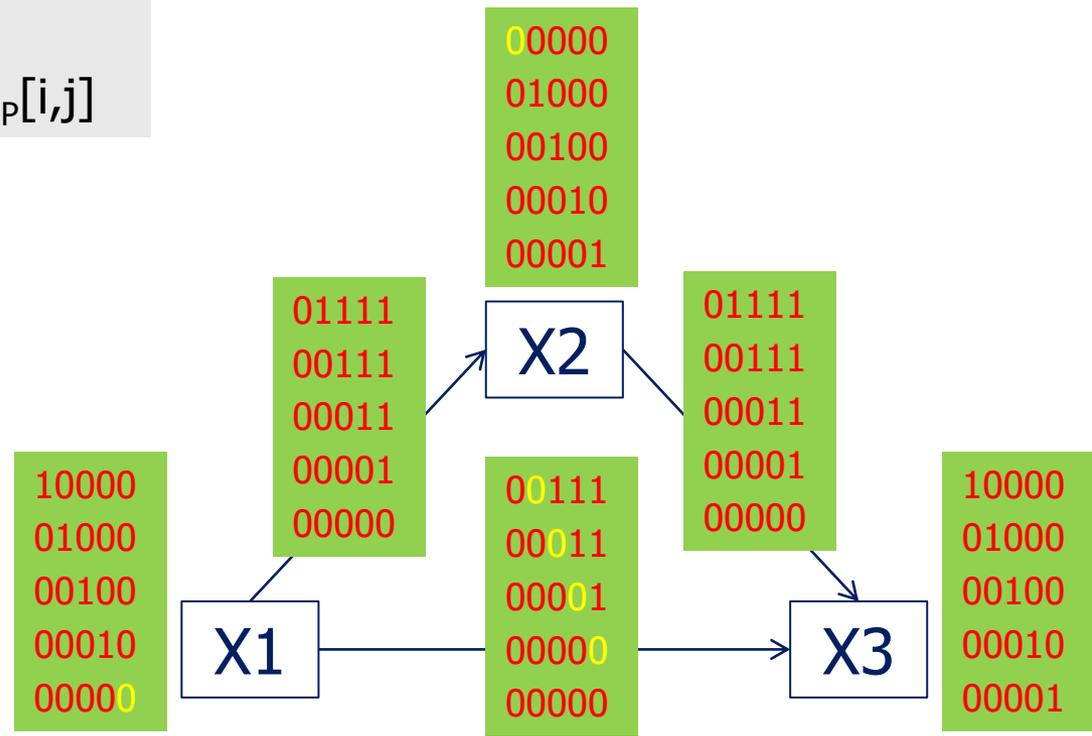
$M_p[1,3]$ et $M_p[3,1]$ modifiés, mais l'arc $(X1,X3)$ est déjà dans la file

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $Q = \{(X1, X3), (X2, X3), (X1, X1), (X2, X2)\}$
- $(X_i, X_j) = (X1, X2)$
- $K = 3$
- $M_p[k, j] = M_p[k, j] \cap M_p[k, i] \circ M_p[i, i] \circ M_p[i, j]$

$M_p[3, 2] = M_p[3, 2] \cap$
 $M_p[3, 1] \circ M_p[1, 1] \circ M_p[1, 2]$
 Modification :
 Voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[3,2] = M_p[3,2] \cap M_p[3,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,2]$$

$M_p[3,2] =$

0000	0000	1000	01111
10000	00000	01000	00111
11000	10000	00100	00011
11100	11000	00010	00001
11110	11100	00000	00000

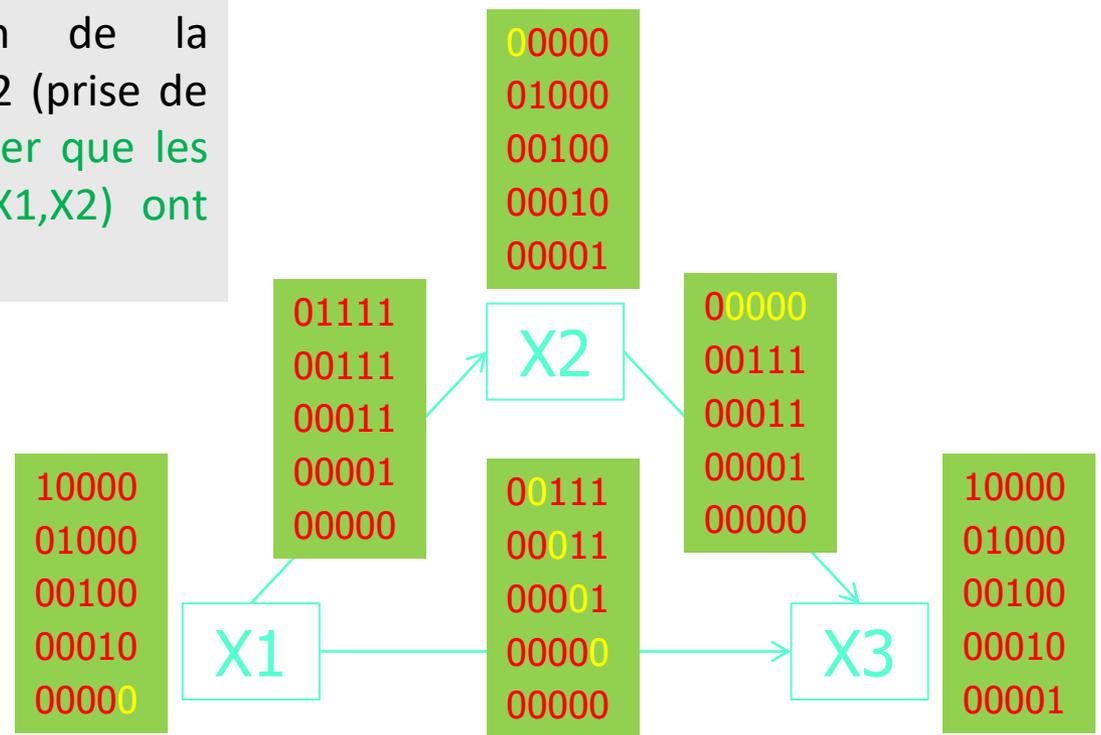
=	00000	00000	01111	=	00000	00000	00000
	10000	00000	00111		10000	00000	00000
	11000	10000	00011		11000	01111	01000
	11100	11000	00001		11100	01111	01100
	11110	11100	00000		11110	01111	01110

$M_p[3,2]$ et $M_p[2,3]$ modifiés, mais l'arc $(X2,X3)$ est déjà dans la file

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

Situation après propagation de la contrainte sur les variables X1 et X2 (prise de l'arc (X1,X2) de la file) : à remarquer que les étiquettes des arcs adjacents à (X1,X2) ont toutes été modifiées



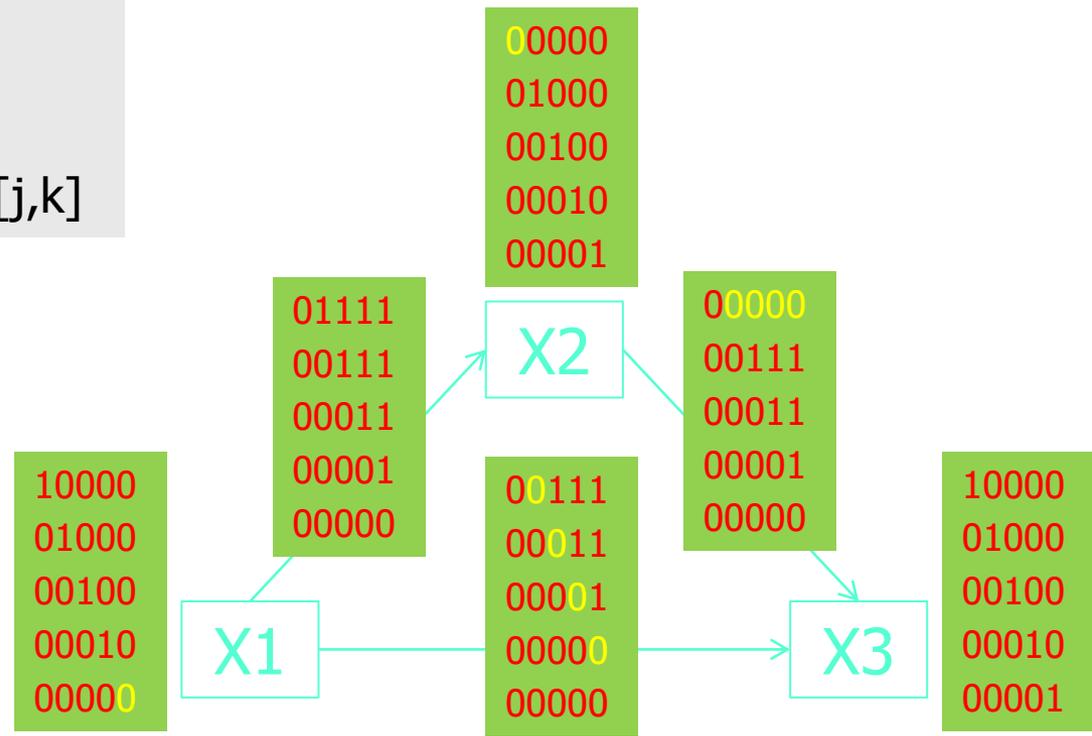
Annexe 2-2

Déroulement de PC2

On prend un arc de la file et on l'en supprime :

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_3)$
- $Q = \{(X_2, X_3), (X_1, X_1), (X_2, X_2)\}$
- $K = 1$
- $M_p[i, k] = M_p[i, k] \cap M_p[i, j] \circ M_p[j, j] \circ M_p[j, k]$

$M_p[1, 1] = M_p[1, 1] \cap M_p[1, 3] \circ M_p[3, 3] \circ M_p[3, 1]$
 Modification :
 Voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[1,1] = M_p[1,1] \cap M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,1]$$

$M_p[1,1] =$

10000	00111	00000
01000	00011	00000
00100	00001	10000
00010	00000	11000
00000	00000	11100

=	10000	11100	=	10000
	01000	11100		01000
	00100	11100		00100
	00010	00000		00000
	00000	00000		00000

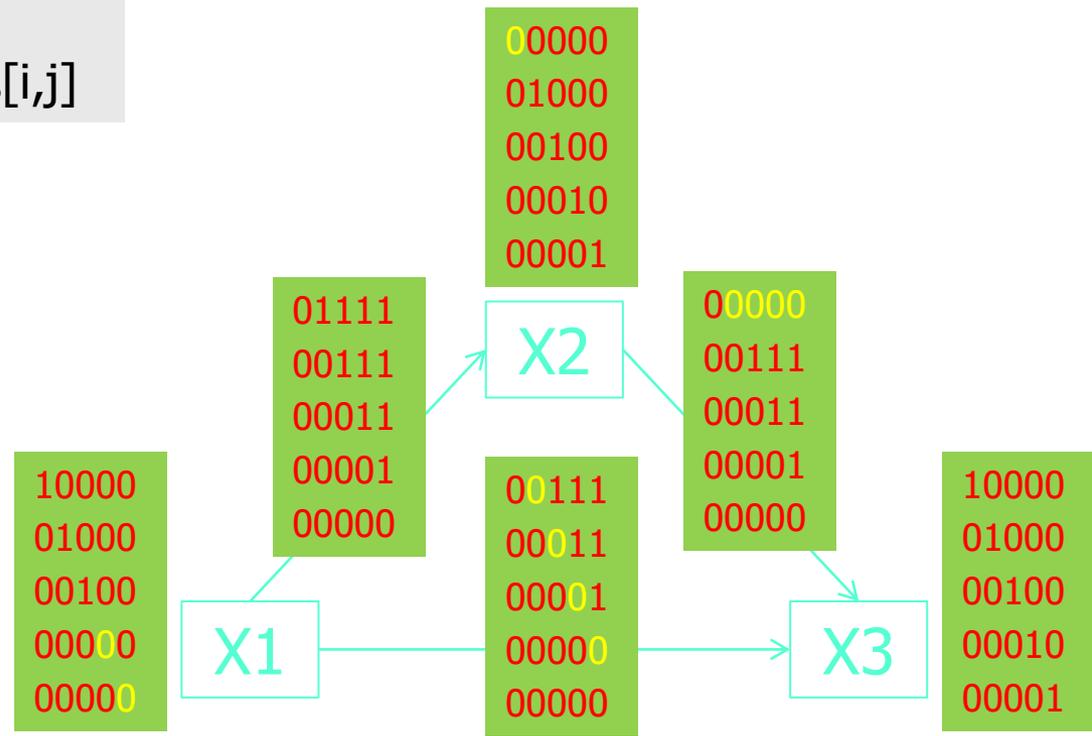
$M_p[1,1]$ modifié, mais l'arc (X1,X1) est déjà dans la file

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_3)$
- $Q = \{(X_2, X_3), (X_1, X_1), (X_2, X_2)\}$
- $K = 1$
- $M_P[k, j] = M_P[k, j] \cap M_P[k, i] \circ M_P[i, i] \circ M_P[i, j]$

$M_P[1, 3] = M_P[1, 3] \cap$
 $M_P[1, 1] \circ M_P[1, 1] \circ M_P[1, 3]$
 Aucune modification :
 $M_P[1, 3]$ étiquette minimale

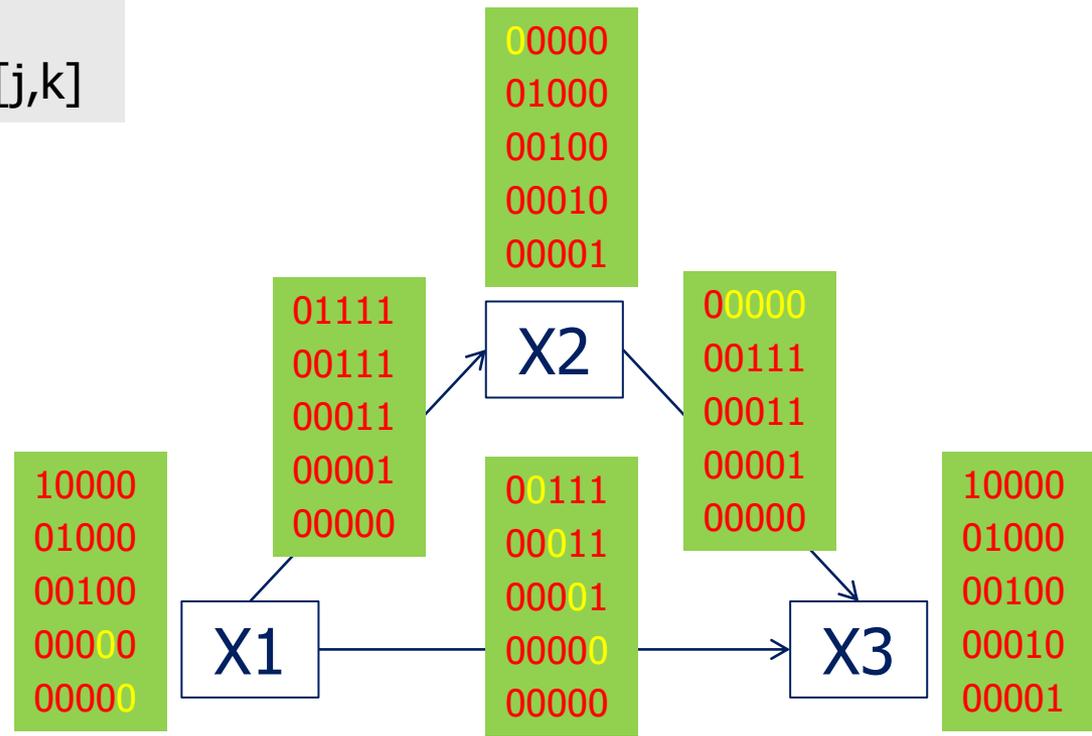


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_3)$
- $Q = \{(X_2, X_3), (X_1, X_1), (X_2, X_2)\}$
- $K = 2$
- $M_P[i, k] = M_P[i, k] \cap M_P[i, j] \circ M_P[j, j] \circ M_P[j, k]$

$M_P[1, 2] = M_P[1, 2] \cap$
 $M_P[1, 3] \circ M_P[3, 3] \circ M_P[3, 2]$
 Modification :
 Voir page suivante



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[1,2] = M_p[1,2] \cap M_p[1,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,2]$$

$M_p[1,2] =$

01111
00111
00011
00001
00000

\cap

00111
00011
00001
00000
00000

\circ

00000
00000
01000
01100
01110

$=$

01111
00111
00011
00001
00000

\cap

01110
01110
01110
00000
00000

$=$

01110
00110
00010
00000
00000

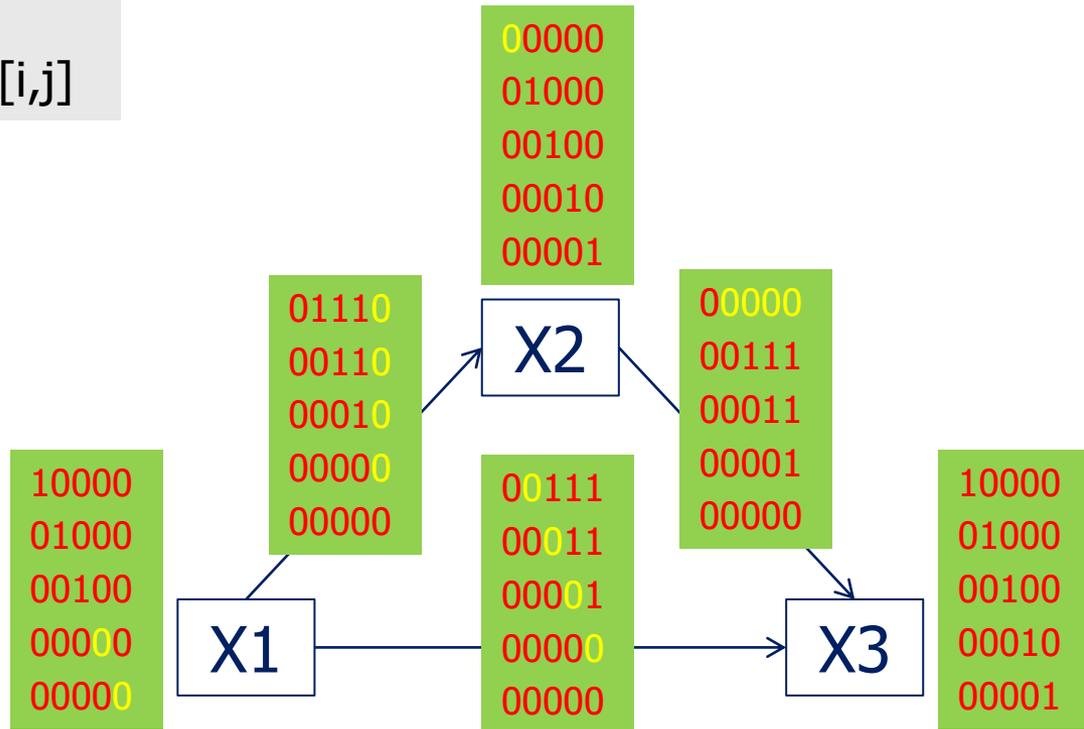
$M_p[1,2]$ et $M_p[2,1]$ modifiés, on remet l'arc $(X1, X2)$ dans la file

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_3)$
- $Q = \{(X_2, X_3), (X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2)\}$
- $K = 2$
- $M_P[k, j] = M_P[k, j] \cap M_P[k, i] \circ M_P[i, i] \circ M_P[i, j]$

$M_P[2, 3] = M_P[2, 3] \cap$
 $M_P[2, 1] \circ M_P[1, 1] \circ M_P[1, 3]$
 Aucune modification :
 $M_P[2, 3]$ étiquette minimale

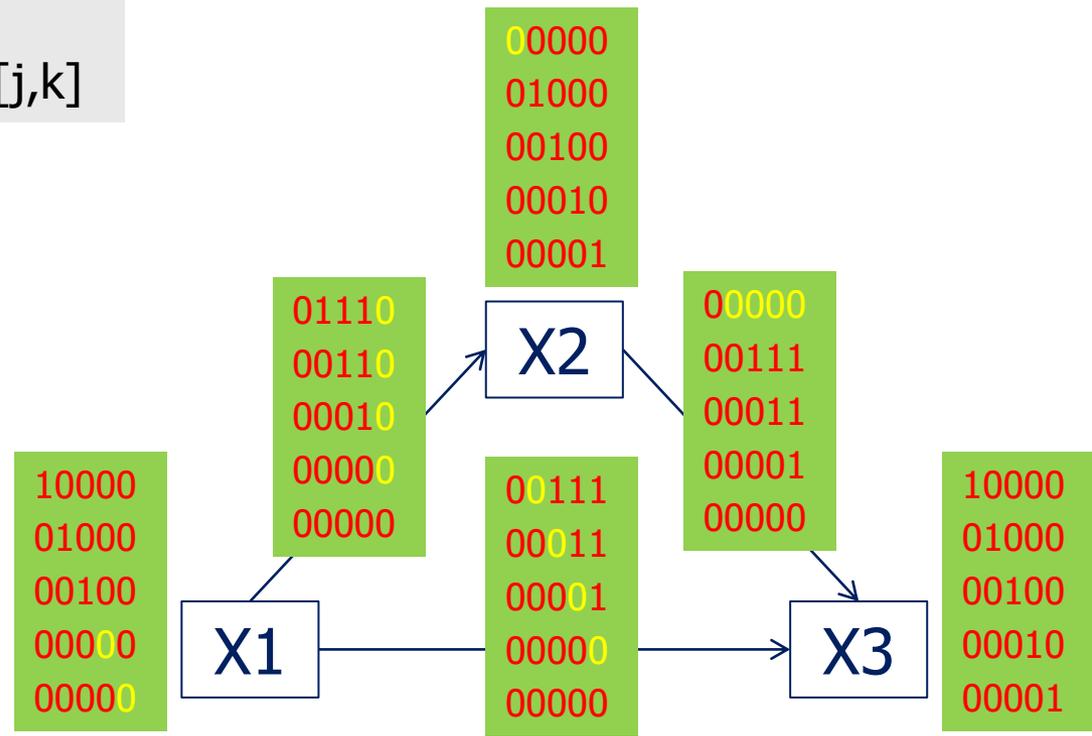


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_3)$
- $Q = \{(X_2, X_3), (X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2)\}$
- $K = 3$
- $M_P[i, k] = M_P[i, k] \cap M_P[i, j] \circ M_P[j, j] \circ M_P[j, k]$

$M_P[1, 3] = M_P[1, 3] \cap$
 $M_P[1, 3] \circ M_P[3, 3] \circ M_P[3, 3]$
 Aucune modification :
 $M_P[3, 3]$ matrice identité

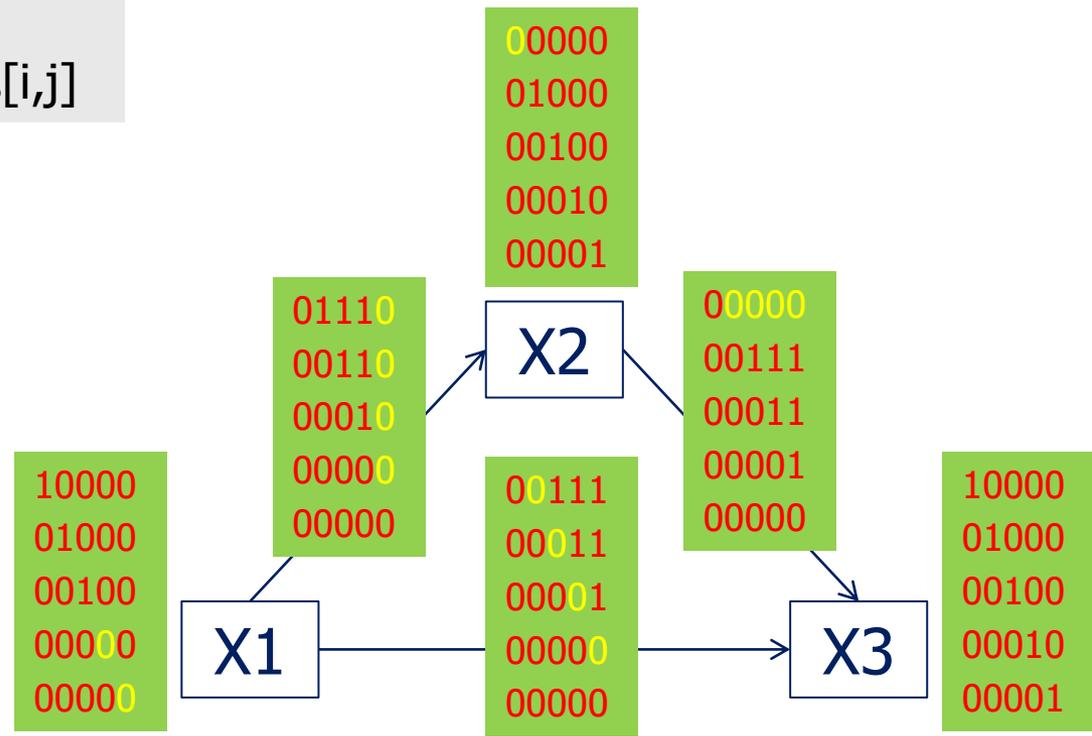


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_1, X_3)$
- $Q = \{(X_2, X_3), (X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2)\}$
- $K = 3$
- $M_P[k, j] = M_P[k, j] \cap M_P[k, i] \circ M_P[i, i] \circ M_P[i, j]$

$M_P[3,3] = M_P[3,3] \cap$
 $M_P[3,1] \circ M_P[1,1] \circ M_P[1,3]$
 Aucune modification :
 $M_P[3,3]$ matrice identité



Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[3,3] = M_p[3,3] \cap M_p[3,1] \circ M_p[1,1] \circ M_p[1,3]$$

$M_p[3,3] =$

10000	00000	10000	00111
01000	00000	01000	00011
00100	10000	00100	00001
00010	11000	00000	00000
00001	11100	00000	00000

=	10000	00000	00111	=	10000	00000	00000
	01000	00000	00011		01000	00000	00000
	00100	10000	00001		00100	00111	00100
	00010	11000	00000		00010	00111	00010
	00001	11100	00000		00001	00111	00001

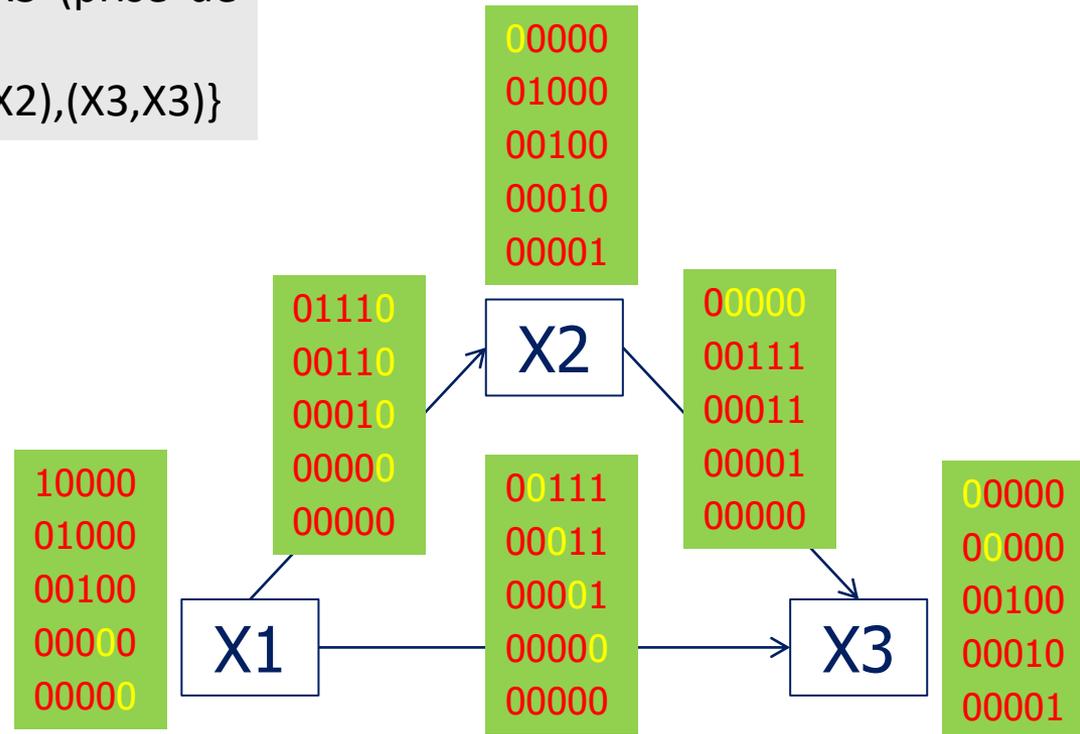
$M_p[3,3]$ modifié, on met l'arc (X3,X3) déjà dans la file

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

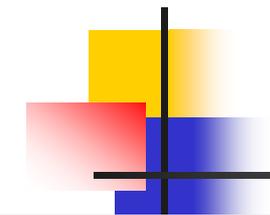
Situation après propagation de la contrainte sur les variables X1 et X3 (prise de l'arc (X1,X3) de la file) :

- $Q = \{(X2, X3), (X1, X1), (X2, X2), (X1, X2), (X3, X3)\}$



Annexe 2-2

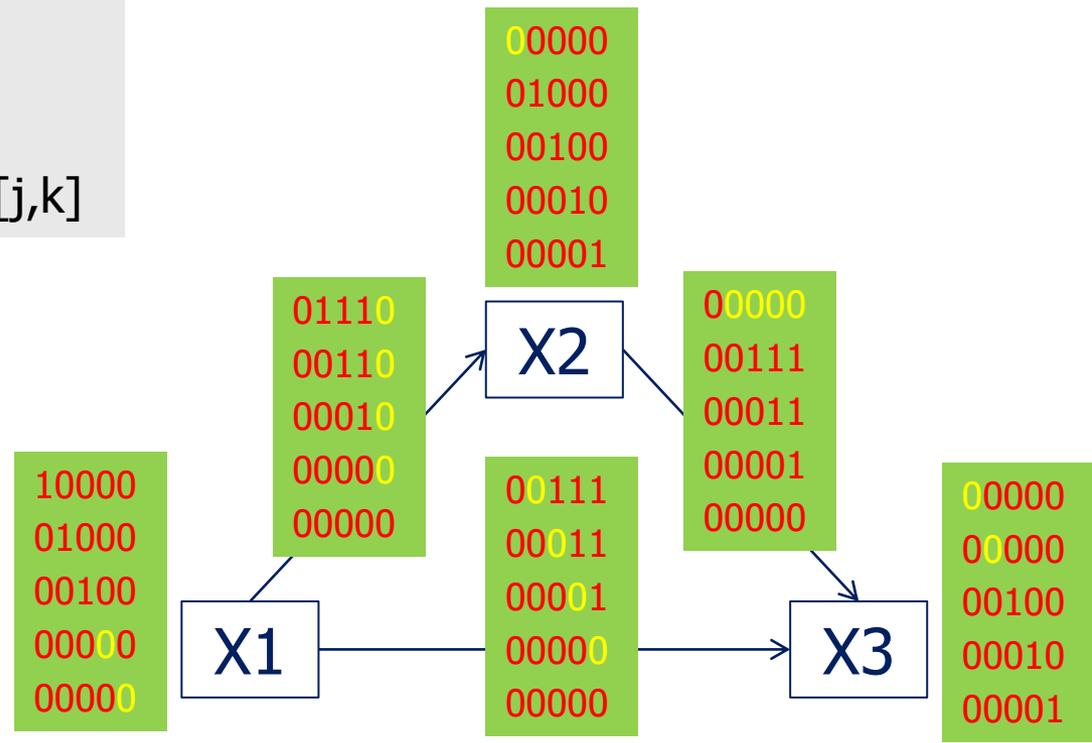
Déroulement de PC2



On prend un arc de la file et on l'en supprime :

- $(X_i, X_j) = (X_2, X_3)$
- $Q = \{(X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2), (X_3, X_3)\}$
- $K = 1$
- $M_p[i, k] = M_p[i, k] \cap M_p[i, j] \circ M_p[j, j] \circ M_p[j, k]$

$M_p[2, 1] = M_p[2, 1] \cap M_p[2, 3] \circ M_p[3, 3] \circ M_p[3, 1]$
 Aucune modification :
 $M_p[2, 1]$ étiquette minimale

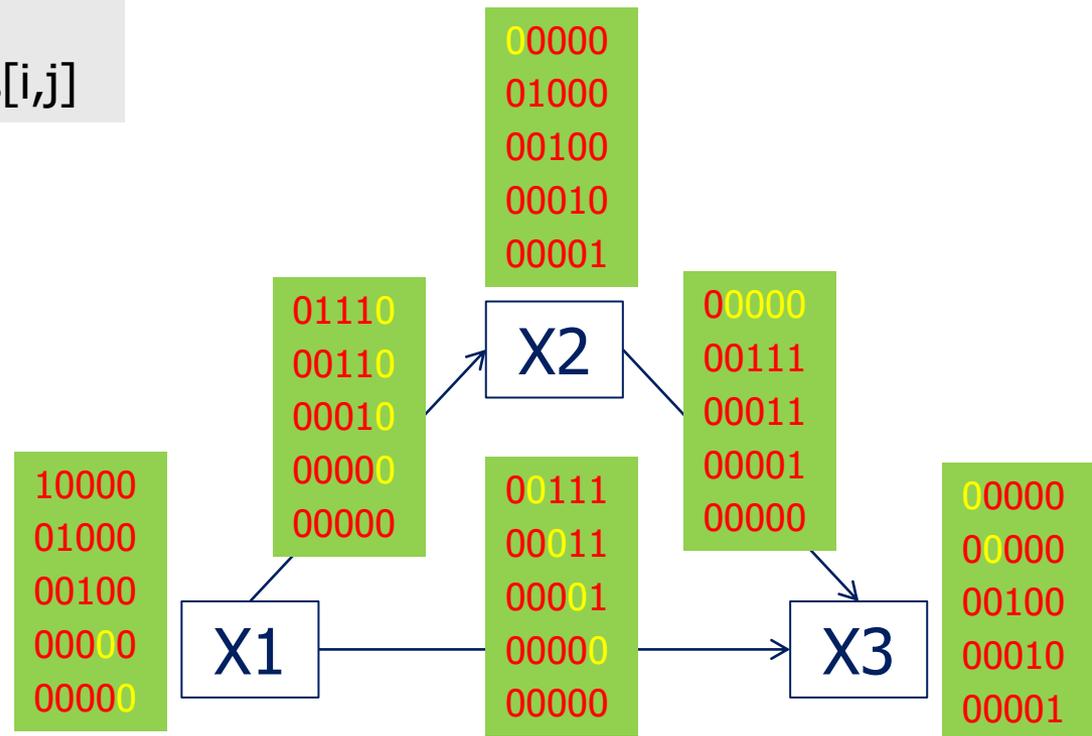


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_2, X_3)$
- $Q = \{(X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2), (X_3, X_3)\}$
- $K = 1$
- $M_P[k, j] = M_P[k, j] \cap M_P[k, i] \circ M_P[i, i] \circ M_P[i, j]$

$M_P[1,3] = M_P[1,3] \cap$
 $M_P[1,2] \circ M_P[2,2] \circ M_P[2,3]$
 Aucune modification :
 $M_P[1,3]$ étiquette minimale

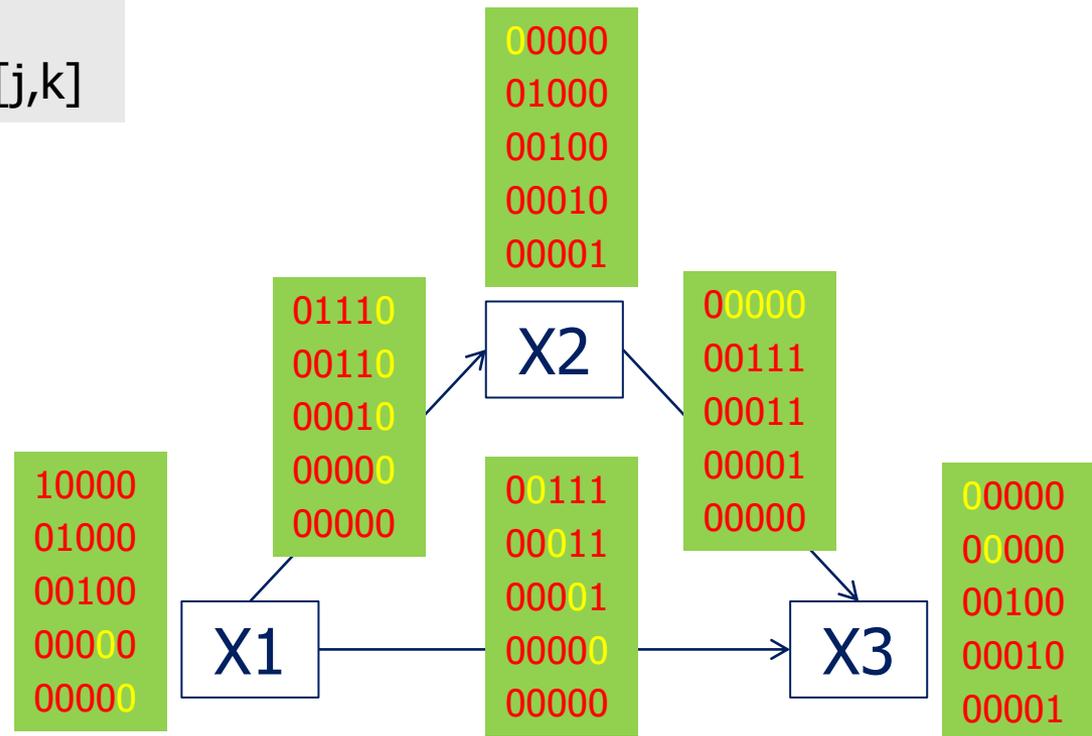


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_2, X_3)$
- $Q = \{(X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2), (X_3, X_3)\}$
- $K = 2$
- $M_P[i, k] = M_P[i, k] \cap M_P[i, j] \circ M_P[j, j] \circ M_P[j, k]$

$M_P[2, 2] = M_P[2, 2] \cap$
 $M_P[2, 3] \circ M_P[3, 3] \circ M_P[3, 2]$
 Modification :
 Voir page suivante

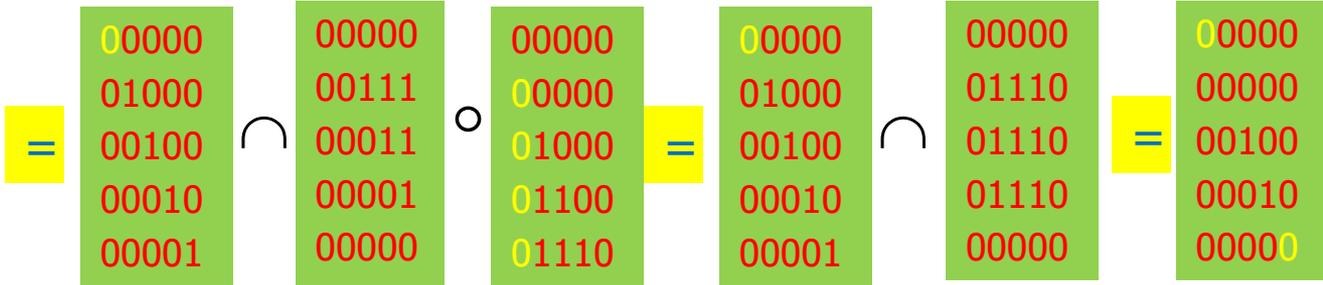
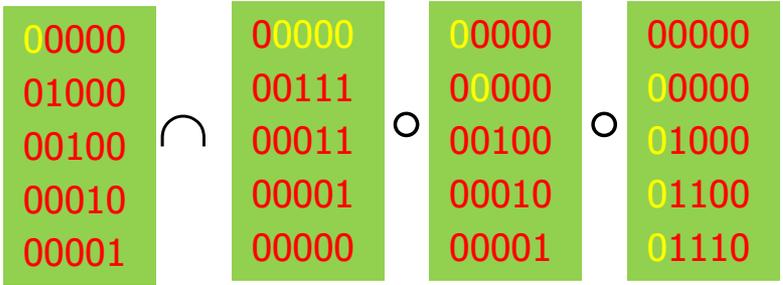


Annexe 2-2

Déroulement de PC2

$$M_p[2,2] = M_p[2,2] \cap M_p[2,3] \circ M_p[3,3] \circ M_p[3,2]$$

$M_p[2,2] =$



$M_p[2,2]$ modifié, mais l'arc $(X2, X2)$ est déjà dans la file

Annexe 2-2

Déroulement de PC2

- $(X_i, X_j) = (X_2, X_3)$
- $Q = \{(X_1, X_1), (X_2, X_2), (X_1, X_2), (X_3, X_3)\}$
- $K = 2$
- $M_P[k, j] = M_P[k, j] \cap M_P[k, i] \circ M_P[i, i] \circ M_P[i, j]$

$M_P[2, 3] = M_P[2, 3] \cap M_P[2, 2] \circ M_P[2, 2] \circ M_P[2, 3]$
 Le CSP est minimal :
 Toutes les étiquettes sont minimales

