

Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Mr ISLI

Faculté d'Informatique

Département Intelligence Artificielle et Science des Données

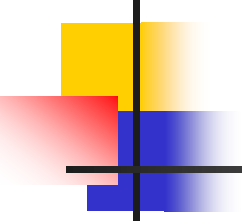
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

https://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm

amar.isli@usthb.edu.dz



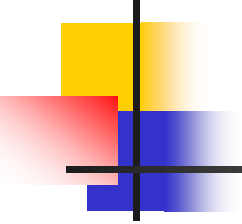
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

■ Objets et relations

- Objets : les intervalles de la droite réelle (temps)
- Relations qualitatives sur des paires d'intervalles :
 - Relations atomiques : 13
 - Relations générales (disjonctives) :
 - Sous-ensembles de relations atomiques : $2^{13}=8192$



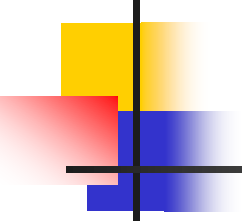
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Les 13 relations atomiques

Symbole	Signification	Traduction
<	before	avant
m	meets	rencontre
o	overlaps	chevauche
fi	finished-by	terminé-par
di	contains	contient
s	starts	commence
eq	equals	égale
si	started-by	commencé-par
d	during	durant
f	finishes	termine
oi	overlapped-by	chevauché-par
mi	met-by	rencontré-par
>	after	après



Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles

Paire $P=(X,C)$:

- X ensemble fini de variables : $X=\{X_1, \dots, X_n\}$
- C ensemble fini de contraintes binaires sur des paires de variables de P
- Le domaine de chacune des variables est l'ensemble $\{(d,f) \in \mathbb{R}^2 : d < f\}$ ou l'ensemble $\{(d,f) \in \mathbb{Q}^2 : d < f\}$
 - Le domaine commun des variables sera noté $D(P)$



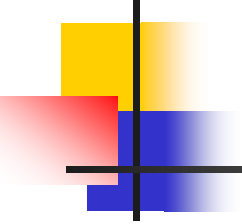
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

CSP qualitatif d'intervalles $P=(X,C)$: Contraintes

- $R(X_i, X_j)$, R étant une des 8192 relations de l'algèbre des intervalles

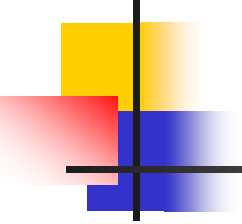


Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles $P=(X,C)$
 - Représentation graphique
 - Représentation matricielle



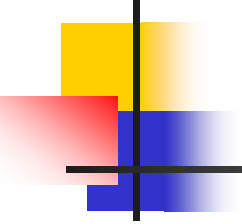
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Transposée

r	r ^t	r	r ^t
<	>	>	<
m	mi	mi	m
o	oi	oi	o
s	si	si	s
d	di	di	d
f	fi	fi	f
eq	eq		



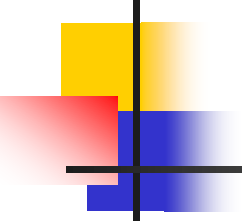
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Intersection

- $R_1 \cap R_2 = \{r : r \in R_1 \text{ et } r \in R_2\}$
- Intersection ensembliste



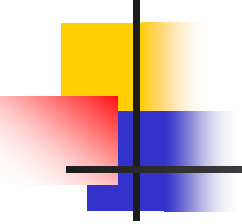
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

■ Composition

- La **composition faible** de deux relations R_1 et R_2 est la plus petite relation R telle que pour tous intervalles I , J et K de la droite réelle :
 - Si $R_1(I,K)$ et $R_2(K,J)$ alors $R(I,J)$
- R coïncide avec la **composition exacte** $R_1 \circ R_2$ si pour tous intervalles I et J tels que $R(I,J)$, il existe un intervalle K tel que $R_1(I,K)$ et $R_2(K,J)$



Annexe 4

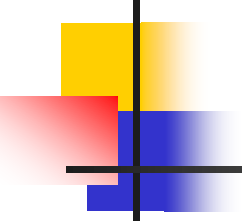
CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Composition

- Composition faible = composition exacte

- $$R_1 \circ R_2 = \bigcup_{r_1 \in R_1, r_2 \in R_2} r_1 \circ r_2$$



Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Table de composition

- Table 13x13 dont les lignes et les colonnes sont indicées par les relations atomiques
- L'élément (r_1, r_2) donne la composition $r_1 \circ r_2$ de r_1 et r_2

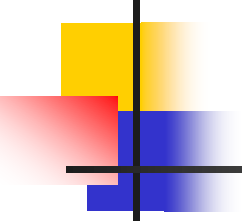
Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Table de composition

°	<	...	oi	...	>	eq
<	<	...	{d,s,o,m,<}	...	?	<
...	...	...	...	...	...	...
s	<	...	{oi,f,d}	...	>	s
...	...	...	...	...	...	...
>	?	...	>	...	>	>
eq	<	...		...	>	eq

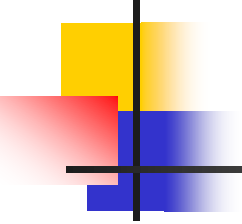


Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles $P=(X,C)$
 - Nœud-consistant
 - Arc-consistant

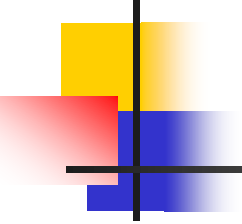


Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles $P=(X,C)$
 - Consistance de chemin : répéter jusqu'à fermeture
 - Pour tout triplet (X_i, X_k, X_j) de variables ne vérifiant pas $C_{ij} \subseteq C_{ik} \circ C_{kj}$
 - $C_{ij} = C_{ij} \cap C_{ik} \circ C_{kj}$



Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles $P=(X,C)$
 - L'algèbre des intervalles est un formalisme NP-complet
 - La consistance de chemin, qui est de complexité cubique, décide la consistance d'un CSP qualitatif atomique d'intervalles :
 - Si la consistance de chemin ne rencontre pas la relation $\emptyset$ alors le CSP en entrée est consistant
 - Pour résoudre un CSP général d'intervalles :
 - Utiliser la consistance de chemin comme algorithme de validation
 - Choix (non-déterminisme) d'une relation atomique sur chacun des arcs disjonctifs
 - Appliquer la consistance de chemin au CSP atomique résultant