

## Interrogation énoncé et corrigé exo 3

### Exercice 1 (Fonctions récursives)

1) Montrer par récurrence sur l'entier  $n \geq 1$ , que la fonction  $P_n$  est PR, pour tout  $n$  :

$$P_n = \lambda x_1 \dots x_n. (x_1 * \dots * x_n)$$

2) Montrer que la fonction suivante est PR :

$$f = \lambda xy. \begin{cases} \text{Fact } (x + y) & \text{si } x \leq y, \\ \text{Abs } (x, y) & \text{sinon} \end{cases}$$

**Indication :** Les fonctions suivantes, vues en cours, sont considérées PR :  $\oplus$ ,  $\otimes$ , Fact, Max, Abs, Moins, Exp, Sg,  $\overline{\text{Sg}}$ , Pred, mod, div, les fonctions constantes d'arité 0, les fonctions constantes d'arité 1.

### Exercice 2 (Machines de Turing)

1) On considère la machine de Turing  $MT_1 = (S, E_1, I_1)$ , avec :

$$S = \{0, 1, *\}, E_1 = \{q_0, q_1, q_2, q_f\},$$

$$I_1 = \{$$

(1) $q_0 1 D q_0$ ,	(3) $q_1 1 D q_1$ ,	(5) $q_2 1 G q_2$ ,
(2) $q_0 * 1 q_1$ ,	(4) $q_1 0 1 q_2$ ,	(6) $q_2 0 D q_f$

Dérouler cette machine pour  $x = (2, 3)$ .

2) On considère la machine de Turing  $MT_2 = (S, E_2, I_2)$ , avec :

$$E_2 = \{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_f\},$$

$$I_2 = \{$$

(1) $r_0 1 0 r_1$ ,	(4) $r_2 1 0 r_3$ ,	(7) $r_5 1 G r_5$ ,
(2) $r_1 0 D r_2$ ,	(5) $r_3 0 D r_4$ ,	(8) $r_5 0 1 r_f$ ,
(3) $r_2 0 1 r_f$ ,	(6) $r_4 0 1 r_5$ ,	(9) $r_4 1 1 r_0$

Dérouler cette machine pour : a)  $x=0$ , b)  $x=1$ , c)  $x=2$ .

3) Donner l'ensemble I des instructions de la machine de Turing  $MT = MT_2 \circ MT_1$  (composition des machines  $MT_1$  et  $MT_2$ ).

4) Quelle fonction est calculée par la machine MT.

### Exercice 3 (Langage CAML)

1) Ecrire une fonction **ccLC** transformant une chaîne de caractères en une liste de caractères : "c<sub>1</sub>...c<sub>n</sub>" devient ['c<sub>1</sub>'; ... ; 'c<sub>n</sub>'].

2) Ecrire une fonction **lccLLC** transformant une liste de chaînes de caractères en une liste de listes de caractères, en transformant chacune des chaînes de caractères de la liste en une liste de caractères : ['usthb' ; '''] devient [['u' ; 's' ; 't' ; 'h' ; 'b'] ; []].

3) Ecrire une fonction CAML **f** calculant la somme  $f(x) = 0^2 + 1^2 + \dots + X^2$ .

**Indication :** si x est une chaîne de caractères et i un entier, **x.[i]** donne le caractère de x d'indice i, le premier caractère étant d'indice 0.

Bon courage

**Corrigé exo 3 :**

1)

```
let rec ccLC x = if x="" then [] else x.[0] :: ccLC (sub_string x 1 (string_length x-1)) ;;  
ccLC : string -> char list = <fun>
```

2)

```
let rec lccLLC l = if l=[] then [] else ccLC (hd l) :: lccLLC (tl l) ;;  
lccLLC : string list -> char list list = <fun>
```

3)

```
let rec f x = if x = 0 then 0 else x*x+f (x-1) ;;  
f : int -> int = <fun>
```