

Série TD n°4

Exercice 1

Concevoir une machine de Turing "MT_r2" qui permet de calculer la fonction "r2" (reste de la division entière de x par 2) $r2 = \lambda x. x \text{ mod } 2$

Exercice 2

Concevoir une machine de Turing "MT_q2" qui permet de calculer la fonction "q2" (quotient de la division entière de x par 2) $q2 = \lambda x. x \text{ div } 2$

Exercice 3

Concevoir une machine de Turing "MT_moins_abs" qui permet de calculer la fonction "moins_abs" (valeur absolue de la soustraction de 2 nombres): $\text{moins_abs} = \lambda xy. |x - y|$

Exercice 4

Déterminer toutes les fonctions calculables par la machine de Turing "MT_f1" définie comme suit :

$$MT_f1 = (S, E, I)$$

$$- S = \{0, 1, *\}$$

$$- E = \{q_0, q_1, \dots, q_7\} \quad //|E| = 8 \text{ états, état initial} = q_0, \text{ état final} = ?$$

$$- I = \{I_1, I_2, \dots, I_{11}\} \quad //|I| = 11 \text{ instructions}$$

Les instructions de machine de Turing "MT_f1" sont :

$$I_1: q_0 1 Dq_0$$

$$I_2: q_0 * 1q_2$$

$$I_3: q_2 1 Gq_2$$

$$I_4: q_2 0 Dq_3$$

$$I_5: q_3 1 0q_4$$

$$I_6: q_4 0 Dq_5$$

$$I_7: q_5 1 0q_6$$

$$I_8: q_6 0 Dq_0$$

$$I_9: q_0 0 Gq_1$$

$$I_{10}: q_1 1 Gq_1$$

$$I_{11}: q_1 0 Dq_7$$

Exercice 5

Déterminer toutes les fonctions calculables par la machine de Turing "MT_f2" définie comme suit :

$$MT_f2 = (S, E, I)$$

$$- S = \{0, 1, *\}$$

$$- E = \{q_0, q_1, \dots, q_5\} \quad //|E| = 6 \text{ états, état initial} = q_0, \text{ état final} = ?$$

$$- I = \{I_1, I_2, \dots, I_{11}\} \quad //|I| = 11 \text{ instructions}$$

Les instructions de machine de Turing "MT_f2" sont :

$$I_1: q_0 1 Dq_0$$

$$I_2: q_0 0 Gq_1$$

$$I_3: q_1 1 Gq_1$$

$$I_4: q_1 0 Dq_5$$

$$I_5: q_0 * 0q_2$$

$$I_6: q_2 0 Dq_3$$

$$I_7: q_3 1 0q_2$$

$$I_8: q_3 * 0q_2$$

$$I_9: q_3 0 Gq_4$$

$$I_{10}: q_4 0 Gq_4$$

$$I_{11}: q_4 1 1q_1$$

Exercice 6. Composition de la MT

1/ Concevoir, à partir de la machine "MT_S", la machine de Turing "MT_S2" qui calcule la fonction S2 définie par $S2 = \lambda x. x + 2$. Rappelons que "MT_S" calcule la fonction successeur.

2/ Concevoir, à partir des deux machines "MT_S" et "MT_plus", la machine de Turing "MT_S_plus" qui calcule la fonction S_plus définie par $S_plus = \lambda x. x + y + 1$. Rappelons que "MT_plus" calcule la fonction plus (somme de x et y).