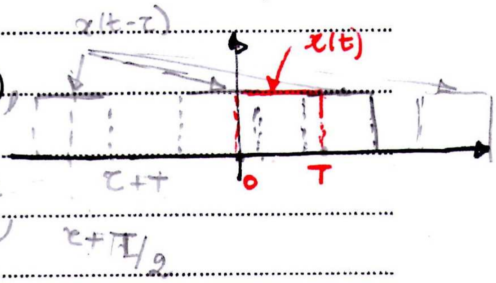
Nom :..Prénom :..................................

Exercice 1

1° $X(f) = AT\,\mathrm{sinc}\, fT\, e^{-\pi j f T}$ 1

- $R_x(\tau) = \int x(t-\tau)\,x(t)\,dt = \int A\,\Pi_T(t-T/2-\tau)\cdot A\,\Pi_T(t-T/2)\,dt$

* si $\tau + T/2 < 0$ ou $\tau > T \Rightarrow R_x(\tau) = 0$
* si $-T < \tau < 0$ $R_x(\tau) = \int_0^{T+\tau} A^2\,dt = A^2(T+\tau)$,
* si $0 < \tau < T$ $R_x(\tau) = \int_\tau^{T} A^2\,dt = A^2(T-\tau)$,



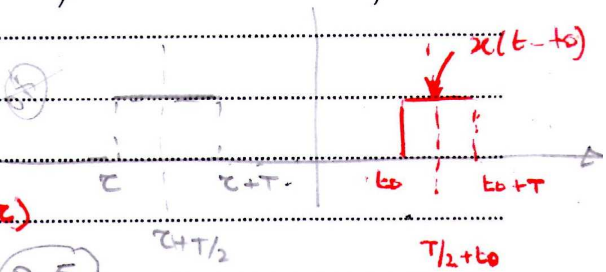
$\Rightarrow R_x(\tau) = A^2T\,\Lambda_T(\tau)$ 1

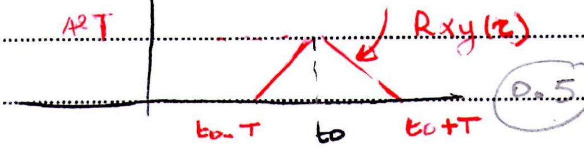
$|X(f)|^2 = A^2T^2\,\mathrm{sinc}^2(fT)$

- $E = \int |x(t)|^2\,dt = \int |X(f)|^2\,df = R_x(0) = A^2 T$ 0.5

2° $y(t) = x(t-t_0) \Rightarrow R_{xy}(\tau) = \int A\,\Pi_T(t-T/2-\tau)\cdot A\,\Pi_T(t-T/2-t_0)$

$\Rightarrow R_{xy}(\tau) = A^2T\,\Lambda_T(t-t_0)$ 1





0.5

3° L'intercorrélation est maximum pour le temps d'arrivée (t_0)

0.5

Nom :..Prénom :...................................

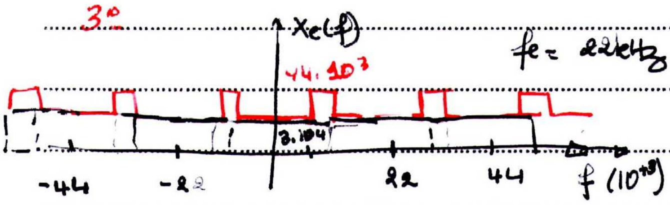
Exercice 2

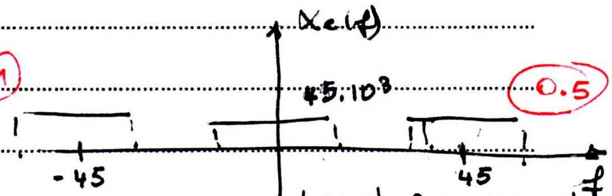
$X(f) = A \Pi_B(f)$ $f = 20kHz$ $A = 1$

1° Non, le signal (porte) est limitée en fréq (1)

2° $X_e(f) = fe \sum_n X(f - nfe) = fe\, A \sum_n \Pi_B(f - nfe)$ (1)

3°





pas de recouvrement (0.5)

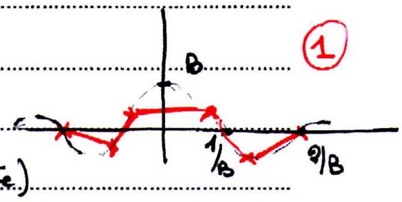
4° $fe = 45\ kHz$ $h(t) = \Lambda_{Te}(t) \Rightarrow$ Interpolateur linéaire

$x_R(t) = x_e(t) * h(t)$

$= \sum x(nTe)\, \Lambda_{Te}(t - nTe)$

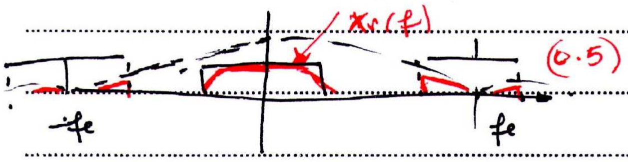
$X(f) = A \Pi_B(f) \Rightarrow x(t) = B\, \text{sinc}\, Bt$ (0.5)

d'où $x_R(t) = B \sum \text{sin}(B.n.Te)\, \Lambda_{Te}(t - nTe)$ (0.5)



5° $Xr(f) = Xe(f) \cdot H(f)$ or $h(t) = \Lambda_{Te}(t) \Rightarrow H(f) = Te\, \text{sinc}^2(Tef)$ (0.5)

$\Rightarrow = \sum_n X(f - nfe)\, \text{sin}^2(Te.f)$ (0.5)



$\Rightarrow$ distorsion : hautes fréquences résiduelles (0.5)

6° $G(f) = 1 / \text{sinc}^2(\pi f Te) \Rightarrow$ Inverse du filtre interpolateur

$\Rightarrow$ Il va compenser les distorsions (hautes fréquences) laissées par le filtre de reconstruction Es opération de lissage (1)

Nom :..Prénom :..................................

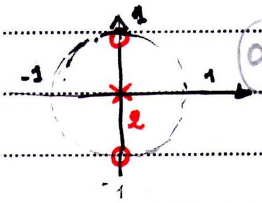
Exercice 3

$y(n) = 0.5\, x(n) + 0.5\, x(n-2)$

1°. $Y(z)/X(z) = H(z) = (0.5 + 0.5\, z^{-2}) = 0.5\,(1 + z^{-2})$ 0.5

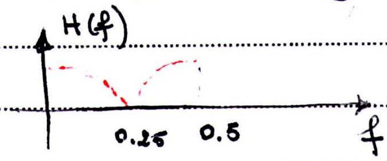
$= 0.5\left(\dfrac{z^2+1}{z^2}\right)$ 0.5 $\Rightarrow$ 2 pôles en 0 ; 2 zéros en i et $-i$

2°.



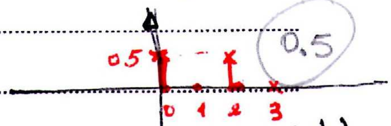
0.5

$\Rightarrow$



0.5 0.5

3°. $h(n) = 0.5\, \delta(n) + 0.5\, \delta(n-2)$ 0.5



0.5

4°. Linéarité : équation linéaire (pas de log, exp, puissance) (1)

Invariance : pas de n à l'extérieur de x ou y $\Rightarrow$ Invariant

Causalité : pas de $n+?$ $\Rightarrow$ causal

Récursivité : pas de $y(n+?)$ ou $y(n-?)$ $\Rightarrow$ non récursif

Stabilité : filtre RIF (pôles en zéro) < 1 $\Rightarrow$ stable

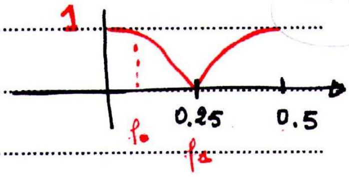
1

5°. $H(f) = 0.5 + 0.5\, e^{-4\pi j f T_e} = 0.5\, e^{-2\pi j f T_e}\,(e^{2\pi j f T_e} + e^{-2\pi j f T_e})$

$= e^{-2\pi j f T_e} \cos(2\pi f T_e)$

0.5

$|H(f)| = |\cos(2\pi f T_e)|$ 1



6°. $x(n) = a_0 \sin\left(\frac{\pi}{4} n\right) + a_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)$

0.5

$\begin{cases} 2\pi f_0 n = \pi/4\, n \\ 2\pi f_1 n = \frac{\pi}{2} n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_0 = 1/8 \text{ Hz} \\ f_1 = 1/4 \text{ Hz} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $a_0 \left(\sin \frac{\pi}{4} n\right)$ passe avec une petite atténuation $\frac{\sqrt{2}}{2}$

0.5 et $a_1 \left(\sin \frac{\pi}{2} n\right)$ est rejetée