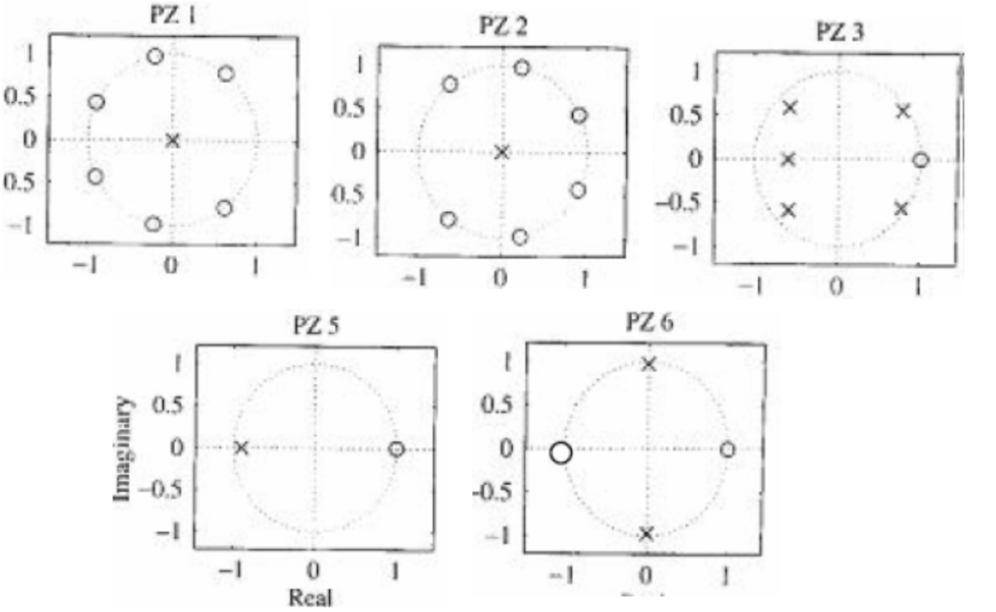
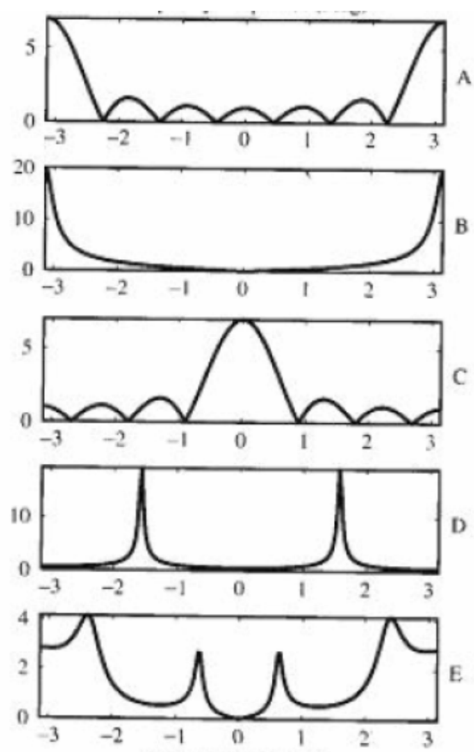
Exercice 1 :

A] Démontrer les propriétés suivantes (2 pts)

1. $x(n)e^{\frac{2\pi j k_0 n}{N}} \xrightarrow{TFD} X(k-k_0)$
2. $x(an) \xrightarrow{TFD} \frac{1}{|a|} X(k/a)$
3. $x(n+k) \xrightarrow{TZ} z^k.X(z) - \sum_{n=0}^{k-1} x(n) z^{k-n}$
4. $n.x(n) \xrightarrow{TZ} -z.\frac{dX(z)}{dz}$

B] Etablir les correspondances entre les diagrammes pôles zéros et les réponses en fréquences pour une fréquence d'échantillonnage *fe*=6 en justifiant vos choix : (2.5 pts)





Exercice 2: Conception de filtre (5 pts)

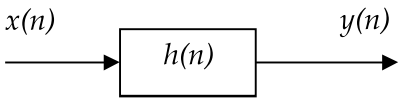
On souhaite approcher un filtre idéal passe-haut de second ordre par un filtre à réponse impulsionnelle infinie, synthétisé par la méthode des pôles et des zéros. Ce filtre doit répondre aux spécifications suivantes

- Fréquence de coupure f_c=2 kHz
- Largeur de transition à 3db: Δf=240 kHz
- Fréquence d'échantillonnage : f_e=8 kHz

1. Tracer H(f) idéal
2. Donner l'expression théorique de H(z)
3. Placer les pôles et les zéros pour obtenir une approximation de H(f)
4. Déterminer l'expression mathématique exacte de H(z) en déterminant K
5. Déterminer l'équation aux différences.

Exercice 3 : Analyse de filtre

On considère le système suivant :



A] On suppose que x(n)=δ(n)+ 2δ(n-1)+ 3δ(n-2)+ 4δ(n-3) et h(n)= 9δ(n)+ 7δ(n-1)+ 4δ(n-2)+ δ(n-3) (6.5 pts)

1. Ce système est-il invariant ? Justifier.
2. Etudier la stabilité et la causalité de x(n), h(n) et y(n).
3. Les signaux x(n), h(n) et y(n) sont-ils à énergie finie (ou infinie) ? Justifier
4. Déterminer y(n) directement et tracer le.
5. Déterminer y(n) en passant par la TZ de x(n) et h(n)
6. On considère que x(n) et h(n) sont périodiques de période 4, déterminer y(n) de 2 façons.
7. Quelle est lien entre la convolution et l'autocorrélation ?

B] On suppose, maintenant, que le tracé des pôles et des zéros de ce système est le suivant : (4 pts)

1. Est-ce un filtre RIF ou RII ? (Justifier votre réponse)
2. Donner l'allure approximative de H(f)
3. Déterminer H(z) puis déterminer l'équation de récurrence
4. Déterminer et tracer h(n)
5. A partir de h(n), étudier la stabilité, la causalité et l'invariance du filtre