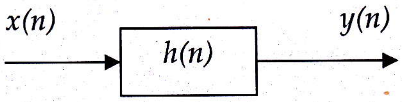
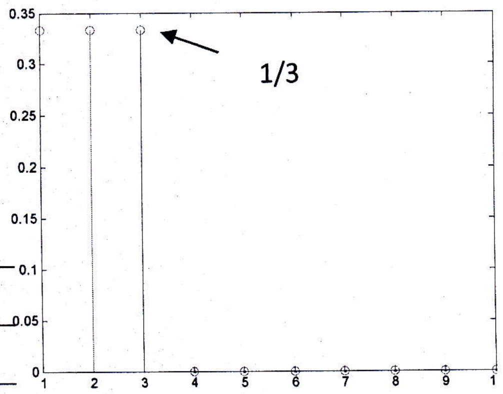
Exercice 1 7.5

On considère le système suivant :





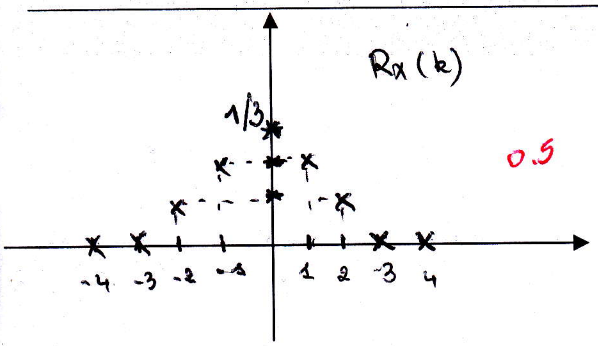
A] On suppose que h(n) est donnée comme ci-contre.

1. Calculer et tracer son auto corrélation et en déduire son énergie

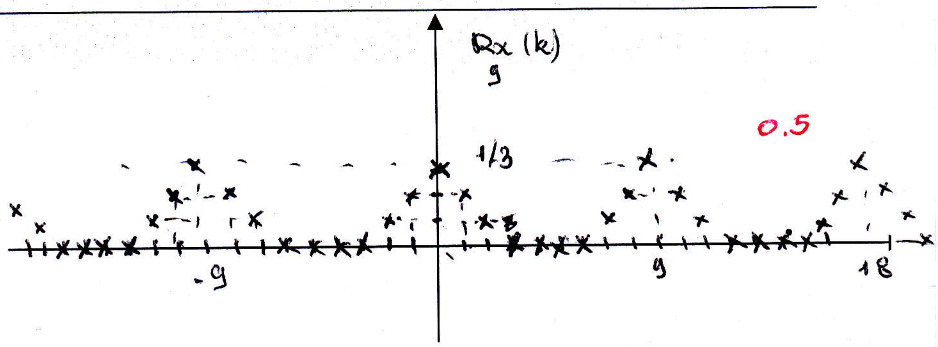
$x(0) = 1/3 \quad x(1) = x(-1) = 2/9$

$x(2) = x(-2) = 1/9 \quad x(k) = x(-k) = 0 \quad |k| > 2$

$E = x(0) = 1/3$ 0.5



0.5



0.5

2. Tracer son auto corrélation si l'on suppose qu'il est périodique de période 9.

3. Etudier la causalité : oui car $h(n) = 0$ pour $n < 0$ 0.5

4. Est ce un filtre RIF ou RII : RIF car h(n) composée de 3 diracs à 1/3 0.5

5. A partir de l'expression de h(n), déduire le rôle de ce filtre : moyenneur (passe-bas) 0.5

6. Déterminer l'équation aux récurrences du système :

$H(z) = Y(z)/X(z) = \frac{1}{3}(z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}) \Rightarrow Y(z) = \frac{1}{3} X(z)(z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})$

$\Rightarrow y(n) = \frac{1}{3} x(n-3) + \frac{1}{3} x(n-1) + \frac{1}{3} x(n-2)$ 0.5

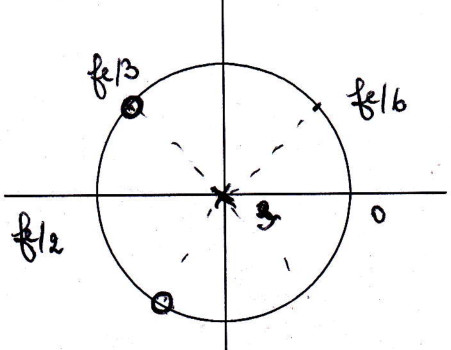
7 . Déterminer les pôles et zéros de ce filtre puis donner leur tracé. En déduire un tracé approximatif de |H(f)|

$H(z) = \frac{1}{3} \frac{(z^2 + z + 1)}{z^3}$

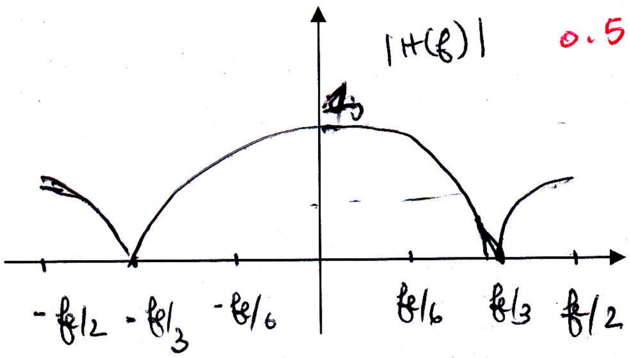
$z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = -3 = 3i^2 \quad z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 0.5

$z^3 = 0 \Rightarrow p_{1,2,3} = 0$ 0.5

$|z_{1,2}| = 1 \quad \varphi_{z_{1,2}} = \pm 120°$



0.5

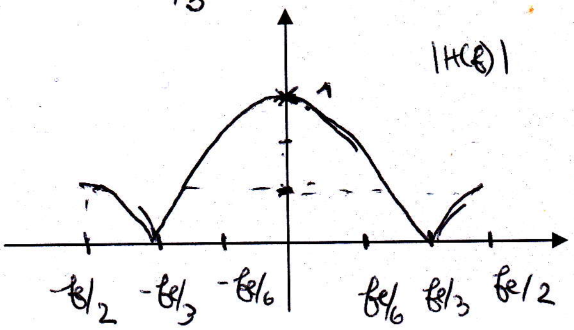


0.5

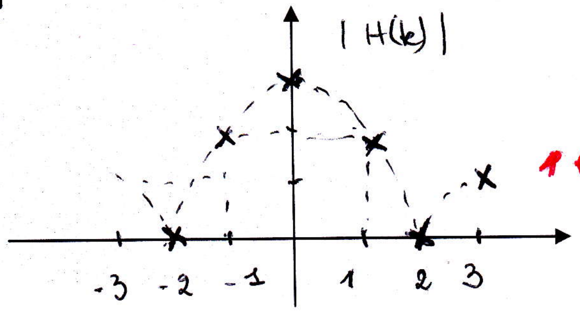
8. Calculer et tracer |H(f)| puis en déduire le tracé du module de la TFD pour N=6.

$H(f) = \frac{1}{3}(e^{-6\pi jfTe} + e^{-2\pi jfTe} + e^{-4\pi jfTe}) = \frac{1}{3} e^{-4\pi jfTe}(e^{2\pi jfTe} + 1 + e^{-2\pi jfTe})$

$= \frac{1}{3} e^{-4\pi jfTe}[2\cos(2\pi fTe) + 1]$ 0.5



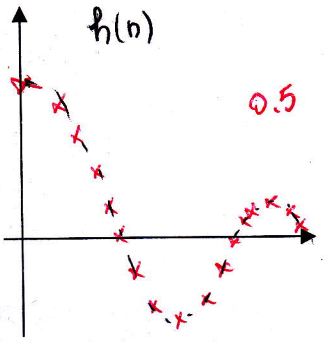
0.5



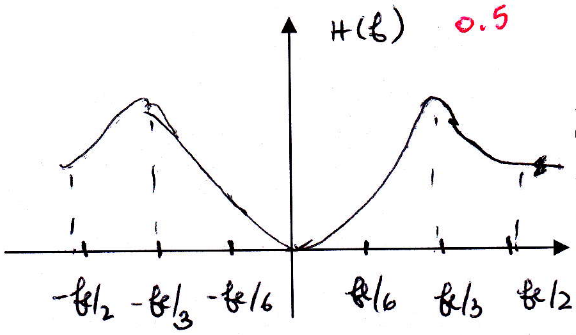
10

B] On suppose, maintenant, que le tracé des pôles et des zéros de ce système est le suivant : 5.5

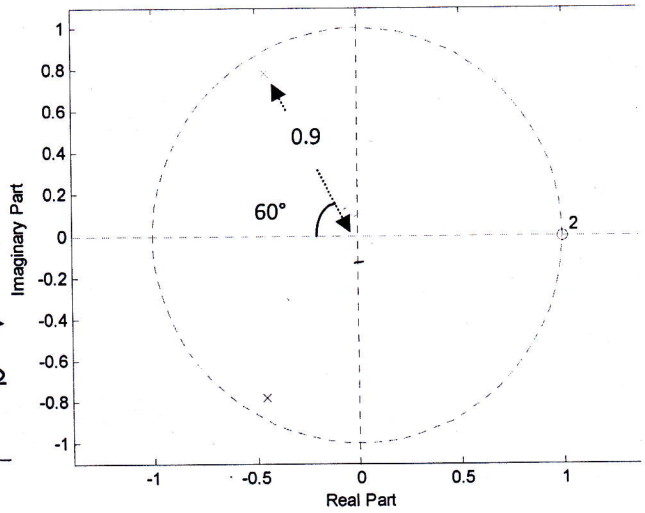
1. Donner les allures approximatives de h(n) et |H(f)|



0.5



0.5



2. Quel es le rôle de ce filtre : passe-haut 0.5

3. Déterminer H(z) (On supposera un gain de 1 en z= -1)

$H(z) = \frac{K(z-1)^2}{z^2 - 2R\cos\theta z + R^2} = \frac{K(z-1)^2}{(z - Re^{j\theta})(z - Re^{-j\theta})}$ avec $R = 0.9$ $\theta = 120$ 0.5

$= \frac{K(z-1)^2}{z^2 + 0.9z + 0.81}$ $H(-1) = 1 \Rightarrow 4K / 0.91 \Rightarrow K = 0.2275$

$= 0.2275$ 0.5

$= 0.23 (z-1)^2 / (z^2 - 0.9z + 0.81)$ 0.5

4. Déterminer les coefficients du filtre

$b = [0.23 \; -0.46 \; 0.23]$ 0.5 $b = [0.23 \; -0.46 \; 0.23]$

$a = [1 \; -0.9 \; 0.81]$

5. On suppose que *fe*= 3 kHz, quelle sera la sortie du filtre si l'on donne en entrée :

a- un signal bruité par une sinusoïde de 500 Hz : Signal filtré du bruit 0.5

b- la somme de 2 sinusoïdes l'une de 1100 Hz et l'autre de 1300Hz : Sortie = entrée 0.5

c- une constante : Sortie nulle. (passe haut et entrée de fréq = 0) 0.5

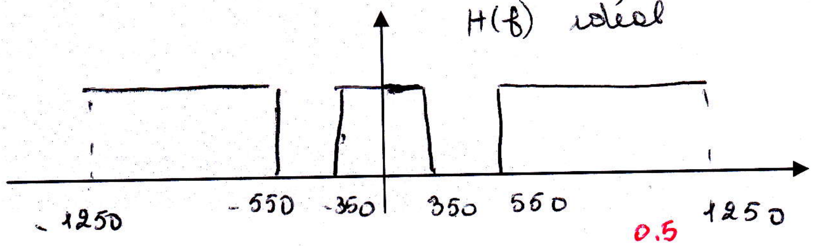
AFSN.: Examen ST 2014/2015 Nom & Prénom : ....

Exercice 2 4.5

Au cours de la transmission d'un signal numérique (échantillonné à une fréquence de 2,5 kHz), il a été affecté d'un bruit localisé entre les bandes de fréquence 350 Hz et 550 Hz. On veut éliminer le bruit par l'emploi d'un filtre RIF possédant une bande de transition Δf=100 Hz. Concevoir ce filtre :

A] Par la méthode du fenêtrage. On souhaite une atténuation en bande atténuée A=-20 $\log_{10}(\delta)$> 20 dB.

1. Tracer H(f) idéal



0.5

2. Déterminer h(n) et l'ordre N du filtre

h(n) = f1 sinc(f1 n) - f2 sinc(f2 n) = h'(n) 0.5 (A>20) ⇒ Rectangulaire 0.5

avec f1 = 350/1250 = 0.28 et f2 = 550/1250 = 0.44 et N = 1.8x250/1000 = 23

0.5 0.5

3. Calculer h(0), h(1)=h(-1)

h(0) = 1 - (0.44 - 0.28) = 0.84 h(1) = h(-1) = 0.25

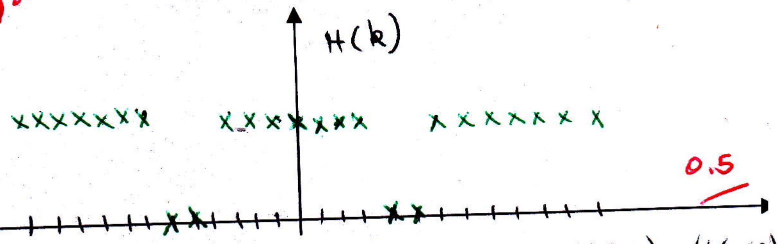
0.25

4. Tracer approximativement H(f) alors

1.5

Fenêtres	Largeur de Transition :Δf	Atténuation en bande atténuée A
$w_{Rect}(n)=\begin{cases}1 & pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}\\ 0 & ailleurs\end{cases}$	1.8/N	21
$w_{Han}(n)=\begin{cases}0.5+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1}) & pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}\\ 0 & ailleurs\end{cases}$	6.2/N	44
$w_{Ham}(n)=\begin{cases}0.54+0.46\cos(\frac{2\pi n}{N-1}) & pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}\\ 0 & ailleurs\end{cases}$	6.6/N	53
$w_{Black}(n)=\begin{cases}0.42+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})+0.08\cos(\frac{4\pi n}{N-1}) & pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}\\ 0 & ailleurs\end{cases}$	11/N	74

B] Par la technique de l'échantillonnage fréquentiel 9.5



1. Déterminer N : $= fe / \Delta f = 25$ 0.5

2. Donner les valeurs de H(k) et son tracé

$H(0) = H(1) = H(-1) = H(2) = H(-2) = H(3) = H(-3) = H(6) = H(-6) = \ldots H(12) = H(-12) = 1$

et $H(4) = H(-4) = H(5) = H(-5) = 0$ 0.5

3. Déterminer h(n)

$$h(n) = \frac{1}{25} + \frac{2}{25}\left[\sum_{1}^{3} \cos\left(\frac{2\pi n}{25}\right) + \sum_{6}^{12} \cos\left(\frac{2\pi n}{25}\right)\right]$$ 0.5

4. Comparer ces 2 techniques de synthèse d'un filtre RIF 1.5

Fenêtrage : H(f) connue entre les fts mais valable uniquement pour PB, PH, PBd, CB 0.25 0.25

Echantillonnage : Comportement entre les H(k) inconnue mais beaucoup synthétiser une plus grande gamme de filtres 0.5 0.5