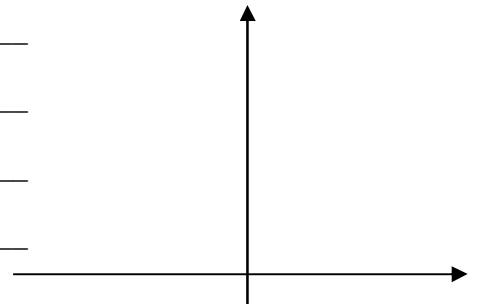


Exercice 1

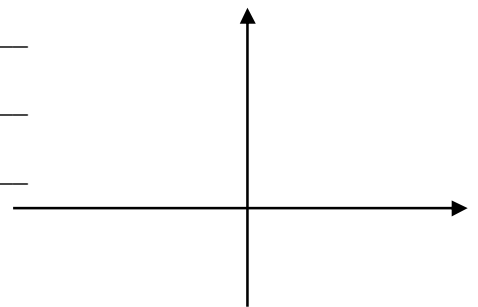
Soient $x(n)$ et $h(n)$ deux signaux numériques provenant respectivement de l'échantillonnage d'un signal $x(t)$ et de la réponse impulsionnelle $h(t)$ d'un système : $x(n) = \{0, 0, 0, 0.5, 1.5, 0.5, 1.5, 0, 0, 0\}$ et $h(n) = \{0.5, 0.5\}$

1. Calculer l'énergie de chaque signal

2. Calculer et tracer l'autocorrélation de $h(n)$



3. Calculer la et tracer la TFD de $h(n)$



4. Calculer la séquence y résultant de la convolution numérique $x(n) * h(n)$.

5. Interpréter ces résultats du point de vue des plages de fréquences éliminées et conservées.

6. Quel est le signal d'entrée qui permettrait de connaître le signal $h(n)$? :

7. Proposer un signal $h(n)$ permettant de réaliser un filtrage passe haut du signal $x(n)$:

Exercice 2

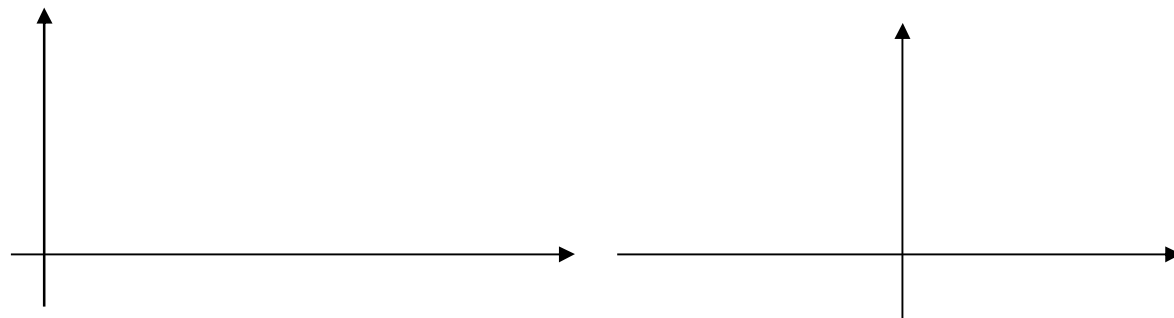
On suppose le filtre défini par l'équation aux récurrences suivantes:

$$y(n) = 0.4y(n-1) - 0.16y(n-2) + 0.5x(n) + x(n-1) + 0.5x(n-2)$$

1. Caractériser le filtre RII ou RIF : _____ car _____
2. Déterminer $H(z)$:

3. Donner les pôles et les zéros : _____

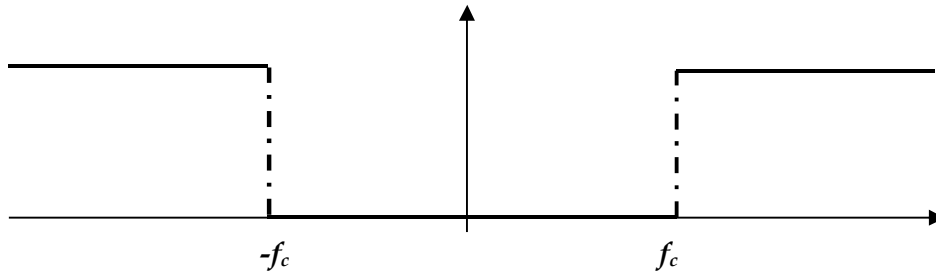
4. Le retard de groupe est _____ car _____
5. Donner les allures approximatives de $h(n)$ et $|H(f)|$



6. Quel est son rôle ? : _____
7. Quelle serait la sortie $y(n)$ si $x(n) = 3 + \exp(\pi j n / 2) + 3 \exp(\pi j n / 4)$. Prendre $f_e = 1$.

Exercice 3

On suppose le filtre analogique $H(f)$ suivant :



On veut déterminer le filtre numérique $h(n)$ équivalent par la méthode des fenêtres. Le filtre doit répondre aux spécifications suivantes $f_c = f_e/6$ et une largeur de transition $\Delta f = f_e/8$ avec une atténuation $A_a > 40$ db

1. Déterminer N

2. Déterminer $h(n)$

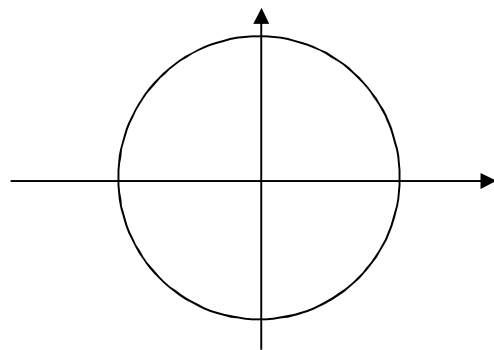
3. Déterminer $h'(n)$

4. Calculer $h'(N/2)$; $h'(N/2+1)$; $h'(N/2-1)$; $h'(N/2+2)$; $h'(N/2-2)$; $h'(0)$ et $h'(N-1)$

En considérant le filtre passe-bas analogique de second ordre dont la fonction de transfert dénormalisée est donnée ci-dessous. Concevoir le filtre numérique correspondant en utilisant la méthode de l'invariance impulsionnelle. On supposera que $T_e=0,2$ s.

1. Déterminer $H(z)$

2. Etablir le tracé des pôles et zéros



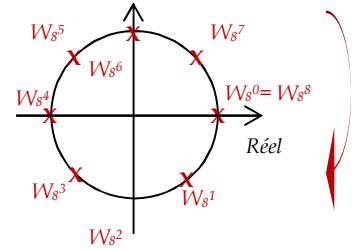
Démontrer que : $x(n) * h(n) \xrightarrow{TFD} X(k).H(k)$

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)x(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

$$R_{xy}(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y^*(n-k)$$

Imaginaire

$$\begin{cases} X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi j n k / N} \\ x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k)e^{2\pi j n k / N} \end{cases}$$



	Largeur du Lobe principal : Δf	Lobe Principale/ Secondaire	Largeur de Transition : Δf ($2\Delta f / f_c$)	Atténuation en bande atténuée A
$w_{Rect}(n) = \begin{cases} 1 & \text{pour } n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$2 f_c / N$	-13 db	$1.8/N$	21
$w_{Han}(n) = \begin{cases} 0.5 + 0.5 \cos(\frac{2\pi n}{N-1}) & \text{pour } n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$4 f_c / N$	-31 db	$6.2/N$	44
$w_{Ham}(n) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos(\frac{2\pi n}{N-1}) & \text{pour } n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$4 f_c / N$	-41 db	$6.6/N$	53
$w_{Black}(n) = \begin{cases} 0.42 + 0.5 \cos(\frac{2\pi n}{N-1}) + 0.08 \cos(\frac{4\pi n}{N-1}) & \text{pour } n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$6 f_c / N$	-57 db	$11/N$	74

$$r_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} |x(n)|^{1/n} \text{ et } r_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} |x(-n)|^{-1/n}$$

$x(n)$	$X(z)$	Région de convergence
$\delta(n)$	1	$\forall z$
$U(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z > 1$
$a^n U(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z > a $
$na^n U(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z > a $
$-a^n U(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z < a $
$\cos(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{1-z^{-1} \cos(\omega_0)}{1-2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}$	$ z > 1$
$\sin(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{z^{-1} \sin(\omega_0)}{1-2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}$	$ z > 1$
$a^n \cos(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{1-az^{-1} \cos(\omega_0)}{1-2az^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $

$a^n \sin(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{az^{-1} \sin(\omega_0)}{1 - 2az^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $
-----------------------------	---	-------------

$$x(n) = \sum_{p_i \text{ poles de } z^{n-1} X(z)} \operatorname{Res} [z^{n-1} X(z)]_{z=p_i} \quad \operatorname{Res} [z^{n-1} X(z)]_{z=p_i} = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [(z-p_i)^m z^{n-1} X(z)]_{z=p_i}$$

	Réponse impulsionnelle h(n)	
Type de filtre	$h(n)$ pour $n \neq 0$	$h(n)$ $n=0$
Passe-bas	$f_c \frac{\sin(\pi n f_c)}{\pi n f_c}$	f_c
Passe-haut	$-f_c \frac{\sin(\pi n f_c)}{\pi n f_c}$	$1-f_c$
Passe-bande	$f_{c2} \frac{\sin(\pi n f_{c2})}{\pi n f_{c2}} - f_{c1} \frac{\sin(\pi n f_{c1})}{\pi n f_{c1}}$	$f_{c2} - f_{c1}$
Rejcteur de bande	$f_{c1} \frac{\sin(\pi n f_{c1})}{\pi n f_{c1}} - f_{c2} \frac{\sin(\pi n f_{c2})}{\pi n f_{c2}}$	$1-(f_{c2} - f_{c1})$

$$h(n) = \frac{1}{N} \left(H(0) + 2 \sum_{k=1}^{(N-1)/2} H(k) \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right) \text{ pour } 1 \leq n \leq (N-1)/2$$

				Pulsation Centrale	Largeur de Bande
Passe-bas	$p = p / \omega_A$	Passe-bande	$p = (p^2 + \omega_{A1} \omega_{A2}) / ((\omega_{A2} - \omega_{A1}) p)$	$\omega_A = \sqrt{\omega_{A1} \omega_{A2}}$	$B = (\omega_{A2} - \omega_{A1}) / \omega_A$
Passe-haut	$p = \omega_A / p$	Coupe-bande	$p = ((\omega_{A2} - \omega_{A1}) p) / (p^2 + \omega_{A1} \omega_{A2})$	$\omega_A = \sqrt{\omega_{A1} \omega_{A2}}$	$B = (\omega_{A2} - \omega_{A1}) / \omega_A$

$$H(z) = T_e \sum_{\text{pôles } p \text{ de } H_a(p)} \operatorname{Résidus} \left(\frac{H_a(p)}{1 - z^{-1} e^{pT_e}} \right) \Bigg|_{p=pi}$$

$$\omega_A = \frac{2}{T_e} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_N T_e}{2} \right)$$

$$p = \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1}$$

$H(p)$	$H(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{1 - e^{-aT_0} z^{-1}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{1 - e^{-aT_0} z^{-1} \cos \omega T_0}{1 - 2e^{-aT_0} z^{-1} \cos \omega T + e^{-2aT_0} z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{e^{-aT_0} z^{-1} \sin \omega T_0}{1 - 2e^{-aT_0} z^{-1} \cos \omega T + e^{-2aT_0} z^{-2}}$