

1. Sans faire de calcul, étudier la linéarité, la causalité et l'invariance du système suivant : $y(n) = 2^n x(n-1) - 0.3 x(n)$ 3
2. Soit le signal $x(n] = (n+1)$ pour $n=0$ à 3 et 0 ailleurs. 3.5
 - Calculer et tracer l'auto-corrélation de x et déduire son énergie
3. Soit $x(n) = 1/4$ pour $0 \leq n \leq 3$ et 0 ailleurs. 3.5
 - Calculer et tracer sa TFD
 - Vérifier que l'énergie se conserve
4. Soit $x(n) = A_0 e^{2\pi j f_0 n} + A_1 e^{2\pi j f_1 n}$ pour $n(0:N-1)$ où $f_0 = 0.25$, et $f_1 = 0.70$ et $f_c = 2$ $N = 20$ 5
 - Donner l'allure du module de la TFD et de la TFD.
 - Quel est le but du fenêtrage ?
 - Quelle est la meilleure fenêtre à utiliser pour ce signal ? Justifier.

linéaire ($x(n)$ et $y(n)$ opérateurs linéaires)

causal : $y(n)$ ne dépend pas d'un instant futur de $x(n)$

non invariant : coeff. est non constant (2^n)

$$x(0) = 1, x(1) = 2, x(2) = 3 \text{ et } x(3) = 4$$

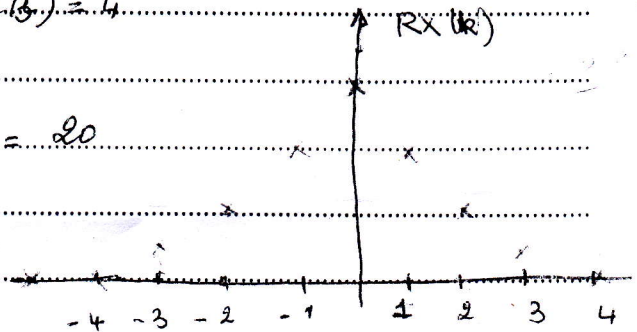
$$R_x(0) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$

$$R_x(1) = R_x(-1) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = 20$$

$$R_x(2) = 1 \times 3 + 2 \times 4 = 11 = R_x(-2)$$

$$R_x(3) = R_x(-3) = 1 \times 4 = 4$$

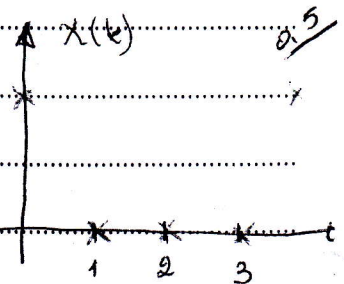
$$E = R_x(0) = 30$$



$$x(n) = 1/4, 0 \leq n \leq 3, N = 4$$

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2pt



$$E = \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 = \frac{1}{4} \times (1 + 0 + 0 + 0) = 1/4$$

$$x(n) = (A_0 e^{2\pi j f_0 n} + A_1 e^{-2\pi j f_1 n}) \cdot \text{Rect}(n)$$

$\Rightarrow X(f)$ 2 pics l'un en f_0 et l'autre en f_1 qui s'annule
sous les 1/NSTe soit $f_c/N = 2/20 = 0.1$

Pour le fenêtrage : atténuation des lobes secondaires 1.5

- Meilleure fenêtre : Résolution $\Delta f = f_1 - f_0 = 0.45$

1.0pt $\Rightarrow \Delta f = 4 f_c / N = 0.4$ (Hanning, Hamming, Triang)

