Exercice 1

Soient $x_1(n) = e^{-a.n}.U(n)$ $\quad x_2(n) = e^{-b.n}.U(n)$, calculer $x_1(n) * x_2(n)$ avec $(a,b) \in \Re^+ \, et \; a > b$

Exercice 2

La figure ci-contre représente 2 signaux discrets. Le signal S1 est obtenu avec un échantillonnage à la fréquence f_e=1200Hz.

1. Calculer l'énergie du signal.

2. Déterminer et tracer l'auto-corrélation du signal S1.

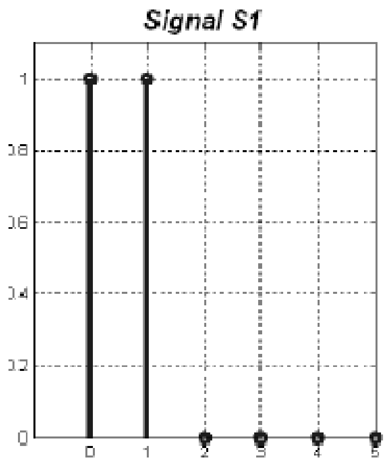
3. On décale le signal S1 de 2 vers la droite, sans faire de calcul, tracer son auto-corrélation.

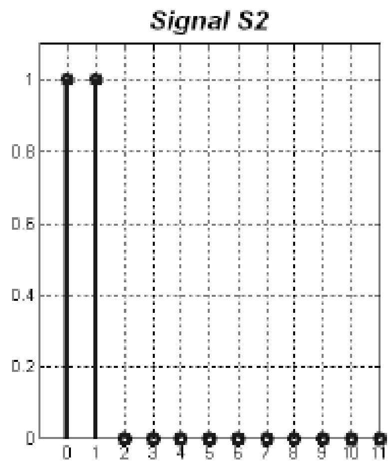
4. Déterminer la TFTD de S1 et tracer son module.

5. Calculer la TFD pour tout N. Tracer la TFD pour N=6.

6. Le signal S2 est obtenu à partir du signal S1, comment ?

7. Tracer approximativement la TFD de S2 (N=12).



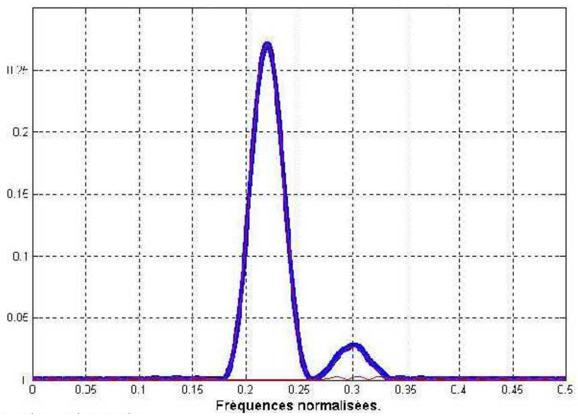


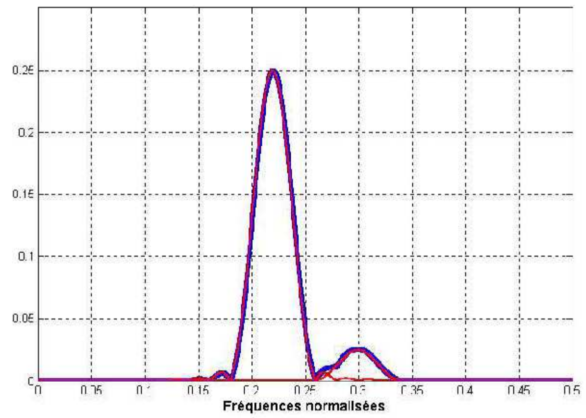
Exercice 3

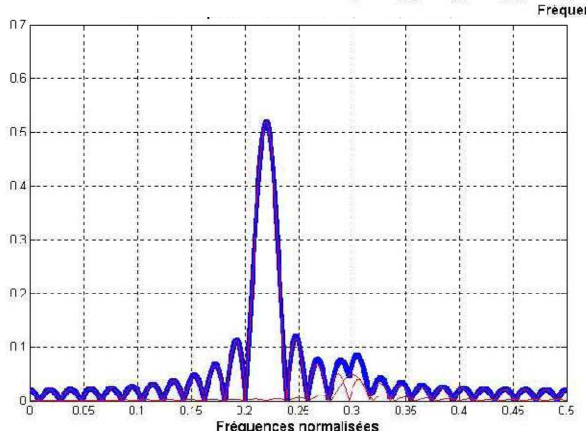
On souhaite calculer la TFD du signal suivant : $e^{2\pi jf_0 n} + 0.1\, e^{2\pi jf_1 1n}$ avec f_0=0.22, f_1=0.3 et N=100 (f_e=1). A cette fin, on teste différentes fenêtres (Rectangulaire, Hamming et Hanning). Les TFD obtenues sont illustrées ci-dessous.

1. Identifier les fenêtre utilisées (en justifiant vos réponses)

2. Quelle est la meilleure fenêtre pour ce signal ? Justifier.







Rappels :

$$X_e(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) e^{-2\pi\, j f\, nTe}$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-2\pi\, j\, n\, k\,/N} \qquad x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) e^{2\pi\, j\, n\, k\,/N}$$

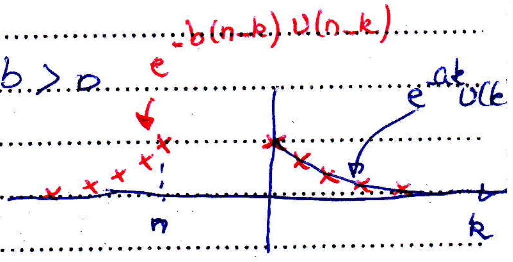
Type de fenêtre	Rapport d'amplitude entre le lobe principal et le lobe secondaire	Largeur du lobe principal (*fe)
Rectangulaire	-13dB	2/N
Triangulaire	-25dB	4/N
Hanning	-31dB	4/N
Hamming	-41dB	4/N
Blackman	-57dB	6/N

Remarque : Un tracé doit préciser les valeurs en x et y.

Nom:................................ Prénom:..............................

Exercice 1 (3)

$x_1(n) = e^{-an} u(n)$ $\quad x_2(n) = e^{-bn} u(n)$ $\quad a > b > 0$



$x_1(n) * x_2(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x_1(k)\, x_2(n-k)$

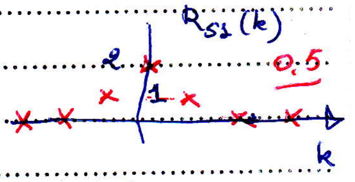
$= \begin{cases} 0 & n < 0 \quad 1 \\ \sum_{k=0}^{n} e^{-ak} e^{-b(n-k)} & 1 \end{cases}$

pour $n > 0$ $\quad x_1(n) * x_2(n) = e^{-bn} \sum_{k=0}^{n} e^{(b-a)k} = e^{-bn} \dfrac{1 - e^{(b-a)n+1}}{1 - e^{(b-a)}}$ $\quad (b - a < 0)$ $\quad 1$

Exercice 2 (9)

1° $E = \sum s_1(n)^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ $\quad 0.5$

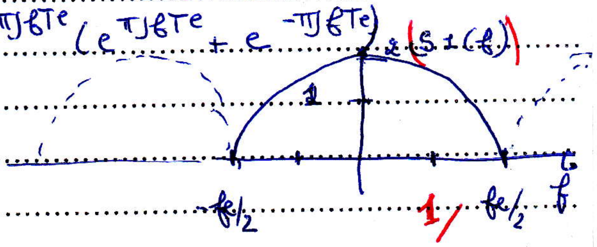
2° $R_{s_1}(0) = 1 \times 1 + 1 \times 1 = 2$ $\quad R_{s_1}(1) = R_{s_1}(-1) = 1 \times 1 = 1$ $\quad 1$



3° Identique $\quad 1$

4° $S_1(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} s_1(n) e^{-2\pi j f n Te} = 1 + e^{-2\pi j f Te} = e^{-\pi j f Te}(e^{\pi j f Te} + e^{-\pi j f Te})$

$= 2\cos(\pi f Te)\, e^{-\pi j f Te}$ $\quad 1$



5° $S_1(k) = \sum_{0}^{N-1} s_1(n) e^{-\frac{2\pi j n k}{N}} = 1 + e^{-\frac{2\pi j k}{N}}$

$= e^{-\frac{\pi j k}{N}} (e^{\frac{\pi j k}{N}} + e^{-\pi j k/N})$

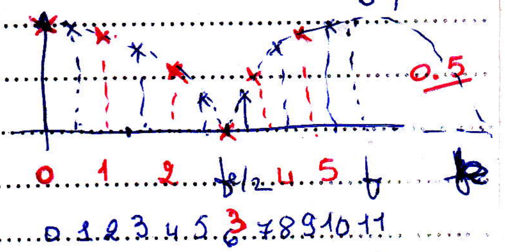
$= 2\cos\left(\frac{\pi k}{N}\right) e^{-\frac{\pi j k}{N}}$ $\quad 1$

$|S_1(0)| = 2$ $\quad |S_1(1)| = 2\cos(\pi/6) = \sqrt{3}$ $\quad |S_1(2)| = 2\cos(\pi/3) = 1$ $\quad 1$

$|S_1(3)| = 2\cos(\pi/2) = 0$ $\quad S_1(4) = |2\cos(2\pi/3)| = 1$ $\quad S_1(5) = \left|2\cos\frac{5\pi}{6}\right| = \sqrt{3}$

6° Rajout de 0 (0 padding) $\quad 0.5$

7° $N = 6 \Rightarrow N = 12$ Rajouter des pts entre les TFD de $N = 6$ (en bleu) $\quad 1$



Exercice 3 (2.0)

1) 1° Hamming (plus grande atténuation des lobes secondaires que Hanning)

2° Hanning (moins " " Hamming) $\quad 1$

3° Rectangulaire (présence de lobes secondaires plus imp que les 2 autres) $\quad 0.5$

+ lobe principal plus fin et plus > amplitude $\quad 0.5$

2) $|f_1 - f_2| = 0.08$ $\quad$ Blackman $\Rightarrow 6\, fe/N = 0.06 < |f_1 - f_2| = 0.08$ $\quad 1$