

# **Communications Numériques 2**

**(Série de TD)**

2<sup>ème</sup> année Master Avionique

Ecole Supérieure des Techniques de l'Aéronautique

<https://perso.usthb.dz/~akourgli/Communications%20Num%c3%a9riques%202/>

Contenu de la matière**Chapitre 0 : Rappels succincts sur les communications analogiques (1 Semaine)**

- Systèmes de communication
- Supports de transmission
- Spectre de fréquences
- Modulation d'amplitude
- Démodulation cohérente / Démodulation non cohérente
- Modulation et démodulation de fréquence / Modulation de phase

**Chapitre 1 : Caractéristiques d'une transmission numérique et codes en ligne (2 Semaines)****1.1** Éléments d'une chaîne de transmission numérique**1.2** Notions fondamentales

- Capacité de canal
- Débit et rapidité de modulation

**1.3** Modulation en bande de base**1.4** Codes en ligne

- Conversion bits/symboles et mise en forme
- Codes indépendants : NRZ Bipolaire, NRZ unipolaire, RZ unipolaire, Biphasé/Manchester
- Codes dépendants : RZ bipolaire, HDB3, Miller
- Codes NRZ M-aires

**1.5** Analyse spectrale

- Densité spectrale de puissance des codes en ligne
- Comparaison en termes d'occupation spectrale

**1.6** Énergie par bit / par symbole**1.7** Critères de choix et comparaison des codes en ligne : Efficacité spectrale, Consommation d'énergie, Détection d'erreurs, Domaines d'utilisation**Chapitre 2 : Transmission en bande de base - Récepteur optimal (2 Semaines)****2.1** Transmission en bande base sur canal idéal**2.2** Canal AWGN (Additive White Gaussian Noise)**2.3** Récepteur optimal**2.4** Détection de signal binaire et tests d'hypothèses**2.5** Structures de récepteurs binaires optimaux :

- Récepteur à deux corrélateurs
- Récepteur à un seul corrélateur
- Récepteur à base de filtre adapté

**2.6** Performances d'une transmission en bande de base et calcul des BER (Bit Error Rate)**Chapitre 3 : Transmission sans interférence entre symboles (2 Semaines)****3.1** Transmission en bande base sur canal à bande limitée**3.2** Canal sans distorsion**3.3** Effet du canal sur la forme d'onde du code en ligne**3.4** Interférence entre symboles (IES)

- Caractéristiques de l'IES
- Techniques de limitation de l'IES

**3.5** Diagramme de l'œil**3.6** Condition d'absence d'interférence entre symboles / Critère de Nyquist

- 3.8 Filtre en cosinus surélevé
- 3.9 Performances des systèmes M-aires
- 3.10 Répartition du filtrage entre émission et réception
- 3.11 Notion d'égalisation de canal

## Chapitre 4 : Modulations numériques à bande étroite (3 Semaines)

- 4.1 Comparaison des transmissions
  - Transmission sur bande de base
  - Transmission sur porteuse
- 4.2 Modulation ASK (Amplitude Shift Keying)
  - Principe
  - Modulation OOK
  - Modulations M-ASK symétriques
  - Démodulation cohérente (synchrone) / non cohérente (détection d'enveloppe)
  - Réalisation physique et performances
  - Calcul des BER et comparaison des techniques de démodulation
  - Avantages/Inconvénients et domaines d'utilisation
- 4.3 Modulation PSK (Phase Shift Keying)
  - Principe
  - Constellations
  - Décomposition I/Q et orthogonalité / Double occupation spectrale
  - Démodulation M-PSK : Orthogonalité et séparation par corrélation
  - Réalisation physique et performances
  - Calcul des BER
  - Avantages/Inconvénients et domaines d'utilisation
- 4.4 Modulation QAM (Quadrature Amplitude Modulation)
  - Principe de modulation à deux porteuses en quadrature
  - Réalisation physique et performances
  - Avantages/Inconvénients et domaines d'utilisation
- 4.5 Modulation FSK (Frequency Shift Keying)
  - Principe
  - Modulation CP-FSK
  - Modulation MSK, GMSK
  - Démodulation M-FSK
  - Réalisation physique et performances d'une FSK binaire
  - Avantages/Inconvénients et domaines d'utilisation
- 4.6 Analyse comparative : Comparaison des différentes modulations : Complexité, Robustesse, Efficacité spectrale

## Chapitre 5 : Systèmes de transmission

- 5.1. Principes de transmission numérique
  - Différences entre transmission analogique et numérique
  - Concepts de bande passante et de débit binaire
  - Introduction au multiplexage numérique
- 5.2. Multiplexage
  - TDM (Time Division Multiplexing)
  - FDM (Frequency Division Multiplexing)
  - WDM (Wavelength Division Multiplexing) et DWDM

- Atténuation dans les systèmes optiques

### 5.3. Systèmes xDSL

- Techniques de modulation utilisées - OFDM
- Principe et architecture ADSL / VDSL

### 5.4. Systèmes sans fil (Wireless)

- WiFi, WiMAX : principes, bandes de fréquence, protocoles de transmission

### 5.5 Multiplexages et accès multiples

- FDMA, TDMA, CDMA, OFDMA (comparaison, avantages et limites)

### 5.6 Systèmes hiérarchiques numériques

- PDH (Plesiochronous Digital Hierarchy)
- SDH/SONET (Synchronous Digital Hierarchy)

## Chapitre 6 : Systèmes de commutation

### 6.1 Principes généraux de la commutation

- Commutation de circuits vs commutation de paquets
- Architectures de réseaux

### 6.2 Commutation de circuits

- Réseaux téléphoniques classiques
- Dimensionnement et pertes

### 6.3. Commutation par paquets

- X.25 : historique et principe
- Frame Relay
- ATM (Asynchronous Transfer Mode)
- MPLS (Multiprotocol Label Switching)

### 6.4 Théorie du trafic et dimensionnement

- Modèles de file d'attente
- Loi de Poisson et Erlang
- Calculs de probabilité de blocage

## Chapitre 7 : Signalisation

### 7.1 Principes de la signalisation dans les réseaux

- Rôle de la signalisation
- Classification : canal associé, canal commun

### 7.2 Protocoles de signalisation

- SS7 (Signaling System No.7)
- SIP (Session Initiation Protocol)
- H.323 (voix et vidéo sur IP)
- MGCP (Media Gateway Control Protocol)

## TD n°1 : Caractéristiques d'une transmission numérique et codes en ligne

### 1. Répondre aux questions suivantes :

- Définir une source numérique et donner quelques exemples.
- Quel est le rôle d'un codeur de source ?
- En rajoutant de la redondance, le codeur de canal protège l'information des effets du canal. Expliquer
- Le codeur de source élimine la redondance alors que le codeur de canal en rajoute. Expliquer.
- Expliquer le rôle de l'unité de mise en forme et du modulateur. Pourquoi doit-on faire appel à ces unités ?
- Estimer le débit binaire d'information d'un convertisseur A/N pour la parole.

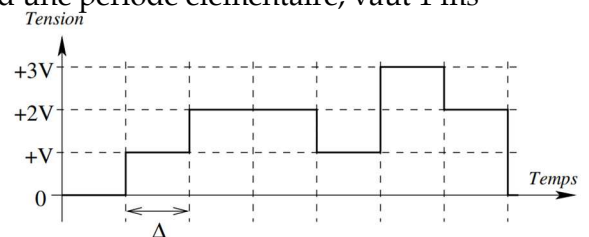
### 2. Les caractéristiques principales d'un canal de transmission outre le SNR et la bande de fréquence sont : la valence (V ou M), la rapidité de modulation R et le débit D.

- Quelle est la formule générale liant ces trois caractéristiques ?
- Quelle est la capacité maximale de transmission sur une voie RTC (Réseau Téléphonique Commuté) caractérisée par une bande passante de 300 - 3400 Hz et un rapport signal sur bruit de 1000 ?
- Exprimer le débit binaire  $D_b$  en fonction de la période symbole T et de la valence M.

On observe le signal numérique ci-après où  $\Delta$ , qui définit la durée d'une période élémentaire, vaut 1 ms

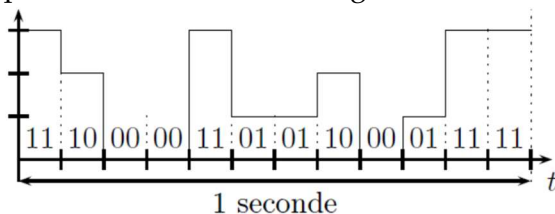
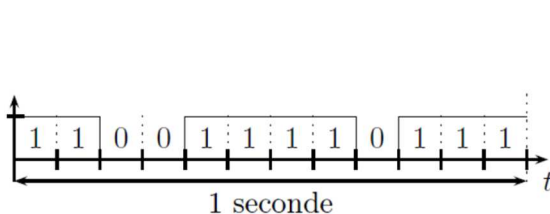
En déduire :

- La valence du signal ;
- Le nombre de bits transportés durant une période ;
- La vitesse de modulation ;
- Le débit.



### 3. Dans un système de transmission numérique de voix téléphonique, le débit de la voix numérisée est de 32 Kbits/s. Le débit symbole est de 16KHz, quel est la taille de l'alphabet des symboles nécessaire pour la modulation de la voix numérisée ?

### 4. Donnez, dans les deux cas suivants, la valence, la rapidité de modulation du signal et le débit binaire.



### 5. Répondre aux questions suivantes :

- Définir la transmission en bande de base.
- Quel est le but du codage en ligne ?
- Quel est le rôle du filtre de mise en forme ?
- Quelles sont les principales difficultés rencontrées dans la transmission directe d'une information en ligne ?
- Quelles sont les problèmes rencontrés avec les codes NRZ ?
- Quel est l'inconvénient majeur des codes unipolaires ?
- Quel est le principal intérêt des codages de Manchester, Manchester différentiel et Miller ?
- Comment se fait la transmission du signal d'horloge ?

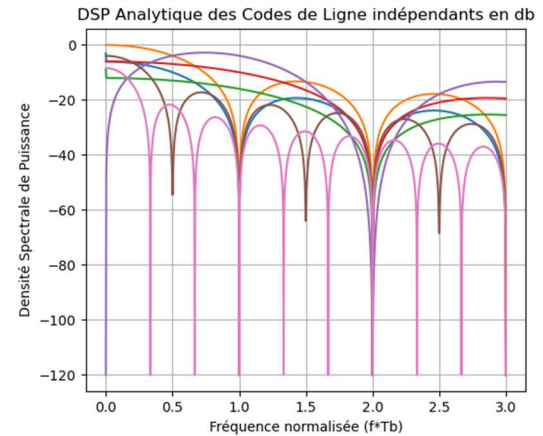
### 6. On considère le message binaire suivant: 010011101010

On souhaite transmettre ce message en bande de base avec un débit binaire  $D_b = 100$  kbits/seconde. Calculer la période symbole T et tracer les signaux physiques en bande de base obtenus avec les codes suivants:

- o en NRZ unipolaire,
- o RZ unipolaire,
- o NRZ polaire,
- o RZ polaire,
- o Manchester,

- 4-Aires, 8-Aires,
- RZ bipolaire.

7. Sont données ci-dessous les DSP des codes en lignes dépendants . Identifier les en justifiant vos réponses.



## Solutions TD n°1

### 1. Réponses :

- Une source numérique génère des messages appartenant à un alphabet discret et fini à des instants particuliers (temps discret). Exemples de sources numériques : Parole, vidéo, ordinateurs, Fax, etc.
  - Rôle fondamental d'un codeur de source est de trouver une représentation plus « économique » de l'information de source qui est redondante → Exploiter cette redondance pour réduire de façon significative le débit binaire généré par la source.
  - Le codage de canal protège les messages des distorsions générées par le « bruit » du canal. Le but fondamental du codeur de canal, consiste à réduire la probabilité d'erreur.
  - La redondance de source est générée par la nature de l'information source. La redondance de canal est créée par le concepteur.
  - Le vecteur de l'information est un signal analogique : un courant, une tension ou une onde électromagnétique. Le rôle du modulateur consiste à adapter la nature numérique de l'information à une représentation analogique. Le signal porteur est analogique, l'information qu'il véhicule est numérique.
  - Le processus de conversion A/N se réalise en deux étapes : échantillonnage suivi d'une quantification.
- Parole humaine → largeur de bande à 4 kHz. Pour minimiser la distorsion due à la quantification on utilise → résolution de 8 bits/échantillon, ce qui génère un débit binaire net de :  $D = 2 \times 4 \text{ kech/s} \times 8 \text{ bi t s/ech} = 64 \text{ kb/s}$ .

### 2. Débit binaire D (bits/s) : nombre d'éléments binaires transmis par seconde.

- Rapidité de modulation R (bauds) : inverse de l'intervalle significatif  $\Delta$ .  $R = 1/\Delta$  bauds
- Si V(ou M) désigne la taille de l'alphabet de modulation,  $D = R \log_2 V = R \frac{\ln V}{\ln 2}$
- Formule de Nyquist : borne la rapidité de modulation maximum Rmax sur un support (modélisé par un filtre passe-bas) de bande passante B.
- Capacité de transmission est donnée par la relation de Shannon :  $C = B \times \log_2[1 + (S/N)] = (3400 - 300) \times \log_2(1 + 1000) \approx 3100 \times 3,32 \log_{10}(1000) = 3100 \times 3,32 \times 3 = 30\,876 \text{ bit/s}$
- valence du signal →  $N = 4$  (0, +V, +2V et +3V) ; Nbre de bits transportés durant une période →  $B = \log_2 4 = 2 \text{ bits}$  ; vitesse de modulation →  $R = 1/\Delta = 1/10^{-3} = 1000 \text{ bauds}$  ; (le signal d'horloge a donc une fréquence de 1 kHz) ; le débit →  $D = R \times B = 2000 \text{ bit/s}$ .

### 3. Signaux transmis sont binaires => rapidité de modulation = débit binaire = 9600 bits/s.

Par Shannon  $C = B \log_2(1+S/N)$  donc  $9600 = 1000 \log_2(1+S/N)$  et  $S/N = 775$  d'où  $S/B = 29 \text{ dB}$

Si la valence est 4, chaque valeur du signal sur le canal de transmission peut être utilisé pour transporter 2 bits. Donc le débit binaire est deux fois plus élevé que la rapidité de transmission. rapidité de modulation = 4800 bauds. Même SNR

$$3. R = 16 \text{ K symboles/s} \rightarrow \log_2 V = D/R \rightarrow V=4$$

$N = \log_2(D/R)$ , où D est le débit de la voix numérisée (32 Kbits/s) et  $R=D_s$  est le débit symbole →  $N = \log_2(32,000 / 16) = \log_2(2000) \approx 11.29 \rightarrow$  taille d'alphabet de 12 symboles.

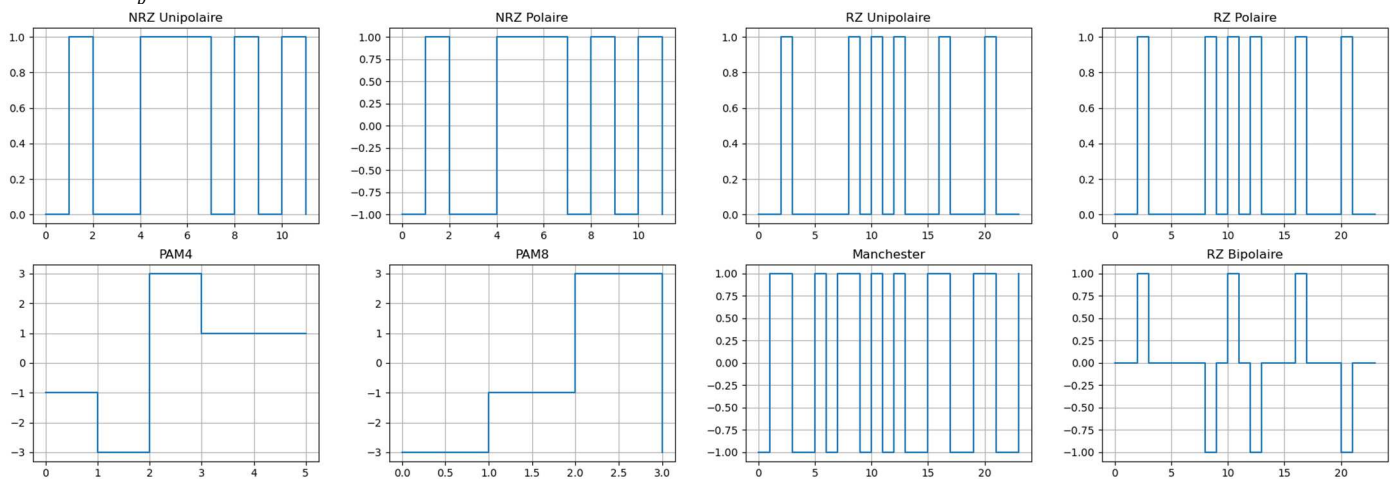
$$4. V=2 \rightarrow D = \frac{1}{T_b} = 12 \text{ bits/s}, R = D, V=4 \rightarrow D = \frac{1}{T_b} = 24 \text{ bit/s} \quad R = \frac{D}{\log_2 V} = 12 \text{ bauds} = 12 \text{ symb/s}$$

### 5. Réponses :

- Transmission en bande de base : Signifie que les symboles à émettre dans le canal de transmission ne subissent pas une translation de leur spectre autour d'une fréquence porteuse. Dans le cas d'une transmission par onde modulée, les symboles à émettre modulent une porteuse.
- Le codage consiste à faire correspondre une forme de signal électrique ou optique à un ou plusieurs éléments binaires de la source. Il est dit de ligne puisqu'il consiste à adapter la forme du signal à la ligne, ou plus généralement au milieu de propagation. Son but est de :
  - Produire un signal sans composante continue qui puisse être transmis sur les lignes.

- Enrichir le signal en transitions pour faciliter la récupération d'horloge dans les régénérateurs. Les longues suites de 0 ou de 1 doivent donc être codées pour éviter des états durables sans transition.
  - Concentrer ou de déplacer la puissance dans une plage spectrale adaptée au milieu de transmission.
- La mise en forme des impulsions est le processus de modification de la forme d'onde d'une impulsion transmise afin d'optimiser le signal en fonction de l'objectif visé ou du canal de communication.
  - Les principales difficultés rencontrées dans la transmission directe d'une information en ligne sont dues à la limitation de la bande passante dans les basses et les hautes fréquences ainsi. Les distorsions d'amplitudes et de phase doivent pouvoir être corrigées. Par ailleurs, le signal d'horloge associé aux données doit pouvoir être correctement reconstitué, quelle que soit la séquence de données binaires transmise.
  - Les problèmes habituellement rencontrés avec les codes tels que NRZ, NRZI ou Miller sont : la perte de synchronisation, ligne coupée (à cause d'une rafale de 0), sensibilité aux parasites, affaiblissement du signal car moyenne non nulle dans le cas unipolaire.
  - La composante continue (valeur moyenne non nulle) qui ne transporte aucune information et provoque un échauffement (effet Joule) des organes d'extrémité.
  - Le codage Manchester est un codage synchrone, ce qui signifie que, outre les données à transmettre, les signaux transmis *intègrent également l'horloge de synchronisation nécessaire à leur décodage*. Mise en œuvre simple, codage et décodage faciles, pas de composante continue (donc pas de perte de synchronisation sur les suites de symboles identiques). Le code de Miller est simple à mettre en œuvre, il a une bande passante réduite, ne présente pas de perte de synchronisation sur les suites de symboles identiques.
  - La transmission du signal d'horloge peut être réalisée soit indépendamment du signal de données, soit en utilisant les transitions du signal codé.

$$6. D_b = \frac{1}{T_b}$$



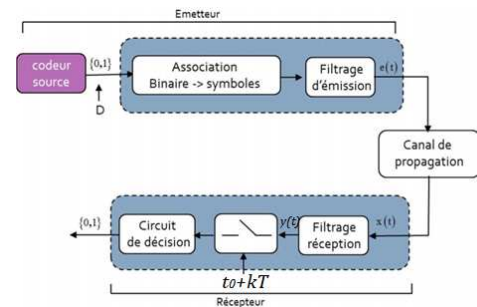
## 7. Traité en cours



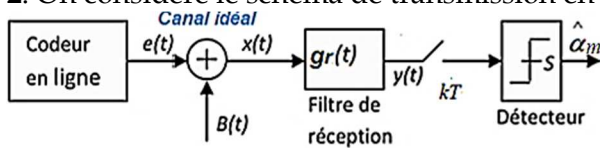
## TD n°2 : Récepteur Optimal et performances de transmission sur un canal idéal

### 1. Répondre aux questions suivantes :

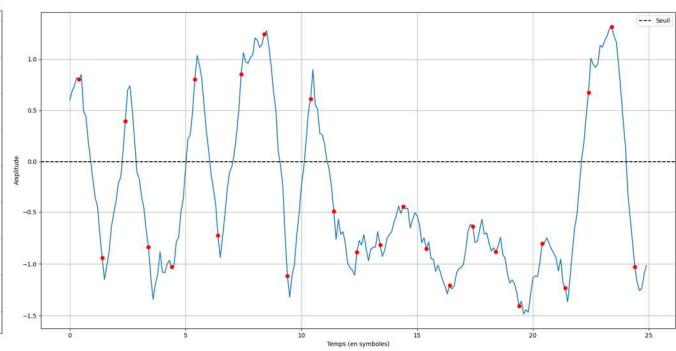
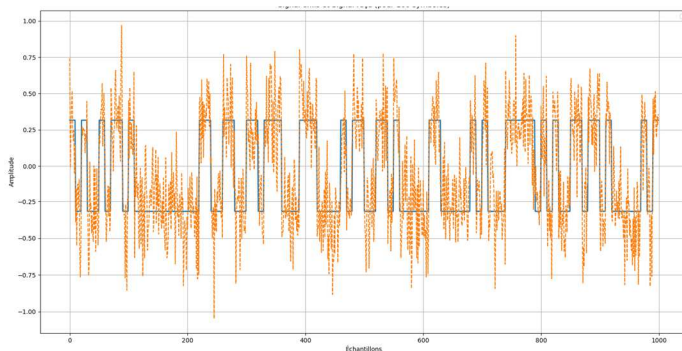
- Citer les sources de bruit interne et externe pouvant affecter une transmission.
- Expliquer les étapes de réception données dans le schéma ci-contre.
- Qu'effectue le récepteur pour récupérer les données initiales ?
- Pourquoi considère-t-on en pratique que le bruit au niveau du récepteur est Gaussien.
- Une transmission numérique est réalisée sur un canal à BBAG. En sortie de l'échantillonneur, on obtient une séquence de variables aléatoires  $y(t_0 + kT)$  qui contient la séquence des messages émis par la source. Quelle est sa loi de probabilité? Donner son expression en définissant chaque paramètre.
- Le bruit est-il blanc à la sortie du filtre adapté? Exprimer sa variance.



### 2. On considère le schéma de transmission en bande de base ci-dessous :



- Identifier chacun des signaux sur le schéma de transmission.
- Identifier les dans les graphes suivants.



### 3. On transmet des bits $\{0, 1\}$ avec les signaux suivants $-V, V$ sur un intervalle de durée $T_b$ chacun.

Le canal est AWGN avec une densité spectrale de puissance  $\frac{N_0}{2}$

- Donnez l'expression des filtres adaptés pour cette transmission.
- Calculez le SNR (rapport signal-sur-bruit) en sortie du filtre adapté à  $t = T_b$ .
- Déterminez le seuil de décision optimal et l'expression de la probabilité d'erreur binaire  $P_e$ .

### 4. On considère la transmission d'un code en ligne à travers un canal AWGN. On veut déterminer l'expression du filtre adapté à la réception pour chacun des codes en ligne suivants : RZ polaire, Biphase (Manchester).

- Quel est le rôle du filtre adapté ?
- Déterminer et tracer pour chaque code le filtre adapté correspondant.
- Donner le schéma du filtre de réception avec 2 filtres puis avec 2 corrélateurs en précisant l'expression des filtres.
- Peut-on se contenter d'un seul filtre et d'un seul corrélateur ? Si oui donner le schéma
- Déterminer la valeur du seuil optimal ou des seuils optimaux de détection pour les codes NRZ unipolaire, RZ polaire, RZ unipolaire, Manchester, 4-PAM, 8-PAM, AMI, HDB3, RZ bipolaire, Miller.

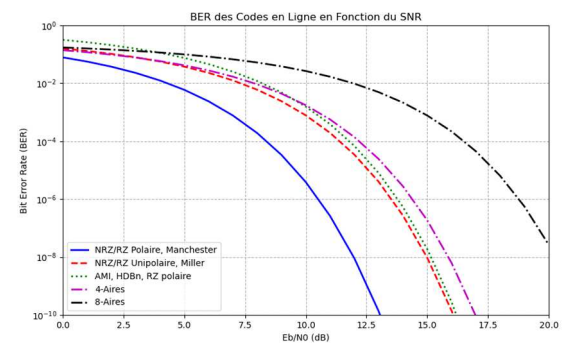
### 5. On considère une transmission NRZ M-aire en bande de base sur un canal bruité (densité spectrale du bruit $\sigma_B^2 = \frac{N_0}{2}$ avec un émetteur de puissance $P$ . L'objectif est de transmettre avec un débit binaire $D$ maximal et une probabilité d'erreur binaire $P_{eb} < 10^{-4}$

On suppose que la bande passante du canal est illimitée.



- Pour chaque valeur de  $M : 2, 4, 8$  déterminer la valeur minimale de  $E_b/N_0$ . ( $M=2 \rightarrow$  NRZ polaire)
- Quelle valeur de  $M$  permet un débit maximum ?

## Solutions



1. - Bruits externes : rayonnements divers captés par l'antenne pour les transmissions en espace libre, interférences éventuelles entre les différents utilisateurs du milieu de transmission, bruits d'origine industriels tels ceux des ligne à haute tension.

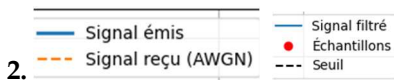
Bruit interne : origine le mouvement brownien des électrons dans les composants passifs (résistance) et les composants actifs (amplificateur, filtre, mélangeur...).

- o Filtre de réception : Adapté au filtre de mise en forme utilisé lors de l'émission. Il vise à maximiser le rapport signal sur bruit et à minimiser les interactions entre symboles
- o Échantillonnage : Transformation du signal physique en signal discret. Il nécessite une synchronisation sur le temps d'horloge.
- o Décision : À partir des valeurs échantillonnées, on retrouve les symboles émis. Elle est sensible au bruit ajouté par le canal.
- o Décodage : on transforme les symboles détectés en bits d'information.

- C'est un bon modèle pour le type de bruit provenant de nombreuses sources naturelles, comme les vibrations thermiques des atomes dans le silicium des composants RF de notre récepteur. Le théorème de la limite centrale nous dit que la somme de nombreux processus aléatoires aura tendance à avoir une distribution gaussienne, même si les processus individuels ont d'autres distributions. En d'autres termes, lorsqu'un grand nombre d'événements aléatoires se produisent et s'accumulent, le résultat semble approximativement gaussien, même si les événements individuels n'ont pas une distribution gaussienne.

- Gaussien (SLIT)  $\rightarrow y(t_0)$  : une v.a. Gaussienne de moyenne  $a_m E_h$ , de variance  $\sigma_b^2 = \frac{N_0}{2} E_h$  ou  $\frac{N_0}{2}$  est la variance du bruit additif Gaussien  $B(t)$ .

- Non, il est coloré.  $\rightarrow \sigma_b^2 = \sigma_B^2 E_h = \frac{N_0}{2} E_h$  où  $h$  est la forme d'onde employée et  $E_h$  son énergie



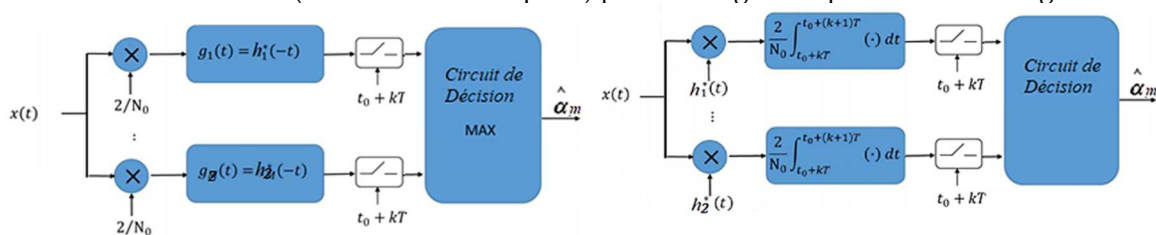
2.

$$3. g_r(t) = h^*(T_b - t) = V\pi_{T_b}(t - \frac{T_b}{2}), E_b = V^2 T_b = E_h \quad SNR_{t_0} = \frac{1}{\sigma_B^2} \int_{-\infty}^{\infty} |h_m(t)|^2 dt = \frac{E_{h_m}}{\sigma_B^2} = \frac{2E_b}{N_0}$$

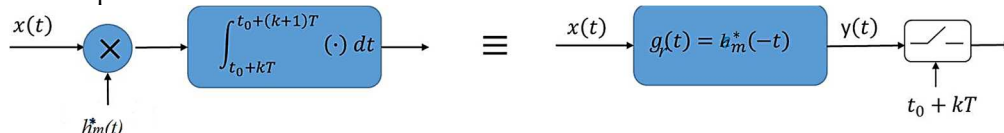
$$S_{opt} = \frac{a_0 + a_1}{2} E_h = \frac{V-V}{2} E_h = 0 \quad P_e = Q\left(\sqrt{\frac{(a_1 - a_0)^2 E_h}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

4. Maximiser la puissance du signal pour minimiser les erreurs lors de la détection.

- Inverser forme d'onde (Retournement temporel) puis décalage de  $T$  pour obtenir un signal causal.



- Oui forme d'onde unique.



- Voir cours

$$5. 4\text{-Aires } P_e = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}}\right) \quad 8\text{-Aires } P_e = \frac{7}{12} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{7N_0}}\right)$$

$M=2 \rightarrow E_b/N_0 > 8.5$     $M=4 \rightarrow E_b/N_0 > 12.5$     $M=8 \rightarrow E_b/N_0 > 17$    Débit max pour  $E_b/N_0 \rightarrow M=2$ .

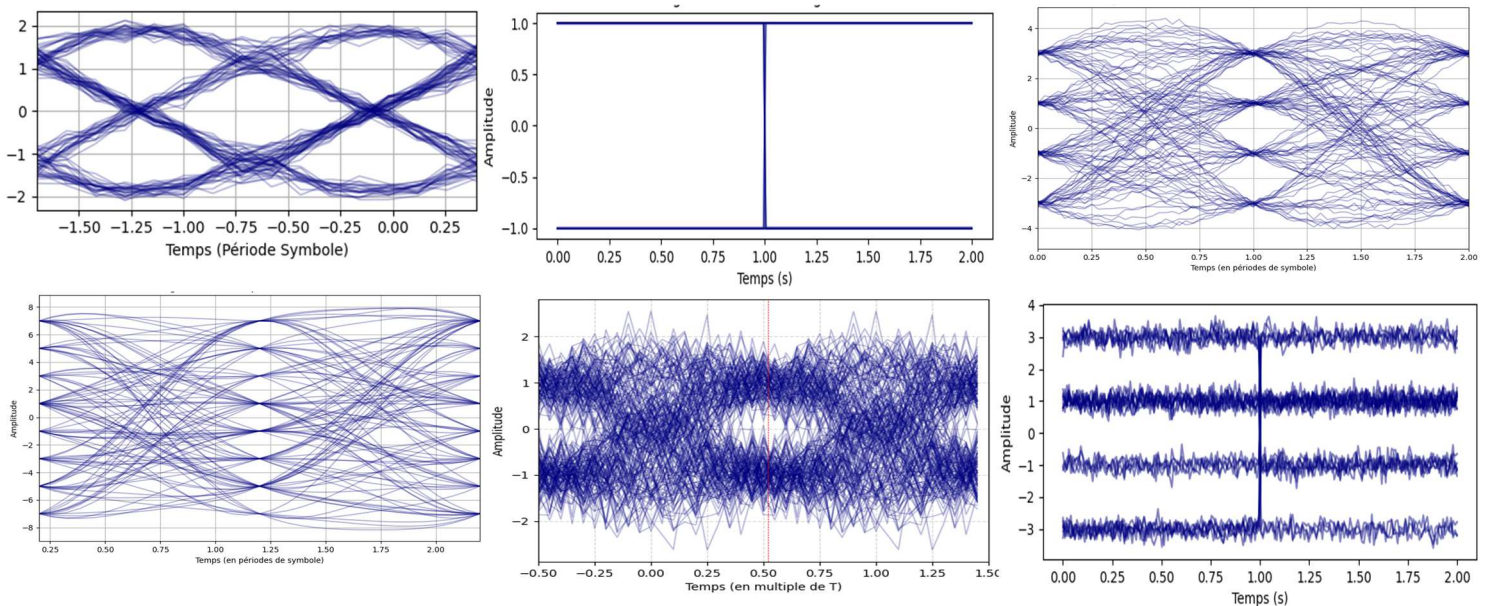
### TD n°3 : Transmission sur canal limité & Interférence entre symboles

#### 1. Répondre aux questions suivantes

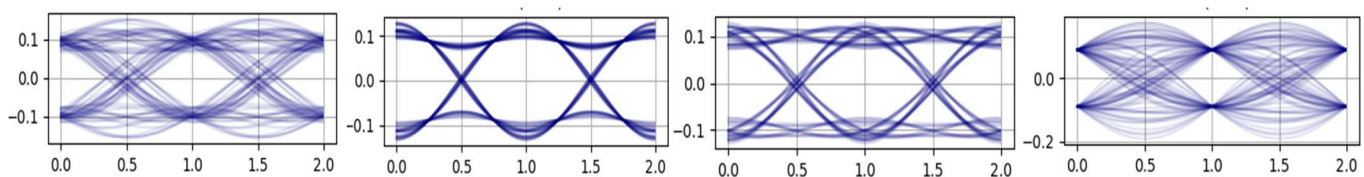
- Définir l'IES.
- Comment y remédier.
- Donner le critère de Nyquist.
- Quelle condition sur le débit symbole et la bande impose ce critère ?
- Quel est l'intérêt du filtrage de Nyquist ?
- Qu'appelle-t-on le diagramme de l'œil et quelle est son utilité ? Quelle particularité présente ce diagramme quand l'IES=0 ?
- Comment annuler l'IES aux instants d'échantillonnage ?
- Décrire en fréquence les fonctions dites en cosinus-surélevé. Qu'appelle-t-on le "roll-off" ?
- Comment le roll-off intervient-il sur le diagramme de l'œil ?
- Définir la distorsion maximale.
- Définir l'efficacité spectrale ? Donner son expression en fonction de la taille de l'alphabet de modulation et du roll-off.

#### 2. Déterminez, à partir des diagrammes de l'œil ci-dessous :

- le nombre de symboles du message ;
- le meilleur instant d'échantillonnage  $t_0$  ;
- la meilleure valeur de seuil ;
- s'il y a des IES à  $t_0$  ;
- s'il y a des IES ;
- s'il y a du bruit.



#### 3. Les diagrammes de l'œil de la figure ci-dessous correspondent à des mises en forme avec un filtre en cosinus surélevé (CS) avec roll-off $\alpha$ de 0, 0.25, 0.75 et 1. Classez les figures par $\alpha$ croissants.



#### 4. On souhaite réaliser une chaîne de transmission en bande de base avec un filtre de mise en forme $h_e(t)$ et un filtre de réception $h_r(t)$ en racine de cosinus surélevé de paramètre $\alpha$ . Le canal utilisé a une bande passante limitée BP = 1 MHz. On souhaite transmettre avec un débit binaire de $D_b = 3.5$ Mbits/seconde.

- Que veut dire : Transmission en bande base.

- Quelle doit être la largeur de bande  $B$  du signal à transmettre ?
- Exprimer  $\alpha$  en fonction de  $M$ ,  $B$  et  $D_b$ .
- En utilisant l'inégalité  $0 \leq \alpha \leq 1$ , déterminer les tailles d'alphabet  $M$  et les paramètres  $\alpha$  que l'on peut choisir.

5. On considère un canal passe-bas de bande 2400 Hz sur lequel on désire transmettre, sans IES aux instants d'échantillonnage, un débit de 3600 bits/s à partir d'une modulation de modulation utilisant une impulsion NRZ.

- Déterminer les filtres idéaux (IES nulle aux instants d'échantillonnage et minimum de probabilité d'erreur) d'émission et de réception.

6. Les données binaires à 9600 bits/s sont transmises en utilisant la modulation PAM- 8 avec un système utilisant un filtre de roll-off. La réponse fréquentielle du système est de 2.4 kHz.

- Calculer la rapidité de modulation ?
- Calculer le facteur de roll-off du filtre ?

## Solutions

### 1. Réponses :

- L'interférence entre symboles est la présence dans l'observation en sortie de l'échantillonnage (en sortie du filtre adapté) de termes associés à plus d'un seul symbole.

- On peut y remédier :

- Utiliser des filtres de Nyquist (ex. cosinus surélevé) pour éliminer l'IES aux instants d'échantillonnage.
- Implémenter un égaliseur (ex. égaliseur de ZF ou MMSE) pour compenser la distorsion du canal.
- Augmenter l'intervalle entre symboles (réduire le débit), mais cela diminue l'efficacité spectrale.

- Critère de Nyquist : si  $r(t)$  désigne la réponse impulsionnelle totale de puis l'entrée du filtre d'émission jusqu'à la sortie du filtre de réception, on doit avoir :  $\exists t_0$  tel que  $\forall n, r(t_0 + nT) = r(t_0) \rightarrow R^{(t_0)}(f) = \begin{cases} T & |f| \leq 1/2T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

La condition est  $B > D_s/2 = 1/2T$ . Pour un cosinus surélevé  $B > D_s (1 + \alpha)/2 = (1 + \alpha)/2T$

- Il supprime l'IES aux instants d'échantillonnage tout en optimisant l'utilisation de la bande passante. Cela permet une transmission à débit élevé sans interférence entre symboles.

- Le diagramme de l'œil est la superposition des trajectoires du processus aléatoire  $y(t)$  en sortie du filtre de réception (associée aux trajectoires de la suite aléatoire des symboles). Cette superposition est observée sur 2 fois la durée symbole  $T$ . Utilité : Visualiser la qualité du signal (bruit, IES, synchronisation).

- o L'ouverture verticale mesure les performances contre le bruit. Plus l'œil est ouvert en hauteur, plus il est facile de discriminer les deux symboles en présence de bruit et plus la probabilité d'erreur est faible.
- o L'ouverture horizontale indique une résistance à un décalage des instants d'échantillonnage.

- En absence de bruit et dans la cas où l'IES est nulle aux instants d'échantillonnage, le diagramme de l'œil présente des trajectoires qui concourent en des instants espacés de  $T$  et en des ordonnées correspondant aux symboles de modulation.

- Pour annuler l'IES aux instants d'échantillonnage, on doit concevoir la chaîne de transmission (filtre d'émission + canal + filtre de réception) pour que la réponse globale satisfasse le critère de Nyquist. Par exemple le cosinus surélevé qui permet une répartition du filtrage à part égale entre l'émission et la réception.

- Le paramètre  $\alpha$  défini dans le cosinus surélevé est appelé facteur de débordement/coefficient d'arrondi/'roll-off'. Il varie entre 0 et 1. Il contrôle la pente de transition en fréquence. Plus il est grand, plus le sera la bande en fréquence. Plus le "roll-off" est voisin de 1, plus le diagramme de l'œil s'ouvre horizontalement et donc la sensibilité aux erreurs de synchronisation diminue.

- La distorsion maximale est le maximum d'interférences destructives.

- L'efficacité spectrale :  $\eta = \frac{D_b}{B}$ . Elle mesure le débit binaire par unité de bande passante (en bit/s-Hz). Pour une modulation d'alphabet de taille  $M$  et un roll-off  $\alpha$  Hz et une MIA avec une impulsion en cosinus surélevé  $\rightarrow \eta = \frac{\log_2(M)}{1+\alpha}$

### 2.

|                        | 1     | 2   | 3         | 4                  | 5    | 6         |
|------------------------|-------|-----|-----------|--------------------|------|-----------|
| Nombre de symboles     | 2     | 2   | 4         | 8                  | 2    | 6         |
| Meilleur Instant $t_0$ | -0.65 | 0.5 | 1.0       | 1.20               | 0.52 | 0.5       |
| Valeur du seuil        | 0     | 0   | -2, 0, 2, | -6, -4, 0, 2, 4, 6 | 0    | -2, 0, 2, |
| IES                    | oui   | non | oui       | oui                | oui  | non       |
| IES à $t_0$            | non   | non | non       | non                | non  | non       |
| Bruit                  | oui   | non | oui       | non                | oui  | oui       |

3.  $\alpha = 0.25, \alpha = 1, \alpha = 0.75, \alpha = 0$

4. Transmission en bande de base : envoyer un signal numérique directement sur le canal **sans modulation de fréquence** (pas de déplacement spectral autour d'une porteuse). Le signal occupe une bande de fréquences autour de 0 Hz. Elle est utilisée pour des canaux à bande limitée et des distances courtes (ex : câble Ethernet).

$B \leq 1\text{MHz}$ . Avec des filtres *racine de cosinus surélevé* (paramètre  $\alpha$ ), la bande passante du signal est :

$$B = \frac{1+\alpha}{2T} = (1+\alpha) \frac{D_s}{2} = (1+\alpha) \frac{D_b}{2 \log_2 M} \rightarrow \alpha = \frac{2B}{D_s} - 1 = \frac{2B \log_2 M}{D_b} - 1 \rightarrow \alpha = \frac{2B}{D_s} - 1 = \frac{4 \log_2 M}{7} - 1 \rightarrow 0 \leq \alpha = \frac{4 \log_2 M}{7} - 1 \leq 1$$

Soit  $3.36 \leq M \leq 11.3 \rightarrow M=4$  ( $\alpha = 0.143$ ) ou  $M=8$  ( $\alpha = 0.714$ )

5. Pour annuler l'IES, on prend une fonction qui satisfait le critère de Nyquist, par exemple le cosinus surélevé. Comme il faut répartir entre émission et réception  $\rightarrow G_r(f) = \sqrt{K} \sqrt{|R(f)|}$   $H_e(f) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{|R(f)|}$

6. Rapidité de modulation : Modulation PAM-8  $\Rightarrow M = 8 \Rightarrow n = \log_2(8) = 3 \text{ bits/sym} \rightarrow R_s = \frac{D}{n} = 3200 \text{ sym/s}$

- Roll-off :  $B = \frac{1+\alpha}{2T} = (1+\alpha) \frac{D_s}{2} \rightarrow \alpha = \frac{2B}{D_s} - 1 = 0.5$



## TD n°4 : Transmission en bande étroite et modulation numérique

1. Les modulations linéaires en bande transposée et sans mémoire s'expriment comme :

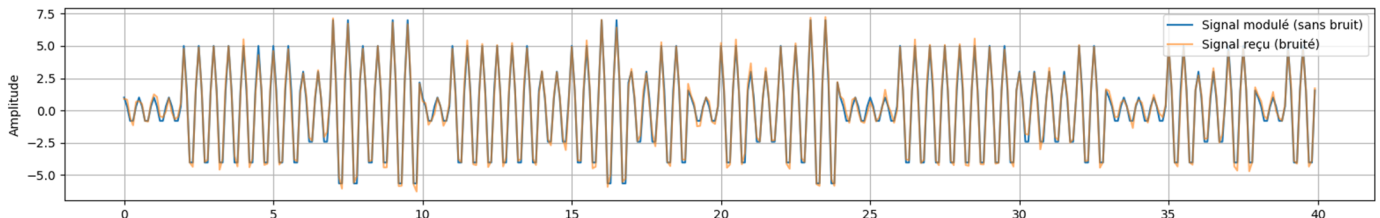
$$m(t) = \operatorname{Re} \left( \sum_k d_k h(t - kT) e^{2\pi j f_p t} \right)$$

- Que représentent  $d_k$ ,  $T$  et  $f_p$
- Exprimez  $m(t)$  pour chacun des formats suivants en relation avec leur dénomination : ASK (Amplitude Shift Keying), QAM (Quadrature Amplitude Modulation), PSK (Phase Shift Keying)
- Représenter la constellation des signaux d'une 2-ASK, 4-ASK, 8-ASK. 4-PSK, 16-PSK et d'une 4-QAM, 16-QAM et 64-QAM.
- Reporter dessus les mots binaires correspondants par codage de Gray.
- Donner le schéma général d'une modulation et d'une démodulation en quadrature.
- Soit un débit binaire de  $D_b = 9.6$  Kbits/s transmettre. Quel est le débit symbole correspondant pour chacune des modulations ci-dessus ?
- Soit un filtre  $h(t)$  est tel que la bande du signal mis est de  $1.5D_s$ . Si la bande de canal allouée est de 5 kHz, quelle modulation doit-on ignorer ?

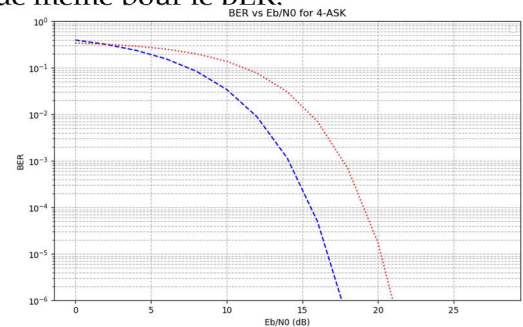
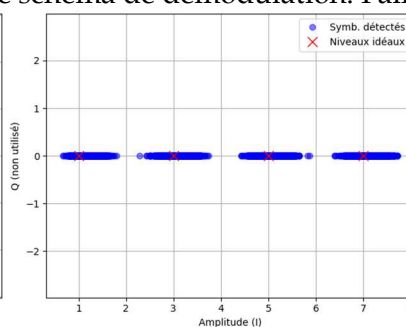
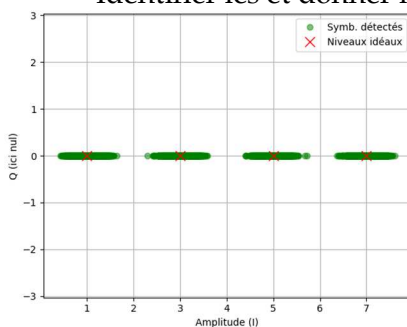
2. Soit la porteuse  $p(t) = 7 \cos(10\pi f_p t + \varphi_p)$  et soit le message numérique  $A(t)$  ayant comme symbole  $d_k$  où  $\varphi_0$  est la phase de la porteuse à  $t=0$  et nous désignons par  $h(t)$  une porte de durée  $T$  égale à 1 si  $t \in [0, T[$  et 0 ailleurs.

- Donner l'expression du signal modulant.
  - Donner l'expression de l'onde modulée ASK.
  - Donner les valeurs du symbole  $d_k$  dans le cas d'une modulation par tout ou rien.
  - Donner les valeurs du symbole  $d_k$  dans le cas d'une modulation "On Off Keying".
- Reprendre l'exercice en considérant que :  $\varphi_p = \pi/2$
- Donner la nouvelle expression de l'onde modulée ASK.

3. On considère la modulation donnée ci-dessous.



- Identifier la modulation.
- Ci-dessous les constellations des symboles émis pour 2 différentes techniques de démodulation. Identifier les et donner le schéma de démodulation. Faire de même pour le BER.



4. Une modulation d'amplitude unidimensionnelle (ASK) 8 états transite à 2400 bauds.

- Quelle est la bande passante nécessaire dans le cas d'un filtre de mise en forme idéal (fonction de transfert constante dans la bande passante du canal) et dans le cas d'un filtre de bande passante égale  $1.5 \times D_s$  ?
- On souhaite effectuer une transmission 64 kbits/s l'aide d'une liaison équipée de modems fonctionnant selon une modulation ASK 8-aire avec des filtres de mise en forme dont la bande spectrale est  $1.33 \times D_s$ .
- Calculez la bande passante du canal nécessaire.

5. Un signal modulé en 4-PSK (QPSK) avec  $n = 2$  et  $M = 4$ .

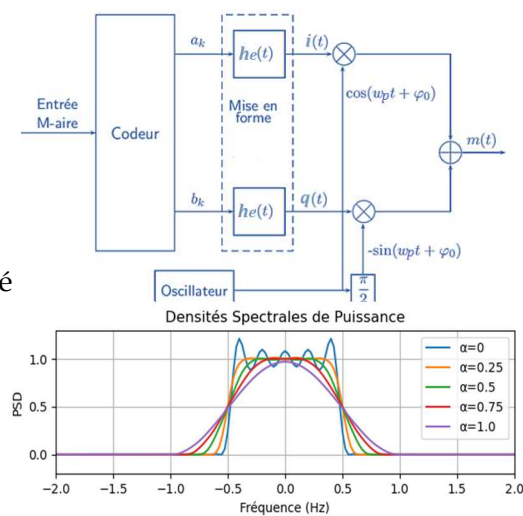
- Compléter le tableau suivant :

| Codes Gray | $\varphi_k$ | $a_k$ | $b_k$ | $a_k\sqrt{2}$ | $b_k\sqrt{2}$ |
|------------|-------------|-------|-------|---------------|---------------|
|            |             |       |       |               |               |
|            |             |       |       |               |               |
|            |             |       |       |               |               |
|            |             |       |       |               |               |

- Donner, en fonction des bits pairs  $d_{2l}$  et impairs  $d_{2l+1}$ , les formules donnant les symboles  $a_k$  et  $b_k$ .
- Donner l'expression du signal modulé  $m(t)$ .
- Tracer l'allure du diagramme de la constellation et superposer dessus les seuils de décision.
- Représenter graphiquement le chronogramme de la modulation 4-PSK pour le message binaire suivant  $d_i : 10011100$ .
- Proposer un schéma graphique du modulateur 4-PSK.
- Tracer l'allure du diagramme de la constellation des signaux reçus et superposer dessus les seuils de décision pour  $M=8$ .
- Donner le schéma de modulation et les étapes permettant de retrouver les bits émis

6. On considère une transmission par modulation d'amplitude de deux porteuses en quadrature à 16 états (16-QAM), dont le schéma de principe de modulation est donnée ci-contre.

- Donner le schéma de démodulation.
  - Expliquez en quoi consiste la démodulation dans le récepteur QAM.
  - Tracer la constellation des symboles en indiquant sur chaque symbole le mot binaire qu'on peut lui associer en faisant un codage de Gray.
- Les filtres d'émission  $h_e(t)$  sont des racines carrées de cosinus surélevé
- densité spectrale de puissance (DSP) est représentée ci-contre.
- Tracer la DSP du signal émis  $m(t)$  et donnez l'expression de sa largeur.
- Le canal a une bande passante  $B$  autour de  $f_p$
- Exprimez le débit maximal  $D$  sans interférence entre symboles permis par cette bande passante, en fonction de  $B$  et  $\alpha$  ( $\alpha = 0, 6$  et  $B = 0, 4$  MHz).

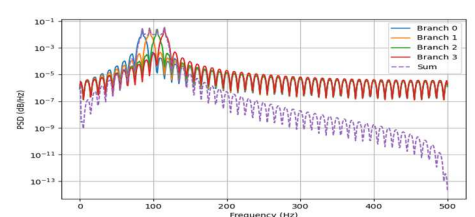
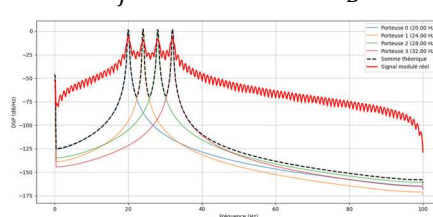
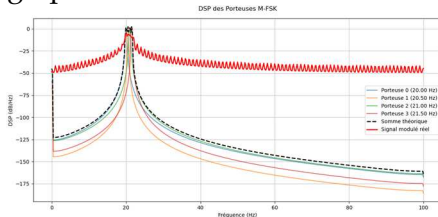


- On donne la probabilité par symbole pour chacune des voies  $SE_{i(t),q(t)}$  qu'on utilise un codage de Gray, en déduire la probabilité d'erreur par élément binaire  $P_e$ .
- On donne ci-dessous les graphes liant le débit binaire  $D$  et le rapport  $E_b/N_0$  ainsi que la probabilité d'erreur binaire  $P_e$  en fonction de  $E_b/N_0$ .
- Quel est le débit maximal permettant de respecter la contrainte  $P_e < 10^{-3}$ .
  - En tenant compte de la limitation de la bande passante, déterminer le débit maximal ?

7. On considère un message binaire qu'on souhaite transmettre en modulation 2-FSK (BFSK) :

$d_i: 10101111100110110001111001001101000000$ .

- Donner l'expression du signal modulé ;
- Tracer l'allure des signaux en bande de base (pour un codage NRZ) ;
- Tracer l'allure des signaux à la sortie du modulateur 2-FSK. (On donne :  $f_1 = 2/T$  et  $f_2 = 4/T$ )
- Donner un schéma pratique d'un modulateur 2-FSK.
- Définir une modulation CP-FSK, MSK, GMSK comparativement à une FSK. Puis identifier les sur les graphes donnés ci-des dessous en donnant  $\delta_f$  en fonction de  $T_B$ .

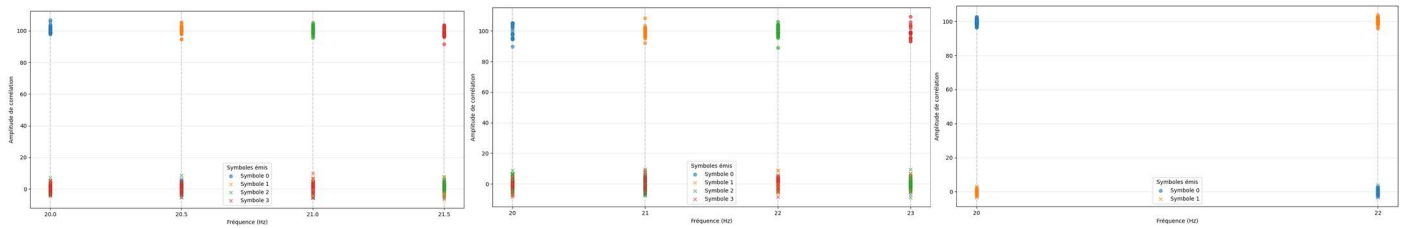


- Comparer les en termes d'efficacité spectrale, d'indice de modulation  $h = \frac{f_1 - f_0}{f_B}$  et de complexité puis donner les domaines d'utilisation ( $f_B = 1/T_B$ )

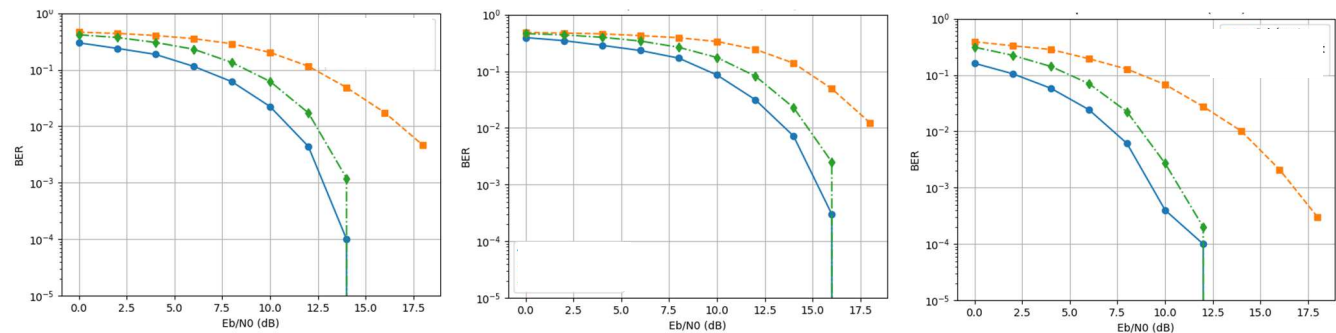


### 8. On s'intéresse à la démodulation FSK.

- Donner le principe de démodulation M-FSK par corrélation.
- Identifier sur les graphes suivants : M, les fréquences par symboles, les indices de modulation. Les  $E_b/N_0$  (en db) sont: 3 db, 5 db et 10db et  $T_B = 1$ .



- On donne le BER obtenu pour trois techniques de démodulation M-FSK : Cohérente, non cohérente et par FFT. Identifier les en déterminant M (2, 4 et 8).



### Solutions

1.  $d_k$  est le symbole émis à l'instant  $kT$ , et  $f_0$  est la fréquence porteuse et  $T$  le temps séparant deux symboles consécutifs.

- ASK : c'est une modulation de l'amplitude d'un cosinus donc monodimensionnelle :

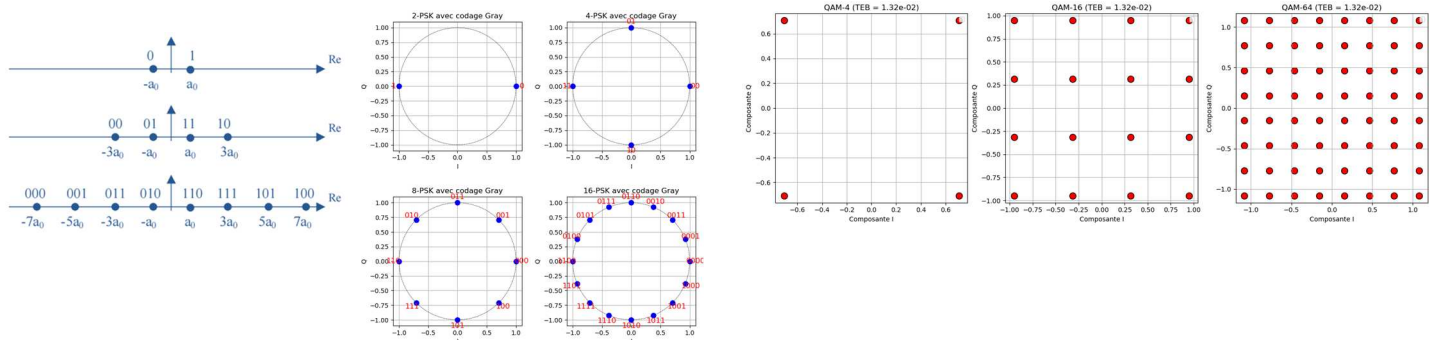
$$m(t) = \sum_k a_k h(t - kT) \cos(2\pi f_0 t)$$

- QAM : C'est une modulation en amplitude de deux porteuses en quadrature. En posant  $d_k = a_k + jb_k$

$$m(t) = \sum_k a_k h(t - kT) \cos(2\pi f_0 t) - \sum_k b_k h(t - kT) \sin(2\pi f_0 t) \rightarrow m(t) = a(t) \cos(2\pi f_0 t) - b(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

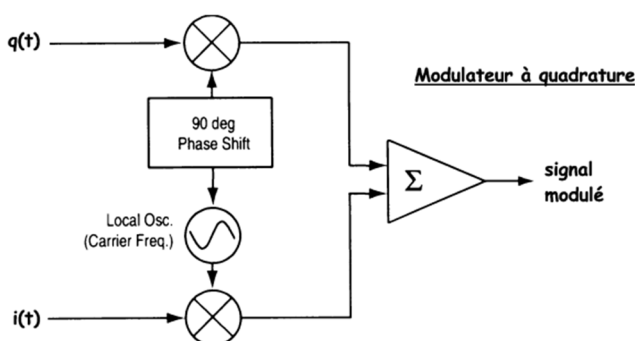
- PSK : C'est une modulation par déplacement de phase. Pour l'obtenir il faut prendre des symboles répartis symétriquement sur un cercle donc  $|d_k| = A$  et  $\varphi_k = \arg(d_k)$

$$m(t) = A \sum_k h(t - kT) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_k) \rightarrow \text{Enveloppe variable.}$$

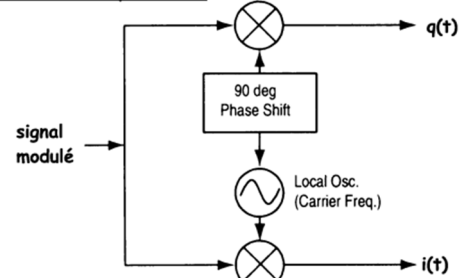


2-ASK = 2-PSK

4-PSK = 4-QAM



Démodulateur à quadrature



4-ASK:  $D_s = 9600/2 = 4800$  bauds ; 8-PSK:  $D_s = 9600/2 = 4800$  bauds ; 16-QAM:  $D_s = 9600/4 = 2400$  bauds.

4-ASK:  $1.5D_s = 7200 \text{ Hz} > 5000 \text{ Hz}$  ; 8-PSK:  $1.5D_s = 4800 \text{ Hz} < 5000 \text{ Hz}$  ; 16-QAM:  $1.5D_s = 3600 \text{ Hz} < 5000 \text{ Hz} \rightarrow$  4-ASK non utilisable.

Dans la M-PSK l'ensemble des phases possibles de  $\varphi_k$  sont  $\varphi_k = \frac{\pi}{4} + k \frac{2\pi}{4}$  avec  $k=0,1,2,3$

2.  $A(t) = \sum_k d_k h(t - kT) \rightarrow$  Onde modulée ASK :  $m(t) = A(t) \cdot p(t) = 7 \sum_k d_k h(t - kT) \cos(10\pi f_p t + \varphi_k)$

-  $d_k \in \{0,1\}$  dans le cas d'une modulation par tout ou rien  $\rightarrow$  0 extinction de la porteuse et 1 au bit 1.

-  $d_k \in \{0,1\}$  dans le cas d'une modulation OOK.

-  $m(t) = A(t) \cdot p(t) = 7 \sum_k d_k h(t - kT) \cos(10\pi f_p t + \pi/2) = -7 \sum_k d_k h(t - kT) \sin(10\pi f_p t)$

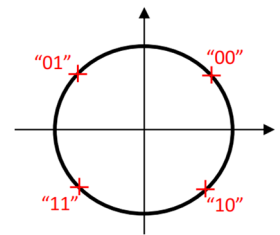
3. 4-ASK. Cohérente (synchrone)  $\rightarrow$  Bleu et non cohérente (détection d'enveloppe)  $\rightarrow$  Orange. Voir Cours. 15-30-12-20.

4.  $2400 \text{ Hz}$  et  $1.5 \times 2400 = 3600 \text{ Hz}$   $B_c = 1.33 \times D_s = 1.33 \times D_b / \log_2(8) = 1.33 \times 64000 / \log_2(8) = 28\ 373,33 \text{ Hz}$

5. Les  $a_k$  et  $b_k$  prennent respectivement leurs valeurs dans les alphabets dans  $\cos(\varphi_k)$  et  $\sin(\varphi_k)$  ;

$\cos(\varphi_k) = \cos(\frac{\pi}{4} + k \frac{2\pi}{4})$  et  $\sin(\varphi_k) = \sin(\frac{\pi}{4} + k \frac{2\pi}{4})$  avec  $k=0,1,2,3$

| Codes Gray | $\varphi_k$ | $a_k$         | $b_k$         | $a_k \sqrt{2}$ | $b_k \sqrt{2}$ |
|------------|-------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 00         | $\pi/4$     | $\sqrt{2}/2$  | $\sqrt{2}/2$  | 1              | 1              |
| 10         | $3\pi/4$    | $-\sqrt{2}/2$ | $\sqrt{2}/2$  | -1             | 1              |
| 11         | $5\pi/4$    | $-\sqrt{2}/2$ | $-\sqrt{2}/2$ | -1             | -1             |
| 01         | $7\pi/4$    | $\sqrt{2}/2$  | $-\sqrt{2}/2$ | 1              | -1             |



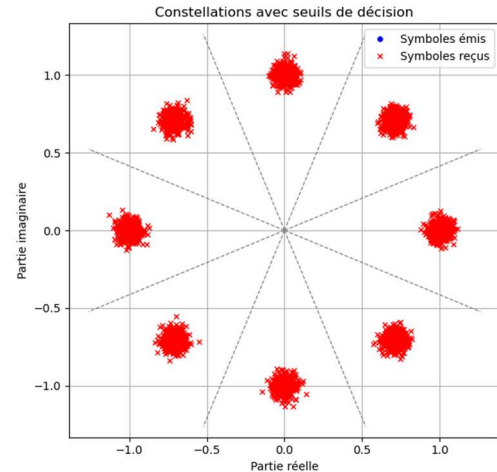
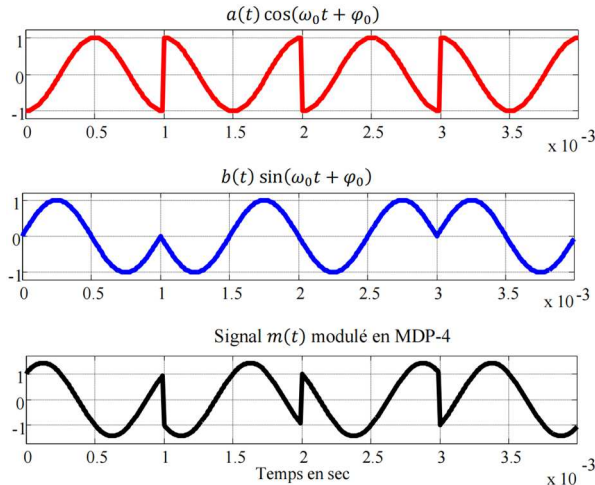
$a_k = 1 - 2d_{2l}$  et  $b_k = 1 - 2d_{2l+1}$

$m(t) = a(t) \cos(\omega_p t + \varphi_p) - b(t) \sin(\omega_p t + \varphi_p)$  avec  $a(t) = \sum_k a_k h(t - kT)$  et  $b(t) = \sum_k b_k h(t - kT)$

$m(t) = \sum_k a_k h(t - kT) \cos(\omega_p t + \varphi_p) - \sum_k b_k h(t - kT) \sin(\omega_p t + \varphi_p)$

$a_k = 1 - 2d_{2l} = \{-1, 1, -1, 1\}$

$b_k = 1 - 2d_{2l+1} = \{1, -1, -1, 1\}$



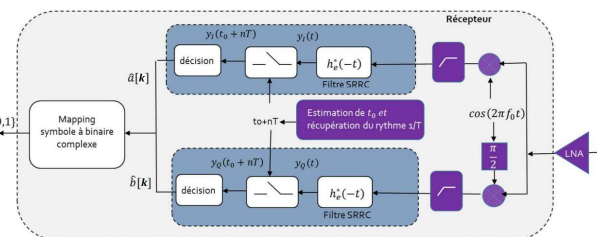
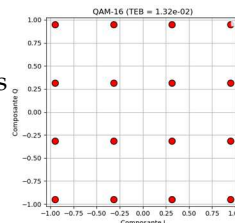
Voir Cours.

6. La démodulation consiste à : multiplier une voix par  $\cos(2\pi f_p t)$  et l'autre par  $\sin(2\pi f_p t)$  puis appliquer un filtrage passe-bas sur chacune.

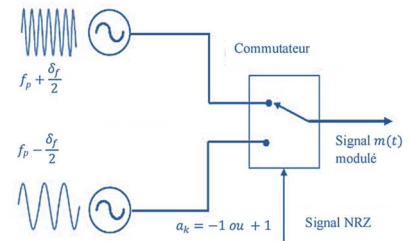
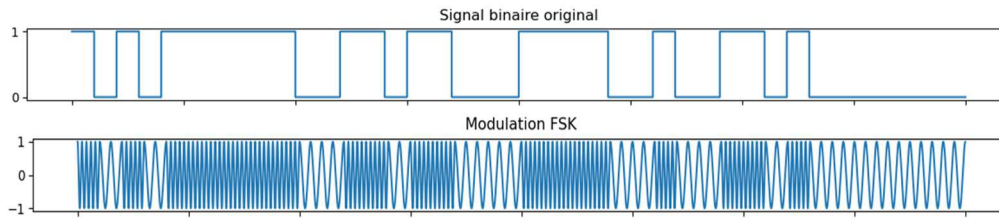
$\frac{1+\alpha}{T} < B$  avec  $T = 4T_b = 4/D \rightarrow D_{max} = \frac{4B}{1+\alpha} = 1 \text{ Mbit/s}$

$$P_e \approx \frac{4}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3 \log_2 M \cdot E_b}{(M-1) N_0}} \right)$$

$P_e < 10^{-3} \rightarrow E_b/N_0 > 11 \rightarrow D_{max} < 0.8 \text{ Mbits/s}$



7.  $m(t) = \cos(2\pi(f_p \pm \delta_f/2)t)$



CP-FSK : FSK à phase continue  $\delta_f \geq \frac{1}{2T_B}$

MSK : Variante à phase continue de la CP-FSK, avec un indice de modulation fixe  $\delta_f = \frac{1}{2T_B}$

GMSK : MSK améliorée par un **filtrage Gaussien** avant modulation  $\delta_f = \frac{1}{2T_B}$

$$\delta_f = \frac{1}{2T_B} \quad \delta_f = \frac{4}{T_B} \quad \delta_f = \frac{1}{2T_B}$$

| Critère                  | CP-FSK               | MSK               | GMSK                       |
|--------------------------|----------------------|-------------------|----------------------------|
| Efficacité Spectrale     | Faible               | Moyenne-Haute     | Très Haute                 |
| Indice de Modulation $h$ | Variable ( $> 0.5$ ) | Fixe (0.5)        | Fixe (0.5) + filtrage      |
| Complexité               | Simple               | Modérée           | Élevée (filtrage Gaussien) |
| Applications Typiques    | IoT, RFID            | Satellites, radio | GSM, Bluetooth             |

8. Détection Cohérente (Corrélateurs) M-FSK : Générer localement  $M$  signaux de référence (un par fréquence symbole)

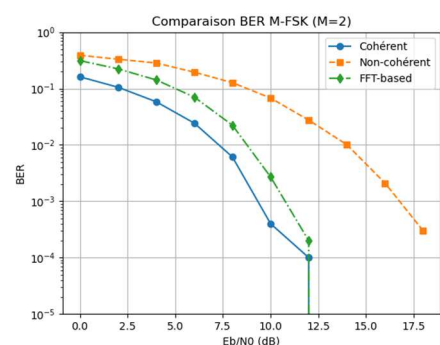
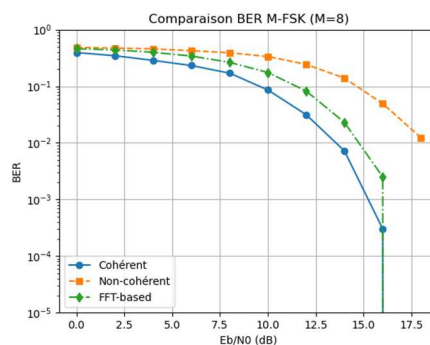
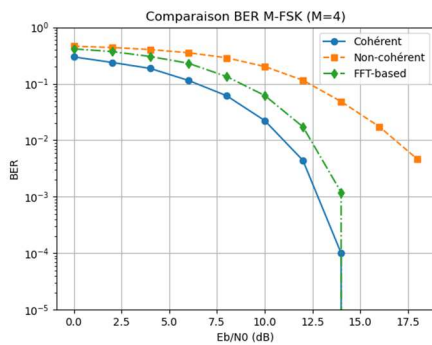
→ Calculer la corrélation entre le signal reçu et chaque référence → Le symbole correspondant à la corrélation maximale

est choisi.  $h = \frac{f_1 - f_0}{f_B}$

$M=4 \rightarrow$  Symboles : {0, 1, 2, 3} → Fréquences : {20.00, 20.50, 21.00, 21.50} Hz,  $h = 0.5$   $E_b/N_{0(db)} = 5$

$M=4 \rightarrow$  Symboles : {0, 1, 2, 3} → Fréquences : {20.00, 21.00, 22.0, 23.0} Hz,  $h = 1$   $E_b/N_{0(db)} = 3$

$M=2 \rightarrow$  Symboles : {0, 1} → Fréquences : {20.00 22.0} Hz,  $h = 2$   $E_b/N_{0(db)} = 10$



## TD n°5 : Systèmes de transmission

1. Citez 4 différences entre transmission analogique et transmission numérique.
2. Une chaîne transmet 8 Mbit/s en modulation NRZ. Quelle est la bande passante minimale approximative ?
3. Donnez un exemple d'application de TDM, FDM et WDM.
4. Une fibre optique a une atténuation de 0,25 dB/km. Quelle est l'atténuation totale sur 40 km ? Expliquez la différence entre dispersion chromatique et dispersion par mode de polarisation en fibre optique.
5. Expliquez pourquoi l'OFDM peut **chevaucher** les spectres des sous-porteuses sans interférences (en régime idéal), alors que le FDM classique exige des **bandes de garde**.
6. Expliquez pourquoi l'ADSL est asymétrique (débit descendant > débit montant).
7. Donnez 3 différences entre WiFi et WiMAX.
  1. Calculer le débit pour une ligne ADSL avec  $B = 1.1$  MHz,  $S/N = 40$  dB.
  2. Calculer l'atténuation cuivre (xDSL) pour une ligne de 2 km, fréquence  $f = 1$  MHz, constante  $k = 20$  dB/km/ $\sqrt{\text{MHz}}$ .
  3. Calculer l'efficacité spectrale (LTE) avec débit  $D = 75$  Mbps, bande passante  $B = 10$  MHz
8. On considère un système OFDM inspiré de 802.11a :
  - Bande passante : 20 MHz
  - Nombre total de sous-porteuses : 64
  - Sous-porteuses utiles (données) : 48
  - Pilotes : 4
  - Espacement inter-porteuses  $\Delta f = 312,5$  kHz
  1. Donnez la **durée utile** du symbole  $T_u$ .
  2. Avec un **prefixe cyclique** (CP) de  $0,8 \mu\text{s}$ , donnez la **durée totale**  $T_s$ .
  3. Quelle est la **fraction d'efficacité temps** (hors pilotes et gardes) liée au CP ?
9. Avec les paramètres de l'exercice précédent, supposez une modulation **16-QAM** (4 bits/symbole par sous-porteuse) sur **les 48 sous-porteuses de données**, sans codage correcteur (taux 1).
  1. Combien de **bits par symbole OFDM** sont transmis ?
  2. Quel est le **débit binaire brut** (en Mbit/s) ?
10. Associez FDMA, TDMA, CDMA et OFDMA à des standards (1G, GSM, 3G, LTE/5G).
11. Un système FDMA doit partager une bande totale de 1.2 MHz entre 4 utilisateurs. Chaque utilisateur nécessite une bande de 200 kHz. Les bandes de garde entre les canaux sont de 50 kHz.
  1. Calculer la bande passante totale requise.
  2. Si chaque canal utilise une modulation QPSK (2 bits/Hz), quel est le débit par utilisateur ?
  3. Quel est le débit total du système ?
12. Un système TDMA utilise une trame de 10 ms divisée en 5 slots. Chaque slot transporte 1000 bits. La bande passante du système est de 100 kHz.
  1. Quel est le débit par utilisateur ?
  2. Quel est le débit total ?
  3. Calculer l'efficacité spectrale.
13. Un système CDMA utilise une bande de 1.25 MHz pour transmettre des données vocales à 9.6 kbps. Le rapport  $E_b/N_0$  requis est de 6 dB (ratio = 4).

1. Calculer le gain de traitement.
2. Déduire le nombre maximal théorique d'utilisateurs.
3. Avec un facteur d'activité de 50% et une réduction de 30% due aux interférences, quel est le nombre pratique d'utilisateurs ?

14. Un système OFDMA utilise une bande de 20 MHz divisée en 1200 sous-porteuses. Chaque utilisateur reçoit 100 sous-porteuses. La modulation est du 16-QAM (4 bits/symbole) et la durée d'un symbole OFDM est de 100  $\mu$ s.

1. Calculer le débit par utilisateur.
2. Si 10 utilisateurs sont actifs, quel est le débit total ?
3. Calculer l'efficacité spectrale.

15. Dans un système OFDMA, on a 300 sous-porteuses utiles.

L'utilisateur A reçoit 120 sous-porteuses en 64-QAM (6 bits), l'utilisateur B 60 en 16-QAM (4 bits), l'utilisateur C 120 en QPSK (2 bits).

Taux de codage commun  $r = 3/4$ ,  $T_s = 100 \mu$ s.

1. Donnez le **nombre de bits utiles par symbole** pour chaque utilisateur.
2. Calculez les **débits** (en Mbit/s).

16. Quelle est la différence entre PDH et SDH ? Donnez un avantage de SDH.

17. Une liaison optique SDH transporte 2,5 Gbit/s. Combien de canaux de 2 Mbit/s peut-on y insérer environ ?

18. Un opérateur télécom utilise la hiérarchie PDH européenne.

- Le débit de base E1 est de 2,048 Mbps.
- Chaque niveau PDH multiplexe 4 flux du niveau inférieur et ajoute un overhead spécifique :
  - E1  $\rightarrow$  E2 : overhead = 256 kbps
  - E2  $\rightarrow$  E3 : overhead = 1,024 Mbps
  - E3  $\rightarrow$  E4 : overhead = 4,096 Mbps

1. Calculez les débits des niveaux E2, E3 et E4.
2. Combien de canaux téléphoniques de 64 kbps un flux E4 peut-il théoriquement transporter (sans compter la signalisation) ?

19. Un signal STM-1 a un débit brut de 155,52 Mbps.

- La trame STM-1 contient 9 lignes de 270 octets, transmises en 125  $\mu$ s.
  - L'overhead (en-têtes et gestion) occupe 10% du débit brut.
1. Vérifiez le débit brut STM-1 à partir de la structure de trame.
  2. Calculez le débit utile disponible pour les données utilisateur.

20. Un signal SONET OC-12 a un débit de 622,08 Mbps.

- Il transporte des flux E1 (2,048 Mbps) avec un débit utile de 95% (5% d'overhead pour l'adaptation).

Combien de flux E1 peuvent être transportés dans ce signal OC-12 ?

21. Un opérateur doit transporter 100 flux E1 (2,048 Mbps chacun).

- Option A : Utiliser la hiérarchie PDH (E3 = 34,816 Mbps).
  - Option B : Utiliser la hiérarchie SDH (STM-1 = 155,52 Mbps, débit utile = 140 Mbps).
1. Combien de flux E3 sont nécessaires pour transporter les 100 flux E1 en PDH ?
  2. Combien de flux STM-1 sont nécessaires en SDH ?
  3. Comparez l'efficacité des deux solutions.



## Solutions

1.

## 1. Représentation du signal

- Analogique : signal continu (amplitude/phase varient en continu).  
Ex. : Radio AM.
- Numérique : signal discret (bits), représenté par niveaux finis (0/1).  
Ex. : Wi-Fi.

## 2. Robustesse au bruit

- Analogique : dégradation progressive au fur et à mesure que le bruit augmente.
- Numérique : peut-être robuste grâce au codage détecteur/correcteur et seuils de détection (effet "tout ou rien") ; au-delà d'un certain bruit, erreur binaire.

## 3. Bande passante et efficacité spectrale

- Selon la modulation et le codage, le numérique peut exiger plus de bande mais permet compression et multiplexage statistique pour un meilleur usage global.

## 4. Complexité et coût

- Analogique : équipements plus simples (ex. émetteur AM simple).
- Numérique : conversion ADC/DAC, traitement (DSP), plus coûteux mais plus flexible (QoS, chiffrement, compression).

## 5. Autres différences : multiplexage facile en numérique (TDM, paquet), services supplémentaires (signalisation, données) intégrés.

2. Bande passante  $B = 4$  kHz, modulation ASK 2 niveaux ( $M=2$ ). SNR = 30 dB.

## 1) Débit maximal théorique (Nyquist, canal sans bruit)

Nyquist (pour canal à bande limitée et symboles M-aires) :  $C_{Nyquist} = 2B \log_2 M$ .

Pour  $M = 2$  (binaire) :  $C = 2B = 2 \times 4 \text{ kHz} = 8 \text{ kbit/s}$ .

## 2) Capacité selon Shannon (avec bruit)

Shannon :  $C = B \log_2(1 + \text{SNR}_{lin})$ .

$\text{SNR}_{dB} = 30 \Rightarrow \text{SNR}_{lin} = 10^{30/10} = 1000$ .

$C = 4000 \times \log_2(1 + 1000) \approx 4000 \times 9.966 \approx 39860 \text{ bit/s} (\approx 39,9 \text{ kb/s})$ .

Nyquist donne un plafond sans bruit (dépendant du nombre de niveaux); Shannon fixe le plafond réel compte tenu du bruit.

3. 10 canaux de 64 kb/s chacun.

1. **TDM** : On construit une trame TDM qui contient 10 échantillons (ou slots) correspondant aux 10 canaux — débit agrégé purement numérique =  $10 \times 64 \text{ kb/s} = 640 \text{ kb/s}$  (plus overhead de synchronisation/parité).
2. **FDM** : si chaque canal occupe 4 kHz, 10 canaux occupent environ  $10 \times 4 \text{ kHz} = 40 \text{ kHz}$  plus marges/gardes entre sous-bandes. FDM est naturel pour l'analogique.
3. **Comparaison** :
  - TDM : efficace pour signaux numériques, synchronisation requise, bon contrôle d'erreurs, facile d'agréger/désagréger.
  - FDM : utile pour signaux analogiques, simple en émission, nécessite filtres et garde de bande, sensible aux interférences et translation en fréquence.

4.  $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$  ;  $L = 50 \text{ km}$ .

$A_{tot} = \alpha \times L = 0,2 \times 50 = 10 \text{ dB}$ .

Si  $P_{tx} = 0 \text{ dBm}$ :  $P_{rx} = 0 - 10 = -10 \text{ dBm}$ . (Ignorant connecteurs/splices/dispersion.)

5. En OFDM, les sous-porteuses sont **orthogonales** :  $\int_0^{T_u} e^{j2\pi(f_k - f_m)t} dt = 0, k \neq m$ ,

ce qui annule l'interférence à l'instant d'échantillonnage FFT malgré le chevauchement spectral.

En FDM, l'orthogonalité n'est pas garantie → on insère des **bandes de garde** pour limiter la diaphonie.

6.

1) **Modulation principale ADSL** : DMT (Discrete MultiTone) — similaire à OFDM : le canal est divisé en centaines de sous-porteuses modulées (QAM).

## 2) Pourquoi débit descendant &gt; montant ?

- Allocation spectrale asymétrique : plus de sous-porteuses et/ou plus de puissance allouée au downstream.



- Profil d'usage (download >> upload).

### 3) Portée typique

- ADSL : bonne performance jusqu'à ~2-3 km, dégradée au-delà ; opération possible jusqu'à ~5 km mais à débit réduit.
- VDSL : conçu pour courtes distances (<1-1.5 km) mais débits bien supérieurs.

7.

- **Bandes** : WiFi (2.4 GHz, 5 GHz, 6 GHz pour WiFi6E), WiMAX (2-11 GHz selon réglementations/licences).
- **Portée** : WiFi ~ quelques dizaines de mètres indoor, WiMAX plusieurs kilomètres en LOS.
- **Débit** : WiFi (des centaines de Mbps selon versions), WiMAX (dizaines → centaines Mbps selon configuration).
- **Usage** : WiFi = LAN/local; WiMAX = MAN/last-mile/backhaul.
  1. Débit pour une ligne ADSL avec  $B = 1.1$  MHz,  $S/N = 40$  dB.  
 $\frac{S}{N} = 10^{40/10} = 10,000 \rightarrow D = B \cdot \log_2(1 + \frac{S}{N})$   
 $\rightarrow D = 1.1 \times 10^6 \cdot \log_2(1 + 10,000) \approx 1.1 \times 10^6 \cdot 13.29 = 14.619$  Mbps
  2. Atténuation cuivre (xDSL) pour une ligne de 2 km, fréquence  $f = 1$  MHz, constante  $k = 20$  dB/km/ $\sqrt{\text{MHz}}$   $\rightarrow A(f) = k \cdot \sqrt{f} \cdot L \rightarrow A(f) = 20 \cdot \sqrt{1} \cdot 2 = 40$  dB
  3. Calculer l'efficacité spectrale (LTE) avec débit  $D = 75$  Mbps, bande passante  $B = 10$  MHz  
 $\eta = \frac{D}{B} \rightarrow \eta = \frac{75 \times 10^6}{10 \times 10^6} = 7.5$  bps/Hz

$$8. T_u = \frac{1}{\Delta f} = \frac{1}{312.5 \times 10^3} \text{ s} = 3,2 \mu\text{s}.$$

$$T_s = T_u + T_{cp} = 3,2 + 0,8 = 4,0 \mu\text{s}.$$

$$\text{Efficacité temps} = \eta_t = \frac{T_u}{T_s} = \frac{3,2}{4,0} = 0,8 = 80\%.$$

9. Bits par symbole =  $48 \times 4 = 192$  bits.

$$\text{Débit brut } R = \frac{192 \text{ bits}}{T_s} = \frac{192}{4,0 \times 10^{-6}} \approx 48 \text{ Mbit/s}.$$

Si on tient compte d'un **codage** de taux  $r$  et des **pilotes**, le débit utile devient  $R_{\text{utile}} = \frac{48 \times b \times r}{T_s}$  (les pilotes n'emportent pas de données utiles).

10.

- **FDMA** : séparation par fréquence (ex. 1G analogique).
- **TDMA** : séparation par créneaux temps (ex. GSM).
- **CDMA** : séparation par codes (ex. IS-95 / CDMA2000).
- **OFDMA** : multi-porteuses avec allocation dynamique de sous-porteuses (ex. LTE, WiMAX, 5G NR).

11.

- **Bande passante totale** : Bande utile pour 4 utilisateurs :  $4 \times 200 \text{ kHz} = 800 \text{ kHz}$
- Bandes de garde :  $3 \times 50 \text{ kHz} = 150 \text{ kHz}$  (4 canaux → 3 intervalles)
- $B_{\text{total}} = 800 + 150 = 950 \text{ kHz}$
- **Débit par utilisateur** :  $D_{\text{utilisateur}} = 200 \text{ kHz} \times 2 \text{ bps/Hz} = 400 \text{ kbps}$
- **Débit total** :  $D_{\text{total}} = 4 \times 400 \text{ kbps} = 1.6 \text{ Mbps}$

12.

- **Débit par utilisateur** : Durée d'un slot :  $10 \text{ ms}/5 = 2 \text{ ms}$
- $D_{\text{utilisateur}} = \frac{1000 \text{ bits}}{0.002 \text{ s}} = 500 \text{ kbps}$
- **Débit total** :  $D_{\text{total}} = 5 \times 500 \text{ kbps} = 2.5 \text{ Mbps}$
- **Efficacité spectrale** :  $\eta = \frac{2.5 \text{ Mbps}}{100 \text{ kHz}} = 25 \text{ bps/Hz}$

13.

- **Gain de traitement** :  $G = \frac{1.25 \text{ MHz}}{9.6 \text{ kbps}} = \frac{1.25 \times 10^6}{9.6 \times 10^3} \approx 130.2$
- **Nombre maximal théorique** :  $N_{\text{max}} = \frac{G}{E_b/N_0} = \frac{130.2}{4} \approx 32.55 \rightarrow 32$  utilisateurs
- **Nombre pratique** : Avec facteur d'activité :  $32/0.5 = 64$
- Réduction de 30% :  $64 \times 0.7 = 44.8 \rightarrow 44$  utilisateurs

14.

- **Débit par utilisateur** : Débit par sous-porteuse :  $\frac{4 \text{ bits}}{100 \times 10^{-6} \text{ s}} = 40 \text{ kbps}$
- $D_{\text{utilisateur}} = 100 \times 40 \text{ kbps} = 4 \text{ Mbps}$
- **Débit total** :  $D_{\text{total}} = 10 \times 4 \text{ Mbps} = 40 \text{ Mbps}$
- **Efficacité spectrale** :  $\eta = \frac{40 \text{ Mbps}}{20 \text{ MHz}} = 2 \text{ bps/Hz}$

15.

- A :  $120 \times 6 \times \frac{3}{4} = 540 \text{ bits/symbole}$     B :  $60 \times 4 \times \frac{3}{4} = 180 \text{ bits/symbole}$
- C :  $120 \times 2 \times \frac{3}{4} = 180 \text{ bits/symbole}$

Débits  $R = \frac{\text{bits/symbole}}{T_s}$ :

- A :  $540/100 \mu\text{s} = 5,4 \text{ Mbit/s}$     B :  $180/100 \mu\text{s} = 1,8 \text{ Mbit/s}$     C :  $180/100 \mu\text{s} = 1,8 \text{ Mbit/s}$

16.

- **PDH (Plesiochronous)** : multiplexage hiérarchique non synchronisé exactement – difficile d'extraire tributaires individuels.
  - **SDH/SONET (Synchronous)** : structure synchronisée, overhead riche pour gestion/maintenance/OTN-like features, extraction/insertion (ADD/DROP) facile, monitoring, meilleure interopérabilité.
- Avantage SDH** : meilleure gestion, maintenance et insertion de canaux sans démultiplexage complet.

17. SDH = 2.5 Gbit/s ; canal = 64 kbit/s.  $N \approx \frac{2,5 \times 10^9}{64 \times 10^3} \approx 39\,062,5 \approx 39\,062$  canaux

18.

## 1. Calcul des débits :

- $E2 = 4 \times 2,048 + 0,256 = 8,192 + 0,256 = 8,448 \text{ Mbps}$
- $E3 = 4 \times 8,448 + 1,024 = 33,792 + 1,024 = 34,816 \text{ Mbps}$
- $E4 = 4 \times 34,816 + 4,096 = 139,264 + 4,096 = 143,360 \text{ Mbps}$

## 2. Nombre de canaux E4 :

- Débit utile E4 = 143,360 Mbps
- Nombre de canaux =  $\frac{143,360}{0,064} = 2,240$  canaux

19.

## 1. Vérification du débit :

- Taille de la trame =  $9 \times 270 = 2,430$  octets =  $2,430 \times 8 = 19,440$  bits
- Débit =  $\frac{19,440}{125 \times 10^{-6}} = 155,52 \text{ Mbps}$

## 2. Débit utile :

- Overhead =  $10\% \times 155,52 = 15,552 \text{ Mbps}$
- Débit utile =  $155,52 - 15,552 = 139,968 \text{ Mbps}$

20.

- Débit utile OC-12 =  $95\% \times 622,08 = 590,976 \text{ Mbps}$
- Nombre de flux E1 =  $\frac{590,976}{2,048} \approx 288,56 \rightarrow \mathbf{288 \text{ flux E1}}$  (on ne peut pas avoir une fraction de flux)

21.

## 1. PDH :

- Un E3 transporte  $\frac{34,816}{2,048} \approx 17$  flux E1.
- Nombre d'E3 nécessaires =  $\frac{100}{17} \approx 5,88 \rightarrow \mathbf{6 \text{ flux E3}}$

## 2. SDH :

- Un STM-1 transporte  $\frac{140}{2,048} \approx 68,35$  flux E1.
- Nombre de STM-1 nécessaires =  $\frac{100}{68,35} \approx 1,46 \rightarrow \mathbf{2 \text{ flux STM-1}}$

## 3. Efficacité :

- PDH :  $6 \times 34,816 = 208,896 \text{ Mbps}$  pour 100 E1.
- SDH :  $2 \times 155,52 = 311,04 \text{ Mbps}$  (mais débit utile utilisé =  $2 \times 140 = 280 \text{ Mbps}$ ).
- $\rightarrow$  La SDH est plus flexible et efficiente (moins de équipements multiplexeurs).

## TD n°6 : Systèmes de commutation

1. Donnez 2 avantages et 2 inconvénients de la commutation de paquets par rapport à la commutation de circuits.
2. Calculez la charge offerte (en Erlangs) pour un central recevant 300 appels/h de durée moyenne 2 minutes.
3. Un système M/M/1 reçoit  $\lambda = 8$  paquets/s et traite  $\mu = 12$  paquets/s. Calculez  $\rho$  et le temps d'attente moyen.
4. Associez les technologies X.25, Frame Relay, ATM et MPLS à leurs caractéristiques principales.
5. Un central dispose de 10 circuits. La charge offerte est de 5 Erlangs. Calculez la probabilité de blocage avec la formule d'Erlang B (donnée).
6. Expliquez la différence entre architecture en étoile, en maillage et en hiérarchie pour les réseaux commutés.
7. Pourquoi l'ATM utilise-t-il des cellules fixes de 53 octets ?

## Solutions

## 1. Avantages commutation paquets :

- Utilisation statistique des ressources (meilleure efficacité).
- Résilience et routage multiple ; plus facile d'acheminer données vers plusieurs destinations.

## Inconvénients :

- Délai variable (jitter), cout protocolaire (en-têtes), complexité de QoS.
- Commutation circuits (avantages) : latence constante, QoS déterministe pour la durée d'appel. Inconvénients : empreinte inefficace d'un canal dédié.

2. 300 appels/h ; durée moyenne  $T = 2\text{min} = 1/30\text{h} = 0.03333\text{ h}$ .  $A = \lambda \times T = 300 \times 0.033333 \approx 10$  Erlangs.

3.  $\rho = \lambda/\mu = 8/12 = 0,6667$ .

- Temps moyen dans le système (W) :  $W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{12 - 8} = \frac{1}{4} = 0,25\text{ s}$ .
- Nombre moyen dans le système (L) :  $L = \lambda \cdot W = 8 \times 0,25 = 2$  paquets.
- Temps d'attente en file ( $W_q$ ) et  $L_q$  (optionnel) :  $L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{(2/3)^2}{1/3} = \frac{4/9}{1/3} = \frac{4}{3} \approx 1,333$ .  
 $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{1,333}{8} \approx 0,1667\text{ s}$ . Vérification :  $W = W_q + \frac{1}{\mu} = 0,1667 + 0,08333 = 0,25\text{s}$ .

4.

- X.25 : fiable, retransmission au niveau paquet, overhead important — utilisé historiquement pour réseaux WAN fiables.
- Frame Relay : simplification de X.25 : moins de contrôle, meilleur débit utile, destiné aux réseaux de données.
- ATM : cellules fixes (53 octets), conçu pour QoS (retard constant, CBR/VBR), bonne commutation matérielle.
- MPLS : forwarding basé sur labels, rapide et flexible pour réseaux IP opérateurs (ingénierie de trafic, VPNs).

5.  $A = 5$  Erlangs,  $m = 10$  circuits. On peut calculer  $B(A, m)$  par la formule récursive :  $B(0) = 1, B(n) = \frac{A B(n-1)}{n + A B(n-1)}$ .

Effectuons l'itération ( $A = 5$ ) — calcul bref (valeurs arrondies) :

- $B(1) = 5/6 = 0,83333$  -  $B(2) \approx 0,67521$  -  $B(3) \approx 0,52956$  -  $B(4) \approx 0,39834$  -  $B(5) \approx 0,28476$
- $B(6) \approx 0,19188$  -  $B(7) \approx 0,12056$  -  $B(8) \approx 0,07010$  -  $B(9) \approx 0,03747$  -  $B(10) \approx 0,01839$

→  $B(A = 5, m = 10) \approx 0,0184$  soit  $\approx 1,84\%$  de probabilité de blocage.

Utilisation pratique d'un tableau Erlang B ou d'un calcul numérique automatisé pour obtenir précision.

6.

- Étoile : tous les nœuds connectés à un central — simple à gérer ; inconvénient : point unique de défaillance (central).
- Maillage : nœuds interconnectés entre eux (partiel ou complet) — redondance et tolérance aux pannes ; coûteux et complexité supérieure.
- Hiérarchie : couches (accès → distribution → cœur) — scalable pour opérateurs ; facilite planification et isolation des pannes.

7. Raisons historiques / techniques :

- Taille fixe = commutation matérielle rapide (facilité de multiplexage et de buffers hardware).
- Petite cellule pour réduire la latence pour la voix (toutes les 53 octets on commute).
- Inconvénient : overhead pour trafics bursty/bases de données (fragmentation).

### TD n°3 : Signalisation

1. Donnez un exemple de signalisation par canal associé et un exemple par canal commun.
2. Pourquoi le SS7 a-t-il été indispensable à l'évolution de la téléphonie mobile (GSM, SMS) ?
3. Donnez 2 différences entre SIP et H.323.
4. Expliquez le rôle de MGCP dans les architectures VoIP.
5. Complétez le tableau :

#### Protocole Contexte Utilisation principale

|       |     |     |
|-------|-----|-----|
| SS7   | ... | ... |
| SIP   | ... | ... |
| H.323 | ... | ... |
| MGCP  | ... | ... |

#### Solutions

1.
  - **Canal associé** : signalisation liée directement au circuit de l'appel (ex. tonalités in-band, DTMF). Chaque appel a son propre canal de signalisation.
  - **Canal commun** : signalisation séparée du canal de transport (ex. SS7), partagée entre de nombreux appels.
  - Différence clé** : canal associé consacre des ressources par appel ; canal commun permet utilisation partagée, plus d'évolutivité et de fonctionnalités.
2.
 

**Points majeurs :**

  - Séparation signalisation ↔ transport (rapide établissement/destruction d'appels).
  - Permet services réseau : routage d'appels, numéro translation, interrogation de bases (HLR/VLR pour mobile), gestion roaming.
  - Permet SMS (transport sur signalisation), interopérabilité inter-opérateurs et facturation.

**Conclusion** : SS7 a permis l'émergence de services mobiles complexes et la gestion distribuée du réseau.
3.
  1. **Parade / Conception** :
    - SIP : textuel (inspiré HTTP), léger, extensible (headers, méthodes).
    - H.323 : suite binaire et complexes (H.225, H.245) — plus "lourd".
  2. **Transport / NAT traversal** :
    - SIP s'intègre mieux au Web/HTTP et offre options NAT-friendly (STUN/TURN/ICE, usage de TLS).
    - H.323 a plus de difficulté à traverser NAT sans proxies/gatekeepers.
  3. **Extensibilité & adoption** :
    - SIP : large adoption pour VoIP (PBX, IMS), flexible pour multimédia.
    - H.323 : utilisé historiquement dans infrastructure legacy videoconf; complexité plus élevée.
4.
  - **MGCP (Media Gateway Control Protocol)** sert à contrôler des gateways qui relient le réseau téléphonique classique (PSTN) et l'infrastructure IP.
  - **Architecture** : Call Agent (contrôleur centralisé) → Media Gateway (exécute commandes : ouvrir flux, play/record, changer codecs).
  - **Avantage** : centralisation de la logique d'appel (simple gestion, scalabilité dans certains designs).

#### 5. — Tableau protocole / contexte / usage (complété)

| Protocole | Contexte                            | Utilisation principale   |
|-----------|-------------------------------------|--|
| SS7       | Réseaux téléphoniques traditionnels | Signalisation d'établissement d'appel, services réseaux (roaming, SMS) |
| SIP       | Réseaux IP / VoIP                   | Initier/terminer sessions multimédia, présence, NAT traversal          |
| H.323     | Réseaux IP (legacy)                 | Suite pour multimédia sur IP (voix/vidéo), interop PBX/visioconf       |
| MGCP      | Architectures VoIP centralisées     | Contrôle des Media Gateways par Call Agents                            |

## Exercices supplémentaires

### 1. Systèmes de transmission

#### Exercice 1: Transmission numérique

1. Calculer la capacité maximale d'un canal selon Shannon pour une bande passante de 10 MHz et un SNR de 20 dB.
2. Si on utilise une modulation 256-QAM, quel débit maximal peut-on obtenir selon Nyquist (sans bruit)?

#### Exercice 2: Capacité de canal et modulation

Un canal de communication a une bande passante de 5 MHz et un SNR de 18 dB.

1. Calculer la capacité maximale du canal selon Shannon.
2. Si on utilise une modulation 64-QAM, quel débit maximal peut-on obtenir selon Nyquist?
3. Comparer les deux résultats et expliquer la différence

#### Exercice 3: Multiplexage TDM

Un système TDM doit multiplexer 12 voies audio numérisées à 64 kbps chacune.

1. Calculer le débit total du multiplex.
2. Si on ajoute un overhead de 8% pour la signalisation, quel est le débit final?

#### Exercice 4: Multiplexage TDM complexe

Un système TDM doit multiplexer:

- 8 voies voix à 64 kbps
  - 2 voies vidéo à 2 Mbps
  - 1 voie données à 512 kbps
- L'overhead de trame est de 5% et le synchronisme nécessite 32 bits par trame.
1. Calculer le débit total du multiplex.
  2. Déterminer la taille de trame optimale.
  3. Calculer la durée d'une trame.

#### Exercice 5: Systèmes xDSL

Une ligne ADSL utilise un spectre de 0 à 1.1 MHz avec 256 sous-porteuses DMT.

La sous-porteuse 64 (centrée à 276 kHz) utilise une modulation 16-QAM.

1. Quel débit cette sous-porteuse peut-elle transporter?
2. Si seules 200 sous-porteuses sont utilisées pour le download, estimer le débit total maximal.

#### Exercice 6: Communications optiques

Un système DWDM utilise 80 canaux espacés de 0.4 nm autour de 1550 nm.

1. Calculer la largeur spectrale totale occupée (en nm et en Hz).
2. Si chaque canal transporte 100 Gbps, quel est le débit total du système?

#### Exercice 7: Système DWDM avancé

Un système DWDM utilise 96 canaux espacés de 50 GHz sur la bande C (1530-1565 nm).

1. Calculer la largeur spectrale totale occupée en THz.
2. Si chaque canal transporte 200 Gbps utilisant DP-16QAM, quel est le débit total?
3. Calculer l'efficacité spectrale globale du système.

#### Exercice 8: Performance xDSL

Une ligne ADSL2+ utilise un spectre de 0-2.2 MHz avec 512 sous-porteuses.

Le rapport signal/bruit varie linéairement de 45 dB à 10 dB sur le spectre.

1. Estimer le nombre de bits/sous-porteuse utilisable pour les sous-porteuses 50, 200 et 400.
2. Calculer le débit total théorique maximal.

## Solutions

### Corrigé Exercice 1:

1.  $SNR = 20 \text{ dB} = 100$  (ratio)  
 $C = B \log_2(1 + SNR) = 10^7 \times \log_2(101) \approx 10^7 \times 6.66 = 66.6 \text{ Mbps}$
2.  $D_{max} = 2B \log_2(M) = 2 \times 10^7 \times \log_2(256) = 2 \times 10^7 \times 8 = 160 \text{ Mbps}$

### Corrigé Exercice 2:

1.  $SNR = 18 \text{ dB} = 63.1$  (ratio)  
 $C = 5 \times 10^6 \times \log_2(1 + 63.1) \approx 5 \times 10^6 \times 6.0 = 30 \text{ Mbps}$
2.  $D_{max} = 2 \times 5 \times 10^6 \times \log_2(64) = 10^7 \times 6 = 60 \text{ Mbps}$
3. Shannon donne la limite théorique absolue (30 Mbps), Nyquist donne la limite pour une modulation parfaite sans bruit (60 Mbps). La différence montre l'impact du bruit.

### Corrigé Exercice 3:

1. Débit total =  $12 \times 64 \text{ kbps} = 768 \text{ kbps}$
2. Overhead =  $8\% \times 768 = 61.44 \text{ kbps}$   
 Débit final =  $768 + 61.44 = 829.44 \text{ kbps}$

### Corrigé Exercice 4:

1. Débit total =  $8 \times 64 + 2 \times 2000 + 512 = 512 + 4000 + 512 = 5024 \text{ kbps}$
2. Avec overhead:  $5024 \times 1.05 = 5275.2 \text{ kbps}$
3. Ajout synchronisme: débit final  $\approx 5300 \text{ kbps}$   
 Trame = (débit utile) / (débit ligne)  $\times$  durée trame

### Corrigé Exercice 5:

1. Pour la 16-QAM:  $\log_2(16) = 4$  bits/symbole  
 Débit/sous-porteuse =  $4 \times \text{symbol\_rate}$  (supposer symbol\_rate = 4 kHz) = 16 kbps
2. Débit total  $\approx 200 \times 16 \text{ kbps} = 3.2 \text{ Mbps}$  (estimation simplifiée)

### Corrigé Exercice 6:

1. Largeur spectrale =  $80 \times 0.4 = 32 \text{ nm}$   
 Conversion en Hz:  $\Delta f = \frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2} = \frac{3 \times 10^8 \times 32 \times 10^{-9}}{(1550 \times 10^{-9})^2} \approx 4 \text{ THz}$
2. Débit total =  $80 \times 100 = 8 \text{ Tbps}$

### Corrigé Exercice 7:

1. Largeur spectrale =  $96 \times 0.05 = 4.8 \text{ THz}$
2. Débit total =  $96 \times 200 = 19.2 \text{ Tbps}$
3. Efficacité =  $19.2 \text{ Tbps} / 4.8 \text{ THz} = 4 \text{ b/s/Hz}$

### Corrigé Exercice 8:

1. Pour  $SNR=45 \text{ dB}$ :  $\log_2(1+10^{(45/10)}) \approx \log_2(31622) \approx 14.9 \rightarrow 14 \text{ bits}$   
 Pour  $SNR=27.5 \text{ dB}$ :  $\log_2(1+10^{(27.5/10)}) \approx \log_2(562) \approx 9.1 \rightarrow 9 \text{ bits}$   
 Pour  $SNR=10 \text{ dB}$ :  $\log_2(1+10) \approx \log_2(11) \approx 3.5 \rightarrow 3 \text{ bits}$
2. Débit = somme (bits/sous-porteuse  $\times$  symbol\_rate)



## 2. Systèmes de commutation

### Exercice 1: Commutation de circuits

Un central téléphonique doit desservir 1000 abonnés avec une probabilité de blocage maximale de 1%.

1. Si chaque abonné génère 0.05 Erlang en heure chargée, calculer le trafic total.
2. En utilisant la formule d'Erlang B, déterminer le nombre de circuits nécessaires.

### Exercice 2: Commutation par paquets

Un routeur traite des paquets de 1500 octets en moyenne avec un débit de sortie de 1 Gbps.

1. Calculer le temps de traitement d'un paquet.
2. Si les paquets arrivent à raison de 80000 paquets/seconde, calculer le taux d'utilisation du routeur.

### Exercice 3: Modèles de file d'attente

Un système M/M/1 a un taux d'arrivée de 50 paquets/seconde et un taux de service de 75 paquets/seconde.

1. Calculer le taux d'utilisation du système.
2. Déterminer le nombre moyen de paquets dans le système.

### Exercice 4: Dimensionnement Erlang

Un call center reçoit en moyenne 120 appels/heure d'une durée moyenne de 3 minutes.

1. Calculer le trafic offert en Erlang.
2. Déterminer le nombre d'agents nécessaires pour une probabilité d'attente inférieure à 5%.

### Exercice 5: Dimensionnement de commutateur

Un commutateur téléphonique doit desservir 5000 abonnés avec les caractéristiques suivantes:

- Trafic par abonné: 0.08 Erlang en heure chargée
  - Probabilité de blocage acceptable: 0.5%
  - Durée moyenne des appels: 4 minutes
1. Calculer le trafic total.
  2. Déterminer le nombre de circuits nécessaires en utilisant Erlang B.
  3. Calculer la capacité de traitement nécessaire (en appels/heure).

### Exercice 6: Analyse de file d'attente M/M/n

Un centre d'appels peut être modélisé comme un système M/M/10:

- Taux d'arrivée: 120 appels/heure
  - Durée moyenne des appels: 4 minutes
1. Calculer le taux de service par agent.
  2. Déterminer le taux d'utilisation du système.
  3. Calculer la probabilité qu'un appel doive attendre.

### Exercice 7: Comparaison technologies de commutation

Comparer les technologies suivantes pour un opérateur devant transporter:

- Voix (délai sensible)
  - Données (débit important)
  - Vidéo (débit garanti)
- Pour chaque technologie (ATM, MPLS, Ethernet), indiquer:
1. Les avantages pour ce cas d'usage
  2. Les limitations potentielles
  3. Le coût relatif de déploiement

### Exercice 8: Dimensionnement avec Erlang C

Un call center reçoit 360 appels/heure d'une durée moyenne de 5 minutes.

La politique exige que 90% des appels soient answered en moins de 20 secondes.

1. Calculer le trafic offert en Erlang.
2. Déterminer le nombre minimal d'agents nécessaires.

## 3. Calculer le temps d'attente moyen

## Solutions

## Corrigé Exercice 1:

1. Trafic total =  $1000 \times 0.05 = 50$  Erlang
2. Avec Erlang B, pour 50E et  $P_b=1\%$ , on trouve environ 64 circuits nécessaires

## Corrigé Exercice 2:

1. Temps de traitement =  $(1500 \times 8) / 10^9 = 12 \mu s$
2. Taux d'utilisation =  $\lambda / \mu = 80000 / (1/12 \times 10^{-6}) = 80000 / 83333 \approx 0.96$  (96%)

## Corrigé Exercice 3:

1.  $\rho = \lambda / \mu = 50 / 75 = 0.667$  (66.7%)
2.  $N = \rho / (1 - \rho) = 0.667 / 0.333 \approx 2$  paquets

## Corrigé Exercice 4:

1. Trafic offert A =  $(120 \text{ appels/h} \times 3 \text{ min}) / 60 = 360 / 60 = 6$  Erlang
2. Avec Erlang C, pour A=6E et  $P(\text{attente}) < 5\%$ , on trouve environ 10 agents nécessaires

## Corrigé Exercice 5:

1. Trafic total =  $5000 \times 0.08 = 400$  Erlang
2. Selon Erlang B, pour 400E et  $P_b=0.5\%$ , besoin d'environ 420 circuits
3. Capacité =  $(5000 \times 0.08 \times 60) / 4 = 6000$  appels/heure

## Corrigé Exercice 6:

1.  $\mu = 60 / 4 = 15$  appels/heure/agent
2.  $\lambda = 120$  appels/heure,  $\rho = \lambda / (n \times \mu) = 120 / (10 \times 15) = 0.8$
3.  $P(\text{attente}) = \text{Formule Erlang C} \approx 0.21$

## Corrigé Exercice 7:

1. ATM: bon pour voix (délai garanti), moins pour données (overhead)  
MPLS: bon compromis, qualité de service  
Ethernet: économique pour données, moins pour voix
2. ATM: complexité, coût  
MPLS: compétence required  
Ethernet: qualité de service limitée
3. Coût: Ethernet < MPLS < ATM

## Corrigé Exercice 8:

1. Trafic A =  $(360 \times 5) / 60 = 30$  Erlang
2. Avec Erlang C, pour  $P(\text{attente} < 20s) > 90\%$ , besoin d'environ 35 agents
3. Temps attente moyen = Formule M/M/n

## 3. Signalisation

## Exercice 1: Signalisation SS7

Un réseau téléphonique traite 50,000 appels/heure avec une durée moyenne de 3 minutes.

1. Calculer le trafic total en Erlang.
2. Estimer le nombre de messages ISUP nécessaires par appel (20 messages/appel).
3. Calculer le débit de signalisation nécessaire.

## Exercice 2: Protocole SIP

Un serveur SIP traite 1000 appels/heure avec les caractéristiques suivantes:

- 5 messages SIP par appel
  - Taille moyenne message: 800 octets
  - Trafic symétrique (même volume dans les deux sens)
1. Calculer le débit SIP total.
  2. Estimer la charge de traitement du serveur.

### Exercice 3: Dimensionnement MGCP

Un contrôleur MGCP gère 10,000 portes avec:

- 1 commande/porte/heure
  - 2 événements/porte/heure
  - Taille moyenne message: 200 octets
1. Calculer le débit MGCP total.
  2. Dimensionner le contrôleur.

### Exercice 4: Comparaison SS7/SIP

Comparer les approches SS7 et SIP sur:

1. L'architecture réseau
2. Le modèle de signalisation
3. Les applications supportées

### Exercice 5: Dimensionnement réseau SS7

Un opérateur téléphonique a les caractéristiques suivantes:

- 2 millions d'abonnés
  - Trafic moyen: 0.05 Erlang/abonné
  - 20 messages SS7 par appel
  - Taille moyenne message: 120 octets
1. Calculer le nombre total de messages SS7 en heure chargée.
  2. Dimensionner les liens de signalisation (64 kbps chacun).
  3. Estimer le nombre de paires de STP nécessaires.

### Exercice 6: Serveur SIP haute disponibilité

Un opérateur VoIP prévoit 100,000 abonnés SIP avec:

- 1.2 appels/abonné/jour en heure chargée
  - 6 messages SIP par appel
  - Taille moyenne message: 1000 octets
  - Pic de trafic: 3x la moyenne
1. Calculer le débit SIP maximal requis.
  2. Dimensionner le nombre de serveurs SIP nécessaires (capacité: 200 appels/seconde par serveur).
  3. Proposer une architecture redondante.

### Exercice 7: Gateway de signalisation SS7-SIP

Une passerelle doit convertir 500 appels/minute entre SS7 et SIP:

- Temps de conversion: 5 ms par message
  - 15 messages par appel dans chaque sens
  - Surcharge de 20% pour le traitement de la passerelle
1. Calculer la charge de traitement totale.
  2. Dimensionner le nombre de cartes processeurs nécessaires (capacité: 100,000 messages/seconde).
  3. Estimer la mémoire nécessaire pour tamponner les messages.

### Exercice 8: Plan de numérotation et routage

Un opérateur international doit router les appels entre:

- Réseau fixe traditionnel (SS7)
  - Réseau mobile (SIP-I)
  - Réseau VoIP (SIP)
- Pour chaque type de routage (fixe-mobile, mobile-VoIP, VoIP-fixe):

1. Identifier les protocoles de signalisation en interface.
2. Décrire les étapes de conversion nécessaires.
3. Lister les paramètres essentiels à préserver.

## Solutions

Corrigé Exercice 1:

1. Trafic =  $(50,000 \times 3)/60 = 2,500$  Erlang
2. Messages/heure =  $50,000 \times 20 = 1,000,000$  messages/h
3. Débit =  $(1,000,000 \times 200 \times 8)/3600 \approx 444$  kbps (en supposant 200 octets/message)

Corrigé Exercice 2:

1. Messages/s =  $(1000 \times 5)/3600 \approx 1.39$  messages/s  
Débit =  $1.39 \times 800 \times 8 \times 2 \approx 17.8$  kbps (dans les deux sens)
2. Charge =  $1.39 \times T_{\text{traitement\_message}}$  (dépend de l'implémentation)

Corrigé Exercice 3:

1. Commandes/h =  $10,000 \times 1 = 10,000$   
Événements/h =  $10,000 \times 2 = 20,000$   
Messages totaux/h = 30,000  
Débit =  $(30,000 \times 200 \times 8)/3600 \approx 13.3$  kbps
2. Capacité contrôleur = 30,000 messages/h = 8.33 messages/s

Corrigé Exercice 4:

1. SS7: architecture centralisée avec STP, SIP: architecture décentralisée
2. SS7: signaling hors bande, SIP: signaling in-band
3. SS7: voix principalement, SIP: multimédia riche

Corrigé Exercice 5:

1. Appels/heure =  $(2e6 \times 0.05 \times 60)/3 = 2e6$  appels/heure  
Messages/heure =  $2e6 \times 20 = 40e6$  messages/heure
2. Débit =  $(40e6 \times 120 \times 8)/3600 \approx 10.67$  Mbps  
Liens nécessaires =  $\text{ceil}(10.67/0.064) \approx 167$  liens
3. Paires STP =  $\text{ceil}(\text{liens}/1000) \approx 1$  paire

Corrigé Exercice 6:

1. Appels pic =  $(100000 \times 1.2 \times 3)/3600 = 100$  appels/seconde  
Messages/s =  $100 \times 6 = 600$  messages/s  
Débit =  $600 \times 1000 \times 8 = 4.8$  Mbps
2. Serveurs nécessaires =  $\text{ceil}(100/200) = 1$  serveur (mais redondance nécessaire)
3. Architecture: 2 serveurs en cluster actif-passif

Corrigé Exercice 7:

1. Messages/s =  $(500/60) \times 15 \times 2 = 250$  messages/s  
Charge =  $250 \times 0.005 \times 1.2 = 1.5$  (150% d'un coeur)
2. Cartes nécessaires =  $\text{ceil}(1.5) = 2$  cartes
3. Mémoire =  $250 \times 0.005 \times 1000 \times 2 = 2500$  octets = 2.5 KB

Corrigé Exercice 8:

1. Fixe-mobile: SS7-MAP vers SIP-I  
Mobile-VoIP: SIP-I vers SIP  
VoIP-fixe: SIP vers SS7-ISUP
2. Conversion des paramètres: numéros, type d'appel, services
3. Paramètres essentiels: numéros appelant/appelé, nature d'appel, indicateurs de service