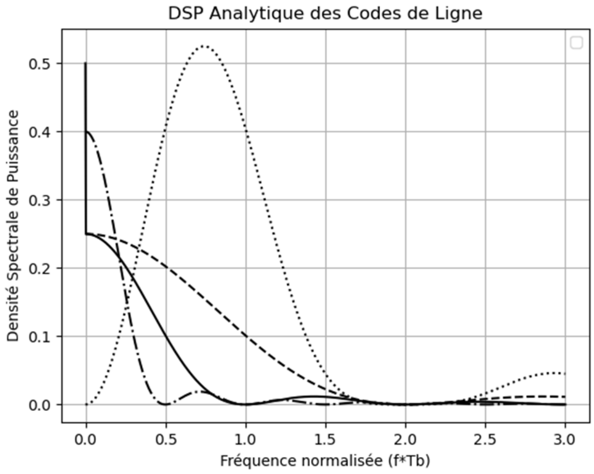
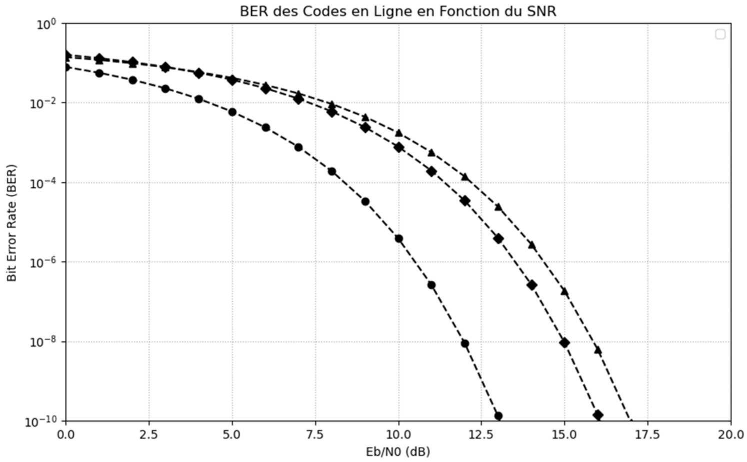
20

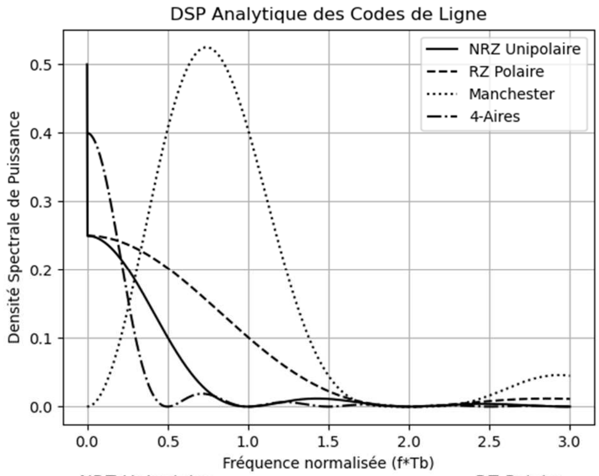
Exercice 1 **/ 6 points**

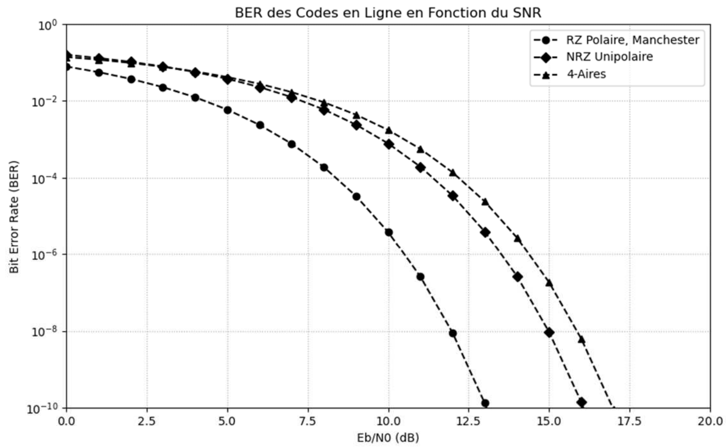
Sont donnés ci-dessous les DSPs (densité spectrale de puissance) de quelques codes en ligne indépendants ainsi que leurs BER (Bits error rates).

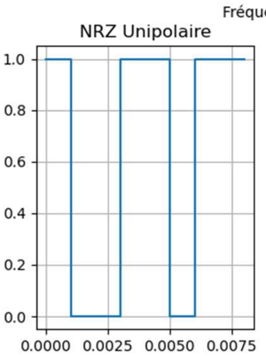


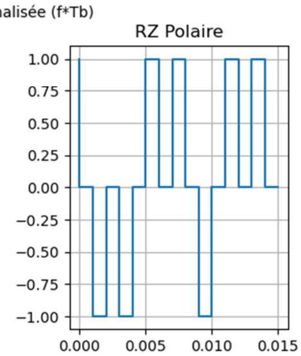


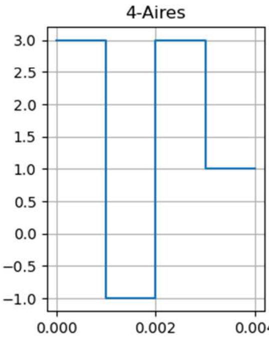
1. Identifier les DSPs sur le graphe.
2. Tracer le code en ligne obtenu pour la séquence binaire suivante 10011011.
3. On suppose que $T_b = 10^{-3}s$, déterminer pour chaque code le débit et la rapidité de modulation.
4. Calculer l'énergie de chaque code en ligne.
5. Calculer les BERs en fonction de Q puis identifier les sur le graphe.
6. Déterminer le ou les seuils optimaux de détection pour chaque code.

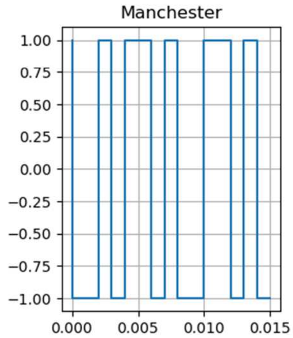












$D = R = \frac{1}{T_b} = 10^3 bits/s$ $D = R = \frac{1}{T_b} = 10^3 bits/s$ $D = 2R = \frac{1}{T_b} = 10^3 bits/s$ $D = R = \frac{1}{T_b} = 10^3 bits/s$

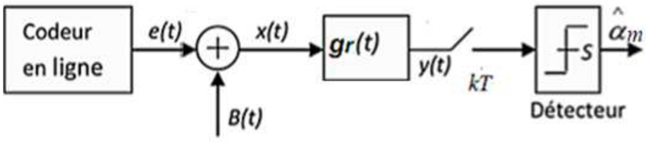
NRZ unipolaire → $E_{bit} = \frac{V^2 T_b}{2}$ RZ polaire → $E_{bit} = \frac{V^2 T_b}{2}$ 4-Aires → $E_{bit} = \frac{5}{2} V^2 T_b$ Manchester → $E_{bit} = V^2 T_b$

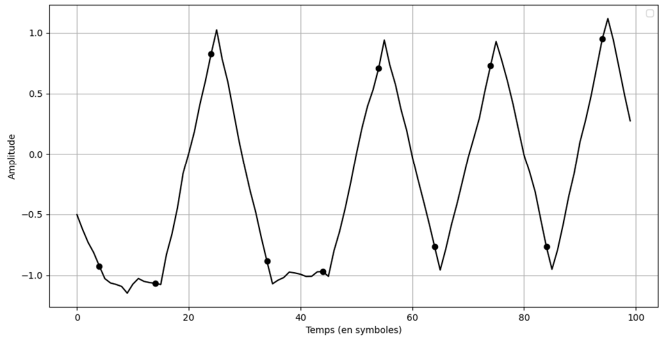
NRZ unipolaire → $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$ RZ polaire → $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$ 4-Aires → $P_e = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}}\right)$ Manchester → $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

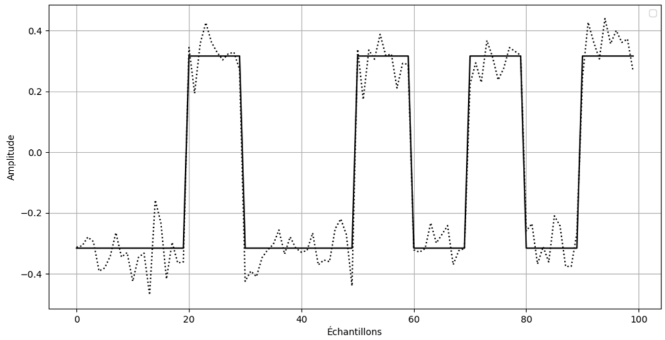
NRZ unipolaire → $S_{opt} = \frac{V^2 T_b}{2}$ RZ polaire → $S_{opt} = 0$ 4-Aires → $S_{opt} = 0, \pm 2V^2 T_s$ Manchester → $S_{opt} = 0$

Exercice 2 / 7 points

Soit le schéma de transmission numérique à travers un canal AWGN (Additive White Gaussian Noise) suivant et les signaux obtenus à la sortie de chaque bloc:



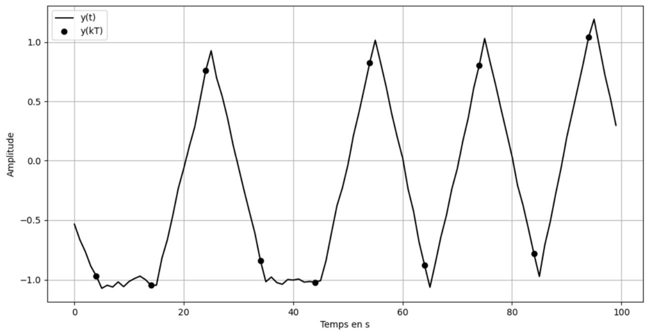


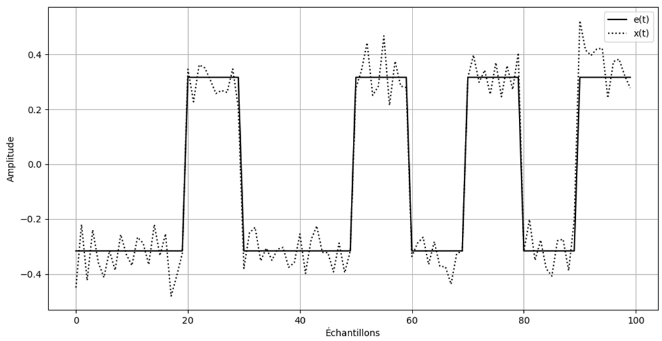


1. Identifier les signaux : ***e(t), x(t), y(t)*** et ***y(kT)***
2. Déterminer T_B et identifier la séquence binaire émise ainsi que celle reçue. Que vaut le BER ?
3. Quel est le code en ligne utilisé ? Donner la forme d'onde employée.
4. Définir $g_r(t)$ et déterminer son expression puis donner son rôle.

On suppose maintenant que la transmission se fait sur un canal à bande limitée en respectant la condition de Nyquist.

5. Donner le nouveau schéma de transmission.
6. Donner l'expression de la réponse implusionnelle du filtre ajouté si on suppose un facteur de roll-off doublant la bande spectrale. En déduire l'expression de $g_r(t)$.
7. Quel est le rôle du filtre ajouté ?

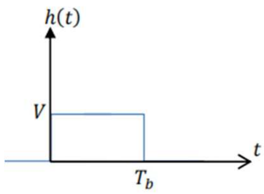




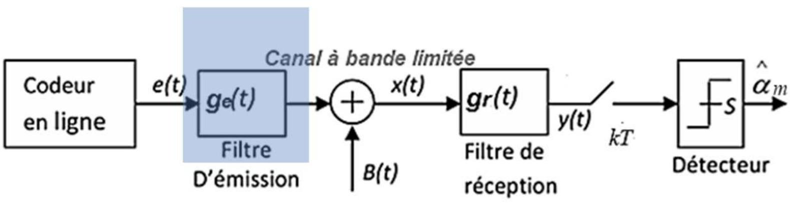
$T_B = 10s$, Séquence binaire [0, 0, 1, 0, 0 , 1, 0, 1, 0, 1, 0]　　　Séquence émise e(t) [-1, -1, 1, -1, -1 , 1, -1, 1, -1, 1, -1]

Reçue ***y(kT)*** : [-1, -1, 1, -1, -1 , 1, -1, 1, -1, 1, -1] → Symboles détectées α_k : [0, 0, 1, 0, 0 , 1, 0, 1, 0, 1, 0]　→ BER=0/8=0

Code NRZ polaire → que : $\begin{cases} a_k = 1 & si \quad \alpha_k = 1 \\ a_k = -1 & si \quad \alpha_k = 0 \end{cases}$



Filtre de réception : $g_r(t) = V \prod_{T_b}(t - T_b/2)$ → Diminuer le bruit en augmentant le SNR

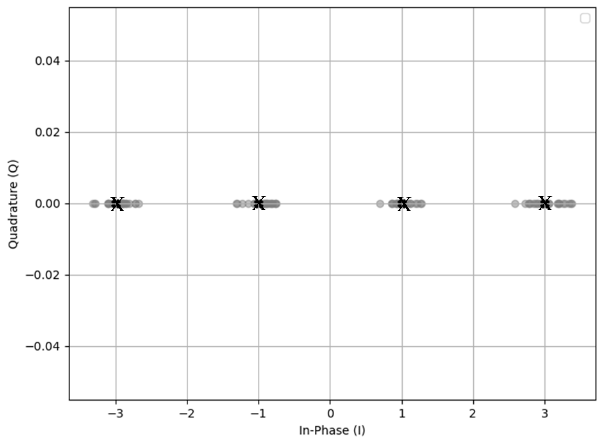


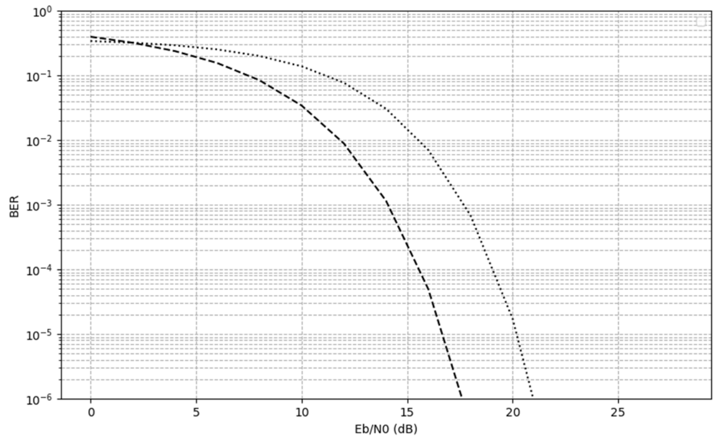
$h_e(t) = h(t) * g_e(t) = \frac{4}{\pi} \frac{\cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right)}{1-\left(4\frac{t}{T}\right)^2}$ → $g_r(t) = \frac{4}{\pi} \frac{\cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right)}{1-\left(4\frac{t}{T}\right)^2}$

Limiter la bande spectrale et les IES + Assurer une IES nulle aux instants d'échantillonnage (kT)

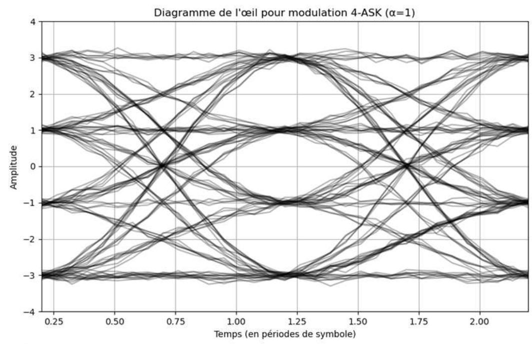
Exercice 3 **/ 7 points**

On donne à la figure suivante les constellations d'une modulation numérique ainsi que le BER obtenu en utilisant 2 différentes techniques de démodulation.





1. Identifier la modulation employée.
2. Que représentent les ponts foncés (X) et les points clairs sur le graphe de gauche ?
3. Que devient ce tracé pour un SNR plus grand.
4. Donner les amplitudes des composantes en quadrature a_k et b_k.
5. Donner le diagramme de l'œil si l'on suppose un facteur de roll-off de 1.
6. Identifier les techniques de démodulation employée sur le graphe de droite et donner leur schéma.
7. On veut doubler le débit binaire tout en conservant la même occupation spectrale et en minimisant l'énergie. Que peut-on faire ?



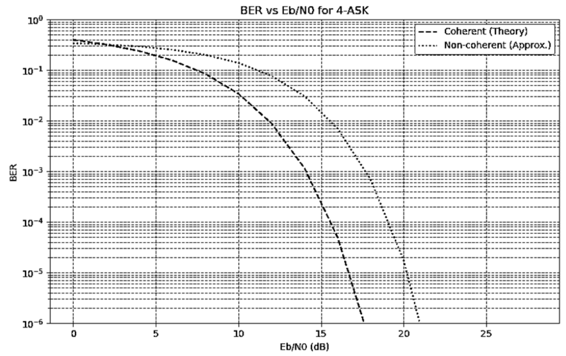
Modulation numérique 4-ASK

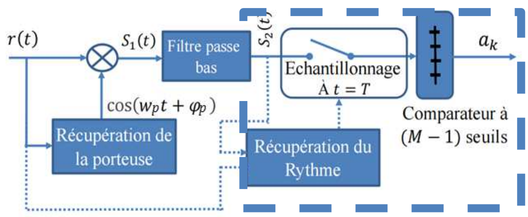
"X" → Les symbole émis et les "o" → les symbole reçus

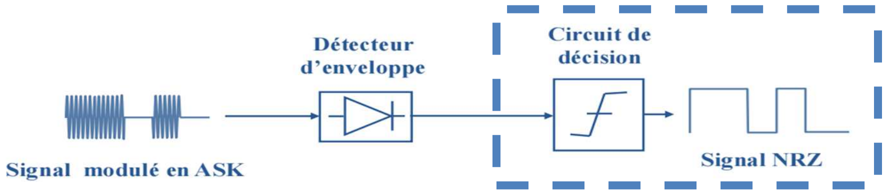
SNR >> → Points moins dispersés autour des X.

a_k et b_k → (-3,0) - (-1,0) - (1,0) - (3,0) → -3V: 00, -V: 01, V: 11, 3V : 10

Démodulation cohérente(synchrone) et démodulation non cohérente (asynchrone)







Utiliser une modulation M-PSK

Rappels

$$C = B * log\ 2(1 + (S/N)) \quad b/s \qquad D = Rlog_2(V)$$

$$S_a(f) = \sigma_a^2 + 2\sigma_a^2 \sum_{k=1} C_a(k) \cos(2\pi k f T_b) + \frac{\mu_a^2}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_b}\right) \quad S_e(f) = \frac{1}{\boldsymbol{T_b}} |H(f)|^2 S_a(f)$$

$$E_{bit} = \frac{E_{sym}}{log_2 M} = \frac{1}{M log_2 M} \sum_i E_{a_i} E_h \qquad g_r(t) = \frac{k\prime}{\sigma_B^2} h_m^*(t_0 - t) \qquad SNR_{t_0} = \frac{E_{h_m}}{\sigma_B^2}$$

$$S_{opt} = \frac{a_0 + a_1}{2} E_h - \frac{N_0}{2(a_1 - a_0)} ln \frac{p_1}{p_0} \qquad P_e = Q\left(\frac{(a_1 - a_0)E_h}{2\sigma_b}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{(a_1 - a_0)^2 E_h}{2N_0}}\right) \qquad \mathrm{Q}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$P_e \approx \frac{2(M-1)}{M log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{6 log_2 M. E_b}{(M^2 - 1) N_0}}\right)$$

$$T = \frac{1}{r(t_0)} \sum_n R(f - n/T)\, e^{2\pi j (f - n/T) t_0}$$

$$RC_a(f) = \begin{cases} T & \text{si} \quad |f| \le \frac{1-\alpha}{2T} \\ T cos^2\left(\frac{\pi}{4\alpha}(2|f|T - (1-\alpha))\right) & \text{si} \quad \frac{1-\alpha}{2T} \le |f| \le \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & ailleurs \end{cases} \rightarrow RC_\alpha(t) = \frac{sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T}} \frac{cos\left(\frac{\alpha \pi t}{T}\right)}{1 - \left(\frac{2\alpha t}{T}\right)^2}$$

$$SRRC_a(f) = \begin{cases} \sqrt{T} & \text{si} \quad |f| \le \frac{1-\alpha}{2T} \\ \sqrt{T} cos\left(\frac{\pi}{4\alpha}(2|f|T - (1-\alpha))\right) & \text{si} \quad \frac{1-\alpha}{2T} \le |f| \le \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$

$$\rightarrow SRRC_a(t) = \frac{sin\left(\pi \frac{t}{T}(1-\alpha)\right) + 4\alpha \frac{t}{T} cos\left(\pi \frac{t}{T}(1+\alpha)\right)}{\pi \frac{t}{T}\left[1 - \left(4\alpha \frac{t}{T}\right)^2\right]}$$

$$m(t) = \overbrace{\sum_k a_k h_e(t - kT)}^{\boldsymbol{i(t)}} A cos(2\pi f_p t) + \overbrace{\sum_k b_k h_e(t - kT)}^{\boldsymbol{q(t)}} A sin(2\pi f_p t)$$

$$\int_0^{T_s} cos(2\pi f_p t) sin(2\pi f_p t) = 0$$

$$BER_{M-ASK} \approx \frac{2(M-1)}{M log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{6 log_2 M. E_b}{(M^2 - 1) N_0}}\right) \qquad BER_{M-PSK} \approx \frac{2}{log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{2 log_2 M. E_b}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

$$BER_{M-QAM} \approx \frac{4}{log_2 M}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3 log_2 M. E_b}{(M-1)\, N_0}}\right)$$

$$BER_{M-FSK} = \frac{1}{2} exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right), BER_{M-FSK} \approx \frac{(M-1)}{2} Q\left(\sqrt{\frac{log_2 M. E_b}{2N_0}}\right)$$