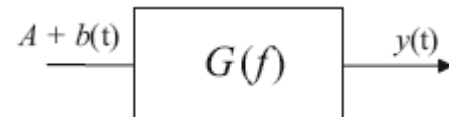


Exercice 1:

Soit $X(t) = A + b(t)$ un signal réel aléatoire, où A est une constante réelle et $b(t)$ est un bruit blanc de densité spectrale de puissance σ^2 , et soit un filtre

moyenleur de réponse impulsionnelle $g(t) = \frac{1}{T} \Pi(t - T/2)$



1. Exprimer l'autocorrélation statistique du signal d'entrée $R_{xx}(t, \tau)$
2. $X(t)$ est-il SSL ?
3. Déterminer la moyenne statistique de $y(t)$.
4. Montrer que $R_{yy}(\tau) = \frac{\sigma^2}{T} \Lambda_T(\tau) + A^2$ et en déduire σ_y et μ_y .
5. Prendre $A=2$ et tracer $X(t)$ et $Y(t)$.

Exercice 2:

Soit un signal aléatoire $y(n)$ SSL et ergodique dont l'autocorrélation temporelle est $\bar{R}_y(k) = \alpha^{|k|}$

1. Identifier le modèle linéaire adéquat (AR ou MA) pour $y(n)$.
2. En supposant que le système $h(n)$ est filtre purement récursif, donner le schéma du modèle en définissant l'entrée, le système, et la sortie.
3. Rappeler les hypothèses nécessaires liées à l'emploi de ce modèle.
4. On considère que le modèle est d'ordre 1, déterminer ses paramètres.

Exercice 3 :

Le but de cet exercice est de débruiter un signal de parole $z(n)$ corrompu par du bruit additif $b(n)$ indépendant du signal sonore et ce, par filtrage de Wiener. On suppose connues quelques valeurs d'autocorrélation pour les deux signaux telles que :

$$R_{zz}[0] = 1.5; R_{zz}[1] = 0.5; R_{zz}[2] = 0.25; R_{zz}[3] = 0.125; R_{zz}[4] = 0.0625$$

$$R_{bb}[0] = 1; R_{bb}[1] = 0.25; R_{bb}[2] = 0.0625; R_{bb}[3] = 0.015625$$

1. Pourquoi ne peut-on pas employer un filtre adapté ou un filtre moyenneur ?
2. Donner les équations de Wiener-Hopf permettant d'estimer $z(n)$.
3. Déterminer le filtre de Wiener d'ordre 2 permettant de retrouver le signal utile $\hat{z}(n)$.
4. Exprimer $H(z)$.

Exercice 4 :

Soient $(X_1, X_2, \dots, X_N)$, N variables aléatoires indépendantes suivant une loi de probabilité définie par :

$$p(x; \theta) = \frac{1}{(r-1)!} \frac{X^{r-1}}{\theta^r} e^{-x/\theta} \quad \text{avec} \quad \text{moy} = r\theta \quad \text{et} \quad \text{var} = r\theta^2$$

1. Dans quel cas utilise-t-on le maximum de vraisemblance ?
2. Déterminer $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance de θ .
3. Calculer le biais
4. Calculer la variance de $\hat{\theta}$.
5. Cet estimateur est-il consistant ?

Rappels

✓ Pour un modèle AR, Si $k=0$, $R_{yy}(0) = \sigma^2 \cdot 1 - \sum_{i=1}^N a_i R_{yy}(i)$ - Si $k \neq 0$, $R_{yy}(k) = -\sum_{i=1}^N a_i R_{yy}(k-i)$

✓ Pour un modèle MA :

✓ Equations de Wiener-Hopf

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yy}(1) & \dots & R_{yy}(N-1) \\ R_{yy}(1) & R_{yy}(0) & \dots & R_{yy}(N-2) \\ & & \dots & \\ R_{yy}(N-1) & R_{yy}(N-2) & \dots & R_{yy}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xy}(0) \\ R_{xy}(1) \\ \vdots \\ R_{xy}(N-1) \end{bmatrix}$$

Nom:..... Prénom:.....
