<u>Exercice 1</u>: Soit $x(t) = e^{-t/T}$ avec $0 \le t \le T$

On utilise ce signal pour déterminer la distance d'un objet. Sachant que le signal reçu y(t) par le recepteur est retardé et bruité par un bruit blanc de densité spectrale de puissance σ^2:

1. Tracer x(t).
2. Tracer approximativement y(t).
3. Déterminer l'expression générale de la réponse impulsionnelle du filtre *h(t)* (dont l'énergie vaut 1) permettant de maximiser le rapport signal sur bruit.
4. Tracer h(t) en fonction de T_0 puis z(t) la sortie du filtre.
5. Donner le rapport signal sur bruit après filtrage.

<u>Exercice 2:</u> Soit un filtre formeur dont l'équation aux différences est y(n)= 0.25 y(n-1) - 0.25 y(n-2) + x(n)

1. Identifier ce modèle linéaire AR ou MA (Justifier)
2. Déterminer la moyenne de y(n) et donner l'expression de $R_{yy}(k)$.
3. Calculer et tracer $R_{yy}(k)$ (Prendre $R_{xx}(0)=\sigma^2=1$).

<u>Exercice 3</u> : On considère un problème d'estimation d'un signal s(n) bruité et ayant subi un écho.

Le signal observé est $x(n) = s(n) + 0.5s(n-1) + b(n)$.

On suppose connue l'autocorrélation du signal utile et qu'elle a pour expression 0.5^k et l'on suppose que le signal utile est décorrélé du bruit dont l'autocorrélation est $R_{bb}(k)=0.25^k$.

1. Déterminer les moyennes statistiques de x*(n)* et *b(n)*
2. Donner les équations de Wiener-Hopf permettant d'estimer *s(n)*
3. Déterminer le filtre de Wiener d'ordre 2 permettant de retrouver le signal utile $\hat{s}(n)$.
4. Exprimer $\hat{s}(n)$ et commenter

<u>Exercice 4</u> : La distribution de Pareto est un type particulier de loi de puissance qui a des applications en sciences physiques et sociales. elle est définie par :

$$p(x/\alpha;\theta) = \theta\alpha^{\theta} x^{-\theta-1} \qquad x > \alpha \quad \text{avec} \qquad \mu_x = \frac{\alpha\theta}{\theta-1} \qquad \sigma_x^2 = \frac{\theta\alpha^2}{(\theta-1)^2(\theta-2)}$$

1. On suppose α connue, déterminer alors $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance de θ
2. Dans quelle situation utilise-t-on l'estimateur MAP?

<u>Exercice 5</u> : Reprendre la démonstration permettent d'aboutir aux équations de Wiener-Hopf

Rappels

- ✓ Pour un modèle AR, si k=0, $R_{yy}(0) = \sigma^2.1 - \sum_{i=1}^{N} a_i R_{yy}(i)$ - Si k≠0, $R_{yy}(k) = -\sum_{i=1}^{N} a_i R_{yy}(k-i)$
- ✓ Pour un modèle MA : $R_{yy}(k) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{M-k} b_{j+k}.b_j$
- ✓ Equations de Wiener-Hopf

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yy}(1) & \ldots\ldots & R_{yy}(N-1) \\ R_{yy}(1) & R_{yy}(0) & \ldots\ldots & R_{yy}(N-2) \\ & & \ldots\ldots & \\ R_{yy}(N-1) & R_{yy}(N-2) & \ldots\ldots & R_{yy}(0) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ . \\ b_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xy}(0) \\ R_{xy}(-1) \\ . \\ R_{xy}(1-N) \end{bmatrix}$$