Contrôle Continu 1

Exercice 1

1. Expliquez brièvement ce que chaque équation de Maxwell signifie ?
2. Quelle équation montre qu'il n'y a pas de monopole magnétique ?
3. Pourquoi dit-on qu'une électromagnétique s'auto-entretient ?
4. Déterminez le type de polarisation pour les composantes :
   - $E_x = 2\cos(\omega t)\,, E_y = 2\sin(\omega t)$
   - $E_x = 2\cos(\omega t)\,, E_y = 3\sin(\omega t - \pi/2)$
   - $E_x = 2\cos(\omega t)\,, E_y = 2\cos(\omega t + \pi/2)$
5. Calculez l'affaiblissement en espace libre pour une liaison à 10 GHz sur une distance de 4 km.
6. Dans un environnement urbain, un signal radio emprunte deux chemins : un direct de 2 km et un réfléchi de 2.2 km. Calculez le délai entre les deux signaux.

Solution.

- $\nabla\cdot E = \rho/\varepsilon_0$: champ électrique est lié aux charges. 0.5
- $\nabla\cdot B = 0$: pas de monopôles magnétiques. 0.5
- $\nabla\times E = -\partial B/\partial t$: variation du champ magnétique B crée E (induction). 0.5
- $\nabla\times B = \mu_0 J + \mu_0\varepsilon_0\partial E/\partial t$: variation du champ électrique E ou courant crée B. 0.5

2. → $\nabla\cdot B = 0$ montre qu'il n'existe pas de charge magnétique isolée (ni début ni fin). 0.5

3. La variation temporelle de E crée B et inversement ; l'un alimente l'autre → propagation sans support matériel. 1.5

4. $E_x = 2\cos(\omega t), E_y = 2\sin(\omega t)$→ circulaire. 0.5

- $E_x = 2\cos(\omega t), E_y = 3\sin(\omega t - \pi/2)$→ linéaire. 0.5
- $E_x = 2\cos(\omega t), E_y = 2\cos(\omega t + \pi/2)$→ circulaire. 0.5

5. $FSPL = 20\log_{10}(d) + 20\log_{10}(f) + 32{,}44$ → $\text{FSPL} = 32{,}44 + 80 + 12{,}04 = 124{,}48$ dB 1

6. $\Delta\tau = \frac{d_{long} - d_{court}}{c} = \frac{2200-200}{3\times10^8}$ $=200/3\times10^8 = 0{,}67$ µs. 1

Exercice 2

1. Une antenne a une impédance de rayonnement de 50 Ω et est alimentée par un courant max (crête) de 1 A. Calculez la puissance rayonnée.
2. Une onde électromagnétique avec un champ électrique de 3 mV/m arrive sur un dipôle de longueur effective 0,5 m. Quelle tension est induite aux bornes de l'antenne ?
3. Une parabole de 3 m de diamètre fonctionne à 10 GHz avec un rendement 80%. Calculez le gain.
4. On dispose d'une antenne d'impédance 75 Ω et d'un câble coaxial de 50 Ω à 500 MHz.
   - Calculez le coefficient de réflexion et le TOS. Est-il acceptable ?
   - Que doit-on utiliser pour faire l'adaptation?
   - Calculez l'impédance caractéristique nécessaire de la ligne quart d'onde.
   - Calculez sa longueur physique si son facteur de vélocité est 0.9.
5. On souhaite concevoir un système de communication sans fil. Pour chaque cas suivant, choisir le type d'antenne le plus adapté, justifier le choix en fonction de la fréquence, directivité, gain, encombrement et application.
   - Balise GPS embarquée sur un drone.
   - Communication point à point sur 10 km en bande 5 GHz.
   - Récepteur radio AM d'un véhicule.
   - Transmission Wi-Fi dans une maison.

1. $P = \frac{1}{2} R_r I_{max}^2 = 0{,}5 \times 50 \times 1^2 = 25W.$ 1

2. $V = E \cdot l_{eff} = 3 \times 10^{-3} \cdot 0{,}5 = 1{,}5mV.$ 0.5

3. $G = \eta(\pi D/\lambda)^2.$ 1

λ = 0,03 m, D = 3 m, η = 0,8 → $G = 0{,}8(\pi \cdot 3/0{,}03)^2 = 7{,}9 \times 10^4 \rightarrow 49dBi.$

4. $Z_0 = \sqrt{75 \cdot 50} = 61{,}2\Omega.$ 0.5

$\lambda_{câble} = v_p \times \frac{c}{f} = \lambda\, v_f = \frac{3\times10^8}{5\times10^8} \times 0{,}9 = 0{,}54\,m \rightarrow l = \frac{\lambda}{4} = 13{,}5\,cm.$ 1.5

$$|\Gamma| = \frac{|Z_L - Z_0|}{|Z_L + Z_0|} = \frac{25}{125} = 0{,}2.$$ 0.5

$$TOS = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5.$$ 0.5

5.

- Balise GPS sur drone : antenne patch ou hélice (compacte, omnidirectionnelle). 0.5
- Liaison point à point 10 km/5 GHz : parabole (fort gain, directivité). 0.5
- Radio AM voiture : antenne fouet verticale (monopôle). 0.5
- Wi-Fi domestique : fouet (gain moyen, 2,4–5 GHz, omnidirectionnelle). 0.5

Rappels formules

Maxwell-Gauss	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
Maxwell-Thomson	$\oiint_\Sigma \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$	$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$
Maxwell-Faraday	$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Maxwell-Ampère	$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{\jmath} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{\jmath} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$c = \lambda . f = 3.10^8$ $H = \frac{E}{\eta_0} = \frac{E}{377}$ $E = E_0 \cos(\omega t - kx + \phi),$ $E_0 = cB_0$

$L_p(dB) = -20log_{10}(\cos\theta)$ $FSPL = 20\log_{10}(d) + 20\log_{10}(f) + 32{,}44$ $\Delta\tau = \frac{d_{long} - d_{court}}{c}$

$P = {I_{eff}}^2 R_r$ $V = E \times l_{effective}$ $D = \frac{4\pi}{\Omega_A}$ $G = \eta \times D$ $\eta = \frac{P_{rayonnée}}{P_{fournie}}$ $G = \eta(\frac{\pi.d}{\lambda})^2$

$SWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$ $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ $\lambda_{câble} = v_p \times \lambda_0 = v_p \times \frac{c}{f}$ $Z_{0,adap} = \sqrt{Z_{0,ligne} \cdot Z_L}.$

$P_r = P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2$