Exercice 1 (6pts)

Soient (x_1,x_2,……x_N), N variables aléatoires positives indépendantes suivant la loi de Poisson de paramètre λ

1. Déterminer les statistiques d'ordre 1 de x. 0.5 0.5
2. Comparer les 3 estimateurs suivants de λ.

$$\widehat{\lambda_1} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \qquad \widehat{\lambda_2} = \frac{x_1}{4} + \frac{x_2 + \dots\dots + x_{N-1}}{2(n-2)} + \frac{x_N}{4} \qquad \widehat{\lambda_3} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

1.5 2 1.5

Exercice 2 (5pts)

On modélise un signal y(n) comme suit $y(n) = \alpha\, y(n-1) + \beta\, y(n-2) + x(n)$ où $x(n)$ est un bruit blanc de variance σ_b^2. On suppose que $R_{yy}(1) = -\frac{1}{3}R_{yy}(0)$ et $R_{yy}(2) = \frac{1}{3}R_{yy}(0)$

1. Identifier le modèle employé AR ou MA (Justifier) 0.5
2. Identifier l'ordre du modèle. 0.5
3. Déterminer α, β et σ_b^2. Eq 1 1 1 1

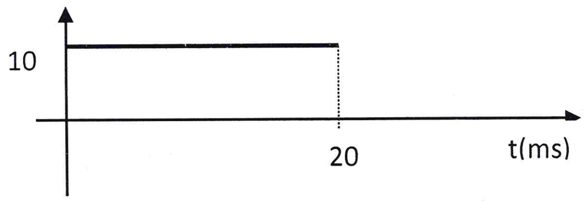
Exercice 3 (4pts)

Soit le signal x(t) donné ci-contre

et soit y(t)=x(t-50)+b(t) tel que Rb(τ)=δ(τ)

On cherche le filtre h(t) à appliquer à y(t) pour maximiser le SNR

1. Tracer y(t) 1
2. Déterminer et tracer h(t) causal dont l'intégrale vaut 1 1
3. Tracer le signal filtré. 1
4. Calculer le SNR après filtrage. 1



Exercice 4 (5pts)

Soit un SLIT tel que x(t) est un signal aléatoire SSL

$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$

Démontrer les expressions suivantes :

- $R_{xy}(\tau) = R_x(\tau) * h^*(-\tau)$ et en déduire que $S_{xy}(f) = S_x(f)H^*(f)$ 0.5

1.5

- $R_{yx}(\tau) = R_x(\tau) * h(\tau)$ et en déduire que $S_{yx}(f) = H(f)S_x(f)$ 0.5

1 . 1.5

- $E\{y(t)^2\} = \int |H(f)|^2 S_x(f)df$

1

✓ Pour un modèle AR, si k=0, $R_{yy}(0) = \sigma^2.1 - \sum_{i=1}^{N} a_i R_{yy}(i)$ - Si k≠0, $R_{yy}(k) = -\sum_{i=1}^{N} a_i R_{yy}(k-i)$

✓ Pour un modèle MA : $R_{yy}(k) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{M-k} b_{j+k}.b_j$

$\int_0^{0.02} k \qquad \frac{1}{0.02} = 50$