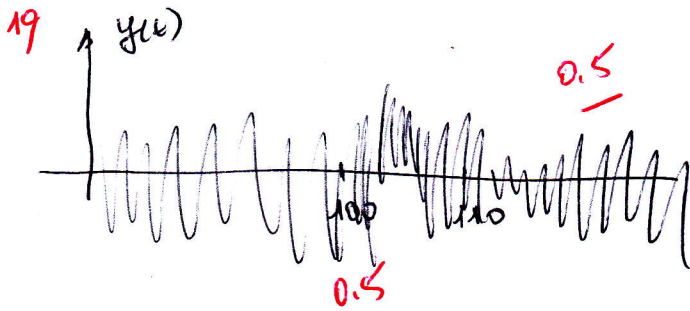
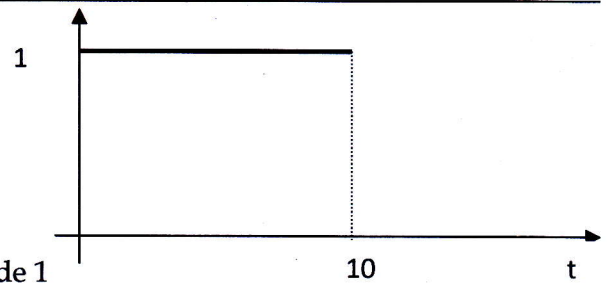
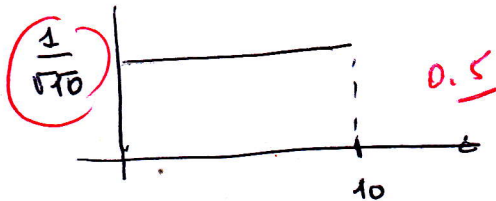


Exercice 2

/ 7.5

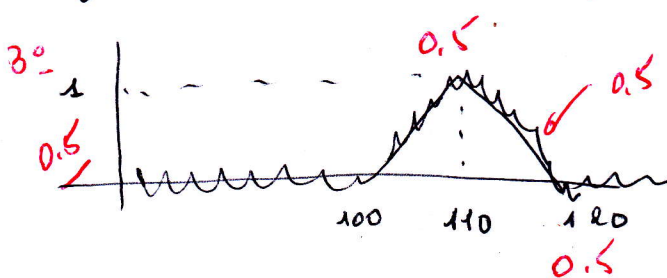
Soit le signal $x(t)$ donné ci-contreet soit $y(t) = x(t-100) + b(t)$ tel que $R_b(\tau) = 9 \delta(\tau)$ On cherche le filtre $h(t)$ à appliquer à $y(t)$ pour maximiser le SNR

1. Tracer $y(t)$
2. Déterminer et tracer $h(t)$ causal possédant une énergie de 1
3. Tracer le signal filtré.
4. Calculer le SNR après filtrage.
5. Quelle est la différence entre filtrage optimal et adapté.
6. Expliquer pourquoi parle-t-on de filtrage optimal et pourquoi utilise-t-on le mot adapté.

2° $h(t)$ 

$$\int_0^{10} (a x(t))^2 dt = 1$$

$$\int_0^{10} a^2 dt = 1 \Rightarrow a = 1/\sqrt{10}$$



$$4^{\circ} \text{ SNR} = \frac{E_x}{\sigma_b^2} = \frac{\int x(t)^2 dt}{9} = \frac{10}{9}$$

5° le filtrage adapté est un filtrage optimal avec comme hypothèse que le bruit est blanc 1

6° Il repose sur le fait que l'on prend le maximum de l'erreur (il n'y a pas mieux) 0.5
 $\Rightarrow$ optimal

le filtre s'adapte en fait au signal utile donc qd $x(t)$ change, $h(t)$ change, il s'adapte 0.5

Quelques formules

$$\text{-Si } k=0, R_{yy}(0) = R_{xx}(0) \cdot h(0) - \sum_{i=1}^N a_i R_{yy}(-i) = \sigma^2 \cdot 1 - \sum_{i=1}^N a_i R_{yy}(i)$$

$$H(f)_{\text{optimal}} = k X^*(f) e^{-2\pi j f T_0} / S_b(f)$$

$$\text{-Si } k \neq 0, R_{yy}(k) = 0 - \sum_{i=1}^N a_i R_{yy}(k-i) = - \sum_{i=1}^N a_i R_{yy}(k-i)$$

$$R_{yy}(k) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{M-k} b_{j+k} \cdot b_j \quad \text{SNR}(T_0)_{\text{max}} = \int \frac{|X(f)|^2}{S_b(f)} df$$

Exercice 1 / 7.5

Soit $b(n) = 0.5 a(n) - 0.5 a(n-2)$ où $a(n)$ est un bruit blanc Gaussien de variance 9.

1. Déterminer la moyenne et la Densité spectrale de puissance du signal $a(n)$
2. Déterminer les statistiques d'ordre 1 et 2 du signal $b(n)$.
3. $b(n)$ est-il SSL ? Ce résultat est-il prévisible ?
4. Si $b(n)$ est SSL, tracer $R_b(k)$.
5. Déterminer la densité de probabilité de $b(n)$.
6. Pour un tracé de $a(n)$ donné, tracer $b(n)$.

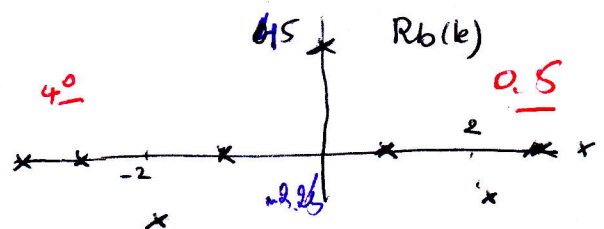
1° $a(n)$ bb $\Rightarrow R_a(k) = \sigma_a^2 \delta(k) = 9 \delta(k) \Rightarrow \mu_a = 0 \quad \sigma_a^2 = 9$

2° $\mu_b(n) = E\{0.5 a(n) - 0.5 a(n-2)\} = 0.5 \mu_a - 0.5 \mu_a = 0$

$\sigma_b^2(n) = E\{b^2(n)\} - \mu_b^2(n) = E\{0.25 a^2(n) + 0.25 a^2(n-2) - 0.5 a(n) a(n-2)\}$
 $= 0.5 E\{a^2(n)\} - 0.5 R_a(2) = 4.5$

3° $b(n)$ et $a(n)$ sont liés par une équation linéaire aux coeff constants $\Rightarrow$ SLIT $\Rightarrow$ Sachant que $a(n)$ bb $\Rightarrow$ SSL
 $\Rightarrow b(n)$ est SSL

$R_b(k) = E\{b(n) b(n-k)\} = E\{[0.5 a(n) - 0.5 a(n-2)][0.5 a(n-k) - 0.5 a(n-k-2)]\}$
 $= 0.25 R_a(k) + 0.25 R_a(k) - 0.25 R_a(k+2) - 0.25 R_a(k-2)$
 $= f_{et}(k) \Rightarrow \begin{cases} \mu_b = 0 \\ R_b(k) = f_{et}(k) \end{cases} \Rightarrow \text{SSL}$



5° $b(n)$ combinaison linéaire de Gaussienne donc probabilité Gaussienne

$p(b(n)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 4.5} e^{-\frac{b(n)^2}{9}}$

