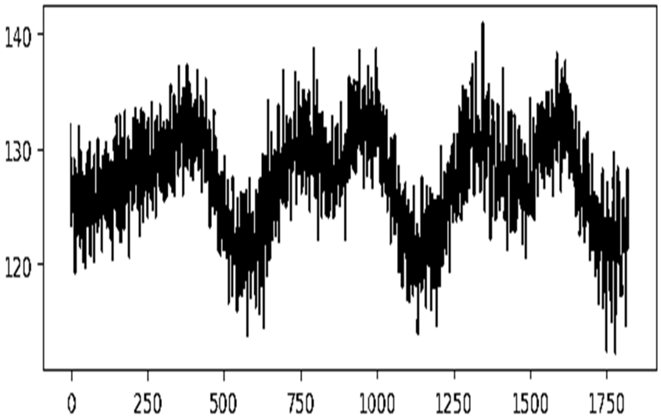
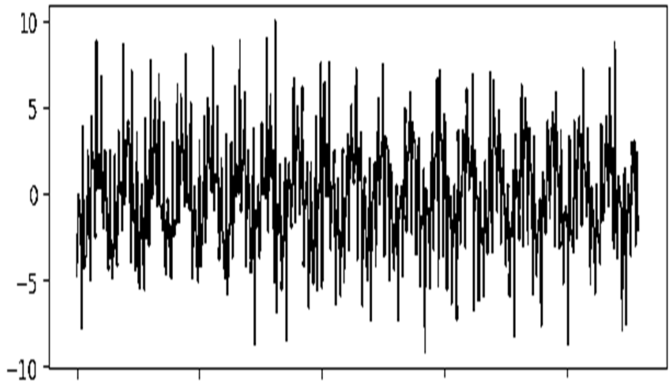
Exercice 1 6.5 pts

Ci-dessous est donnée la représentation temporelle d'une partie d'un signal utile bruité et échantillonnée à une fréquence de 20kHz.

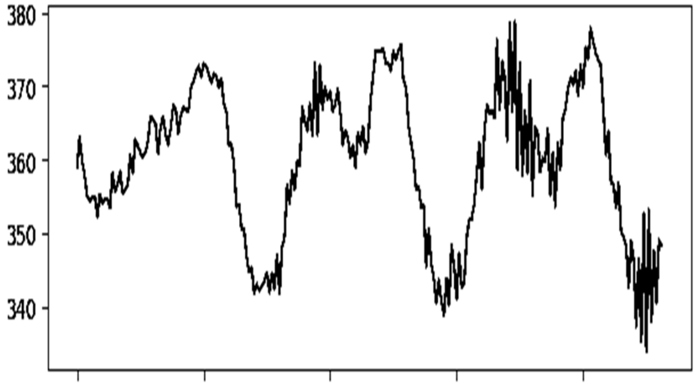


La décomposition en ondelettes dyadiques au niveau N de ce signal a donné les représentations temporelles suivantes:

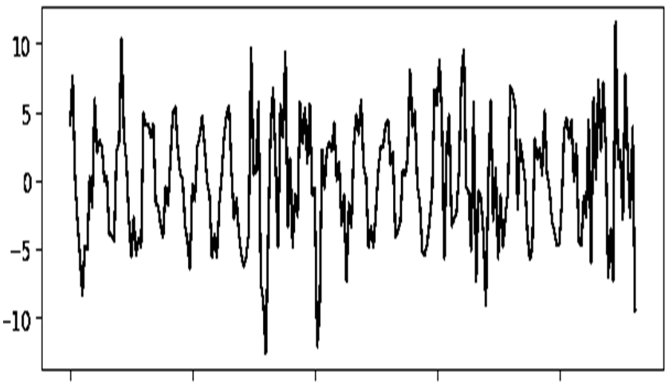
1. Identifier la décomposition (Détail ou approximation) en précisant le niveau et la fréquence d'échantillonnage.



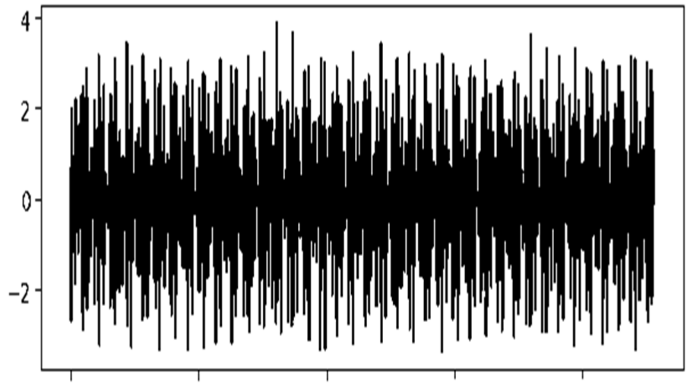
Déc et Niv : …d2……… *fe*= ………5kHz……0.5 pt…….



Déc et Niv: ……a3……… *fe*= ……2,5kHz……0.5 pt.



Déc et Niv : ……d3……… *fe*= ………2,5kHz……0.5 pt .

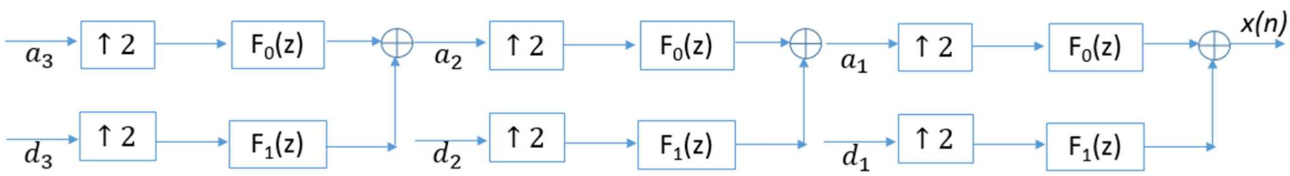


Déc et Niv: ……d1……… *fe*= ………10kHz…0.5 pt.

2. Classer ces décompositions par ordre croissant d'énergie

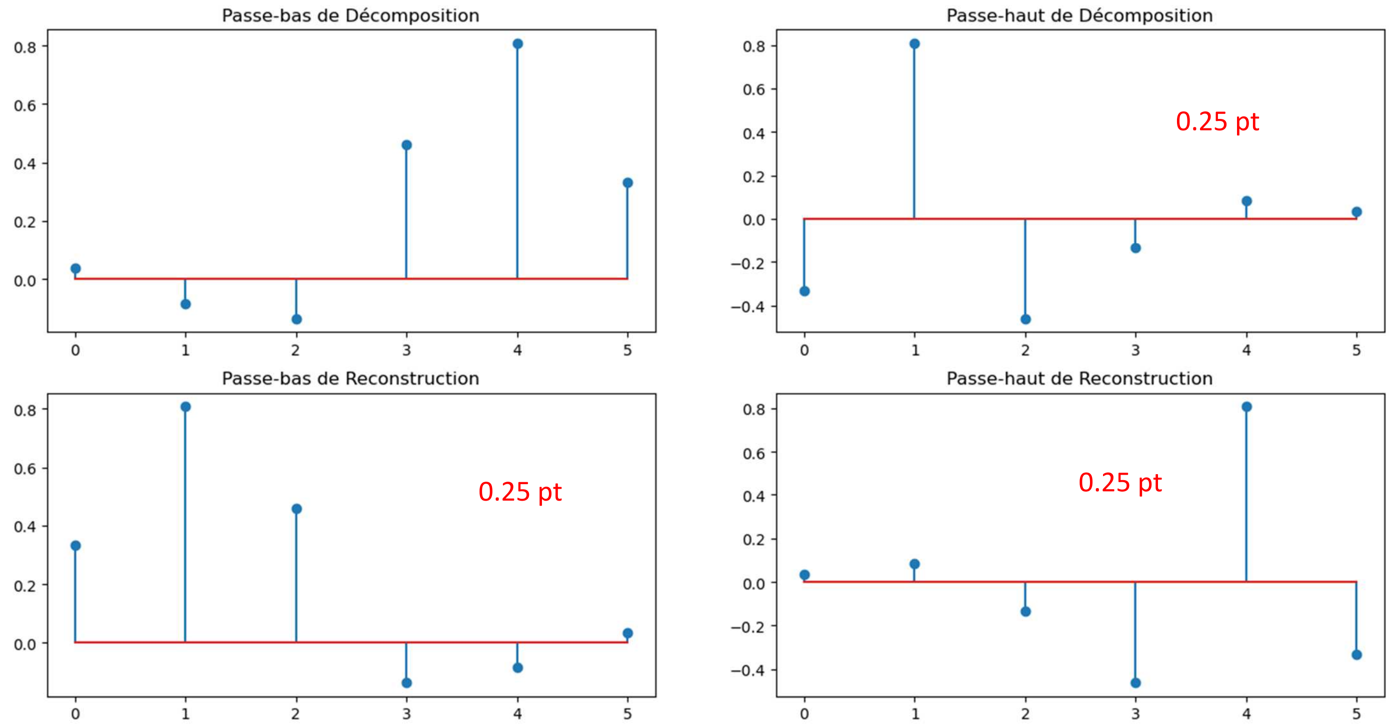
………d1………..<…………d2…………..<…………d3………………<…………a3……………..1 pt

3. Donner le schéma de Reconstruction



0.5 pt

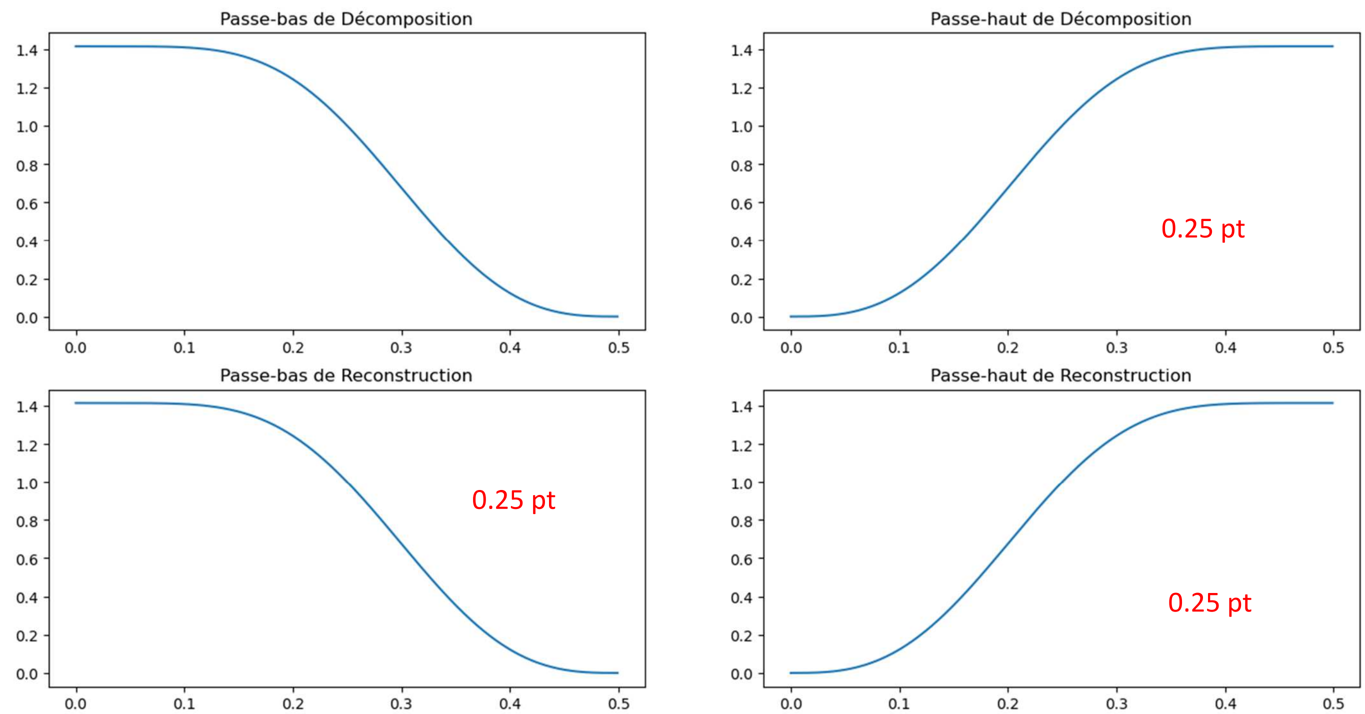
4. Le filtre passe-bas de décomposition employé est celui de Daubéchies3 dont le tracé est donné ci-dessous, donner le tracé des 3 autres filtres :



5. Cette ondelette est-elle à retard de groupe constant (Justifier)

Non, le filtre RIF n'est pas symétrique …1 pt

6. Le module de la TFD du filtre passe-bas de décomposition est donné ci-dessous. Tracer celles des 3 autres filtres.



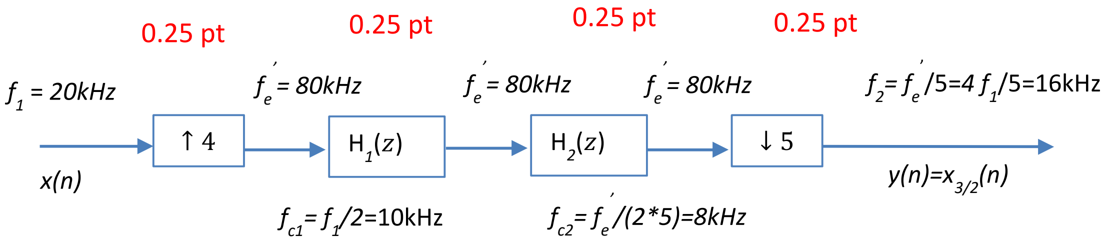
7. Proposer un moyen de compresser le signal original

Ne garder que la dernière approximation a3 et lors de la reconstruction considérer les détails à 0 …0.5 pt

Exercice 2 5.5 pts

Un signal numérique a été échantillonné à une fréquence de 20 kHz. Suite à différents traitements, on veut modifier sa fréquence d'échantillonnage à 16kHz.

1. Donner le schéma (la chaine de traitement) correspondant à cette opération



2. Donner la fréquence d'échantillonnage à la sortie de chaque bloc.

Chaque fréquence …0.25 pt→ total 1 pt

3. Donner la nature des filtres employés ainsi que les fréquences de coupure et commenter.

Filtres passe-bas …0.5 pt….. $f_{c1} = f_1/2 = 10kHz$ …0.25 pt….. $f_{c2} = f'_e/(2*5) = 8kHz$ …0.25 pt….

Commentaire : Les deux filtres sont des passe-bas en cascade, on peut garder celui dont la fréquence de coupure est la plus basse …0.5 pt…..

4. Expliquer le rôle des filtres employés.

$H_1(z)$ Supprimer les spectres miroirs …0.5 pt…..

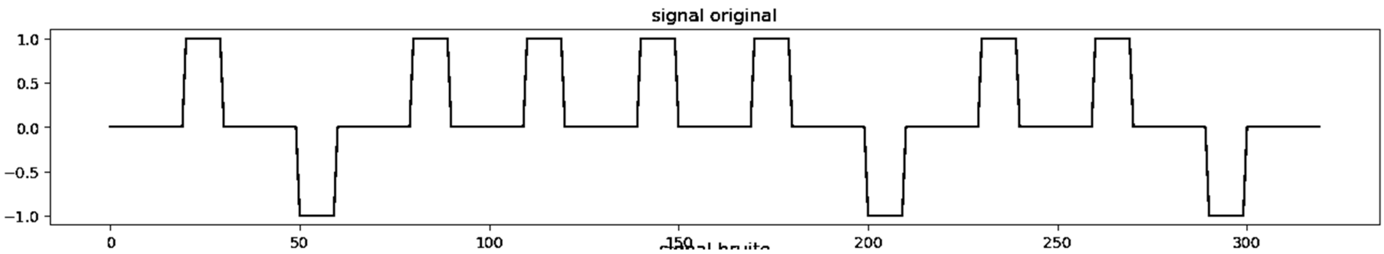
$H_2(z)$ Eviter le Repliement spectral …0.5 pt…..

5. Quel filtre est le plus adéquat : RIF ou RII (Justifier)

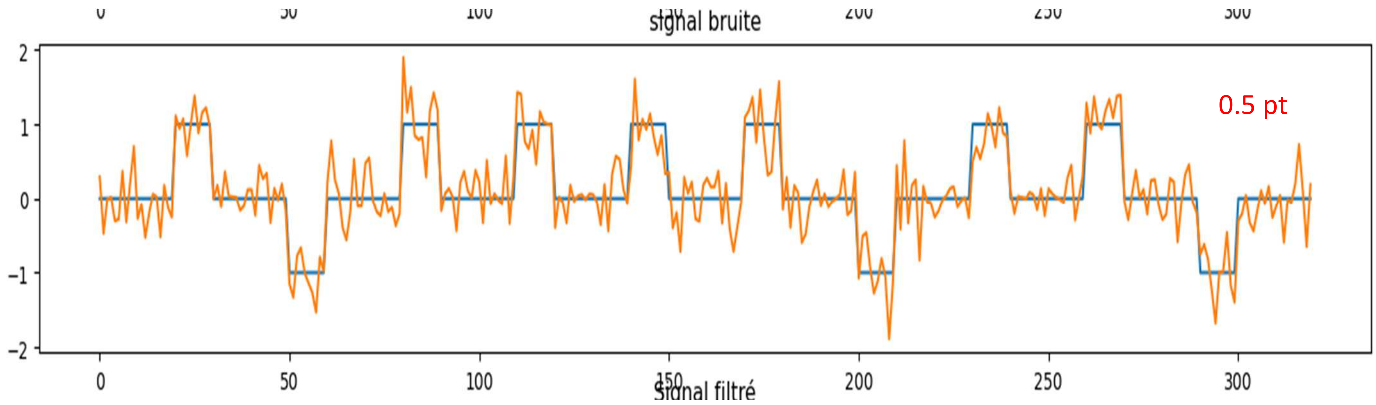
RII rapide Zone de transition étroite pour N petit + Pas d'ondulations dans la bande atténuée …1 pt.

Exercice 3 4.5 pts

Le signal ci-dessous composé d'une suite aléatoire de symboles 1 et -1 d'une durée de 10s a été envoyé à travers un support de transmission. A la réception, on note qu'il a été affecté d'un bruit blanc additif Gaussien de variance 0.09



1. Superposer le tracé du signal reçu au signal original.



0.5 pt

2. On veut atténuer ce bruit. Donner l'expression du filtre optimal dont la moyenne temporelle vaut 1. Tracer le.

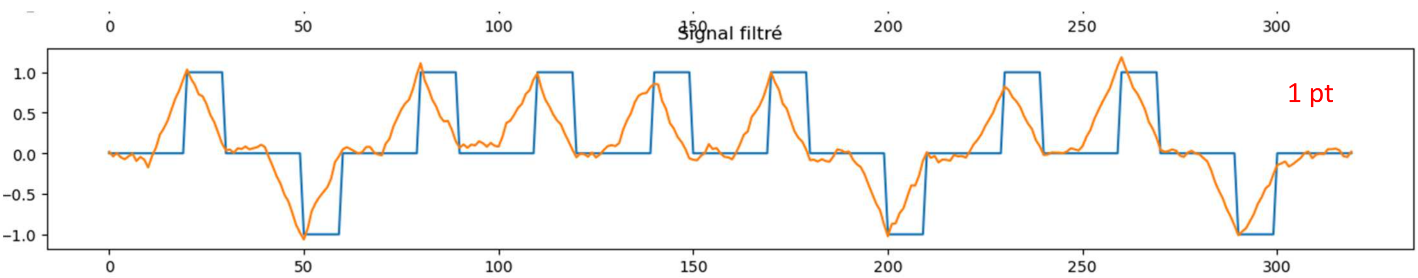
$h(t) = \frac{1}{10}\prod_{10}(t-5)$...1.25pt

0.25 pt

3. Déterminer le rapport signal sur bruit pour un symbole donné

$SNR_{T_0} = \frac{E_x}{\sigma_b^2} = \frac{10}{0.09} = 111{,}11$...0.5 pt

4. Superposer le tracé du signal filtré au signal original.



1 pt

5. Proposer un moyen de retrouver les symboles envoyés à partir du signal filtré

Détection des pics : Seuillage ...1 pt

Exercice 4 3.5 pts

L'enregistrement d'un signal audio $y(n)$ s'est accompagné d'un écho tel que $x(n) = y(n) - 0.5\, y(n-2)$

La fonction de corrélation temporelle de $y(n)$ est donnée par $\overline{R_y(k)} = 0.5^{|k|}$

1. Rappeler les conditions d'utilisation du filtre de Wiener

Signal utile et bruit SSL …0.5 pt

2. Quelle condition devait vous rajouter?

Signal $y(n)$ ergodique …0.5 pt

3. On veut restaurer le signal $y(n)$, **d**éterminer le filtre de dé-convolution d'optimal d'ordre 1 (b_0 et b_1) permettant d'estimer $\hat{y}(n)$

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{yx}(0) \\ R_{yx}(1) \end{bmatrix}$$ 0.5 pt

$$\left.\begin{aligned} R_{xx}(k) &= 1.25\, R_{yy}(k) - 0.5\, R_{yy}(k+2) - 0.5\, R_{yy}(k-2) \\ R_{yx}(k) &= R_{yy}(k) - 0.5\, R_{yy}(k+2) \end{aligned}\right\}$$ 1 pt

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.3125 \\ 0.3125 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.875 \\ 0.4375 \end{bmatrix}$$ 0.5 pt

$\boldsymbol{b_0}$**=0.818** $\boldsymbol{b_1}$**=0.182** 0.5 pt

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : LΔf	Lobe prin -Lobe sec (db	Largeur Bande Trans : $2\Delta f/fe$	Atténuation en bande atténuée : Aa(db)
$w_{Rect}(n)=\prod_N(n)=1 \quad pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}$	$2f_e/N$	-13	1.8/N	21
$w_{Han}(n)=\left(0.5+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 31	6.2/N	44
$w_{Ham}(n)=\left(0.54+0.46\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 41	6.6/N	53
$w_{Black}(n)=\left(0.42+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})+0.08\cos(\frac{4\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$6f_e/N$	- 57	11/N	74

Passe-bas $h(n)=f_c\,\mathrm{sinc}(\pi n f_c)$ pour $-(N-1)/2\le n \le(N-1)/2$

Passe-bas	$p = p/\omega_A$
Passe-haut	$p=\omega_A/p$

Passe-bande	$p=\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)$	Avec : *Pulsation centrale* $\omega_A=\sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}}$ *Largeur de Bande* $B=(\omega_{A2}-\omega_{A1})$
Coupe-bande	$p=\left[\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)\right]^{-1}$	

$$\omega_A=\frac{2}{T_e}tg\left(\frac{\omega_N T_e}{2}\right) \qquad p=\frac{2}{T_e}\frac{z-1}{z+1}$$

$$TF\{\delta(t-t_0)\}=e^{-2\pi jft_0} \quad TF\{A\prod_\theta(t)\}=A\theta\sin c(f\theta) \quad TF\{A\Lambda_\theta(t)\}=A\theta\sin c^2(f\theta)$$

$$TF\{e^{-at}U(t)\}=\frac{a}{a+2\pi jf} \qquad TF\{e^{-a|t|}\}=\frac{2a}{a^2+4\pi^2f^2}$$

$$\mu_y(t)=\mu_x H(f=0) \quad S_y(f)=|H(f)|^2S_x(f) \quad H(f)=k/\sigma_b^2X^*(f)e^{-2\pi jfT0} \quad SNR(T_0)_{\max}=\frac{E_x}{\sigma_b^2}$$

$$R_{yx}(j)=\sum_{i=0}^{N-1}b_iR_{xx}(j-i)$$

- Si k=0, $R_{yy}(0)=R_{xx}(0).h(0)-\sum_{i=1}^{N}a_iR_{yy}(-i)=\sigma^2.1-\sum_{i=1}^{N}a_iR_{yy}(i)$ $\qquad R_{yy}(k)=\sigma^2\sum_{j=0}^{M-k}b_{j+k}.b_j$

- Pour k=1 à N, $R_{yy}(k)=0-\sum_{i=1}^{N}a_iR_{yy}(k-i)=-\sum_{i=1}^{N}a_iR_{yy}(k-i)$

$$TFCT(t,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)h^*(\tau-t)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \qquad WV_x(t,f)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)e^{-2\pi jf\tau}d\tau$$

$$WT_{x,\psi}(a,b)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\psi_{a,b}^*(t)\ dt=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)^*\ dt$$

$h_1(n) = -(-1)^n h_0(L-1-n)$ $\qquad f_0(n)=h_0(L-1-n)$ $\qquad f_1(n)=(-1)^n h_0(n)$

$|H_0(f)|^2+|H_0(f\pm f_e/2)|^2=2$ $\qquad |H_1(f)|^2+|H_1(f\pm f_e/2)|^2=2$

$|H_0(f)|^2+|H_1(f)|^2=2$ $\qquad H_0(f)H_1^*(f)+H_0(f\pm f_e/2)H_1^*(f\pm f_e/2)=0$

$a_{j+1}[n]=\sum_k h_0[2n-k]a_j[k]$ $\qquad d_{j+1}[n]=\sum_k h_1[2n-k]a_j[k]$

$$a_j[n]=\sum_k\{f_0[n-2k]a_{j+1}[k]+f_1[n-2k]d_{j+1}[k]\}$$