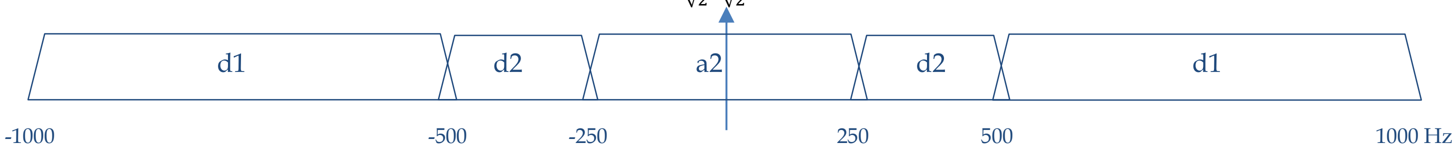
Exercice 1 **/ 6 pts**

Afin de supprimer le bruit affectant un signal numérique ($f_e = 2kHz$), on l'a décomposé à un niveau N par l'ondelette dyadique de Haar dont la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas est $h_0 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ suivant le schéma fréquentiel donné ci-dessous :



1. Identifier le niveau de décomposition N=2
2. Compléter la répartition fréquentielle par les intervalles d'approximation et de détail en donnant les fréquences sur l'axe des abscisses.
3. On reconstruit le signal en ne considérant que l'approximation. Donner le signal reconstruit si l'on ne considère que les 8 premières valeurs dont la décomposition a donné : $[8, 4, -3, 2, \sqrt{2}, 0, -\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ [4, 4, 4, 4, 2, 2, 2, 2]
4. Calculer l'énergie du signal reconstruit et décomposé. Commenter avec explication. $E_d = 99 > E_r = 80$
   Les éléments de détail sont ignorés → Energie non conservée (9+4+2+3+2 =19)

Exercice 2 **/ 4 pts**

On modélise une série temporelle discrète $x(n)$ par un modèle autorégressif (AR) d'ordre 2.
Quelques valeurs de son autocorrélation temporelle sont données ci-dessous:
$\bar{R}_{xx}(0) = 2$; $\bar{R}_{xx}(\pm 1) = 1$; $\bar{R}_{xx}(\pm 2) = 0.25$; $\bar{R}_{xx}(\pm 3) = 0.125$; $\bar{R}_{xx}(\pm 4) = 0.0625$

1. Caculer les paramètres du modèle
   a_1=-0.58 **a_2**=0.17 **σ^2**=1.458
2. Si l'on considère que la série temporelle à une longueur de 100, calculer le gain en temps de transmission si l'on ne transmet que les paramères du modèle. 100/3=33,44
3. A la réception, on veut reconstruire la série temporelle, comment procède-t-on ?
   Génération d'un bruit blanc de variance 1.458 puis filtagre par un filtre $H(z) = \frac{1}{1-0.58z^{-1}+0.17z^{-2}}$

Exercice 3 **/ 5 pts**

A transmission d'une série temporelle discrète x(n) dont l'autocorrélation temporelle est $\bar{R}_x(k) = 0.5^{|k|} + 1$; elle a été affecté d'un bruit additif b(n) indépendant du signal dont l'autocorrélation temporelle est $\bar{R}_b(k) = 0.25^{|k|} + 0.25$

1. Quelle est la nature des autocorrélations impliquées dans le filtrage de Wiener ? (statistiques ou temporelles)
2. Que fait-on lorsque l'on ne dispose que d'une seule réalisation comme ici ?
   Faire l'hypothèse que le processus est ergodique pour remplacer l'autocorrélations statistique par l'autocorrélation temporelle
3. Déterminer le filtre de Wiener d'ordre 1 permettant de débruiter le signal.

Bruit additif → $y(n) = x(n) + b(n)$ → $\begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yy}(1) \\ R_{yy}(1) & R_{yy}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xy}(0) \\ R_{xy}(1) \end{bmatrix}$

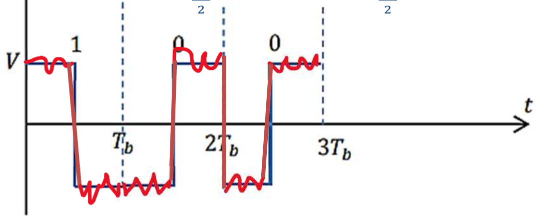
$R_{yy}(k) = R_{xx}(k) + R_{bb}(k) + 2\mu_x\mu_b$ $R_{xy}(k) = R_{xx}(k) + \mu_x\mu_b$ → **b_0=0.51 et** **b_1=0.11**

4. Donner l'équation aux différences permettant d'exprimer $\hat{x}(n) = 0.51\, y(n) + 0.11\, y(n-1)$.
5. Dans le cas où la série temporelle n'est plus stationnaire, proposer une solution en l'expliquant.
   Considérer des intervalles SSL et déterminer le filtre → Adaptatif

Exercice 4 **/ 5 pts**

Lors d'une transmission en bande de base, on utilise le codage en ligne de Manchester

1. Donner l'expression de la forme d'onde et exprimer le signal émis ***e(t)*** pour chaque symbole.
   $f(t) = V\Pi_{\frac{T_b}{2}}(t - T_b/2) - V\Pi_{\frac{T_b}{2}}(t - 3T_b/2)$ → $e_1(t) = f(t)$ *et* $e_0(t) = -f(t)$



On suppose que le signal reçu est affecté d'un bruit additif blanc Gaussien de puissance 0.09V que l'on veut filtrer par un filtre optimal.

2. Superposer le tracé du signal reçu au tracé du signal émis.
3. Déterminer le filtre optimal *h(t)* causal tel que $\int |h(t)| dt = 1$ et tracer le. $h(t) = -\frac{1}{T_b}\Pi_{\frac{T_b}{2}}\left(t - \frac{T_b}{2}\right) + \frac{1}{T_b}\Pi_{\frac{T_b}{2}}(t - 3T_b/2)$
4. Calculer le SNR. $SNR = V\, T_b/0.09$
5. Expliquer pourquoi on peut remplacer le filtrage par une corrélation.
   La convolution implique d'inverser (Retournement temporel) le filtre $h(t)$ qui est déjà l'inverse de $e(t)$ donc cela revient à calculer une corrélation entre le signal bruité et $e(t)$ $x(t) * h(t) = \int x(\tau)h(t-\tau)d\tau$ et $R_{xh}(t) = \int x(\tau)h^*(\tau - t)d\tau$