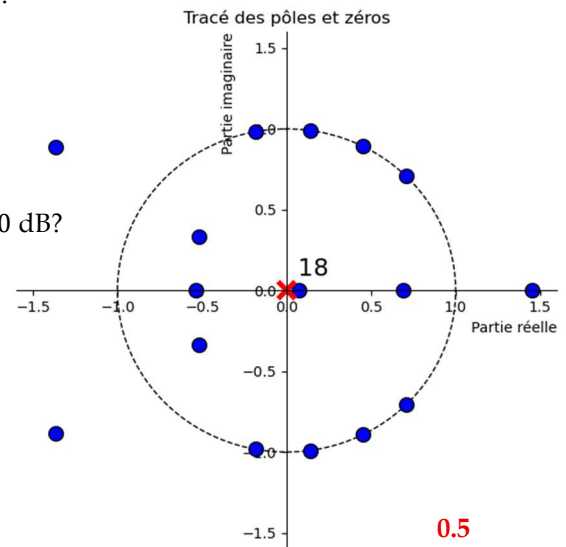


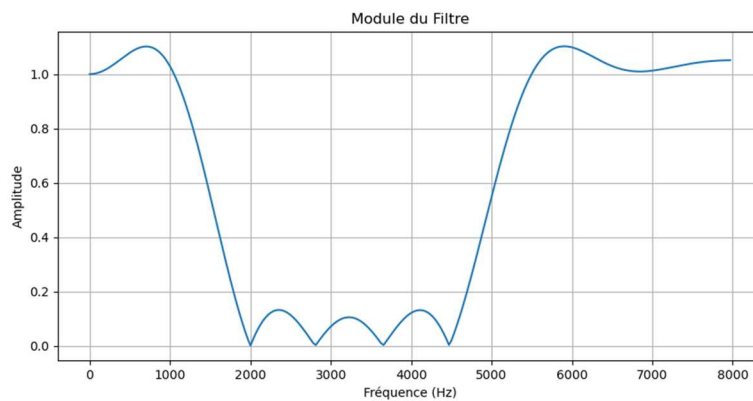
Exercise 1 (5 points)

A digital FIR filter was designed by the window method using a rectangular window. The sampling frequency is $f_e = 16$ kHz. The impulse response plot and the zero plot are shown below.

1. Determine N (number of coefficients).
2. Sketch an approximate magnitude response $|H(f)|$.
3. Determine the cutoff frequency (or frequencies).
4. State the filter's role (low-pass, high-pass, band-pass, band-stop).
5. Give the expression of the impulse response $h[n]$.
6. How should one proceed to reduce stopband ripple so that $A_a > 40$ dB?
7. Give the new expression of the impulse response $h'(n)$.



1. $N=19$



2.

3. $f_{c1}=1500$; $f_{c2}=5000$;

4. Band-stop

5. $h(n) = \delta(n) - f_{c2N} \sin c(n f_{c2N}) + f_{c1N} \sin c(n f_{c1N}) \pi_N(n)$
 $h(n) = [\delta(n) - 0.625 \sin c(0.625n) + 0.1875 \sin c(0.1875n)] \pi_{19}(n)$
 Shift indexes by 9 to obtain a causal filter

6. Use a window $\rightarrow h'(n) = h(n)\omega(n)$

7. $h'(n) = [\delta(n) - 0.625 \sin c(0.625n) + 0.1875 \sin c(0.1875n)] \left(0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{18}\right)\right) \pi_{19}(n)$

Exercise 2 (5 points)

Design a digital band-pass filter using the bilinear transform.

Use a first order analog prototype.

Specifications: $f_{c1} = 3.5$ kHz and $f_{c2} = 4.5$ kHz with sampling frequency $f_e = 16$ kHz.

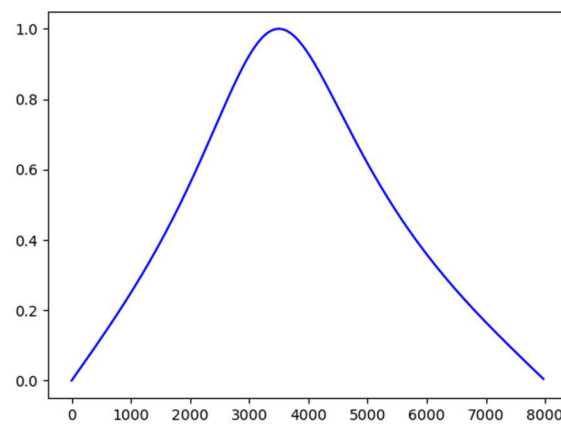
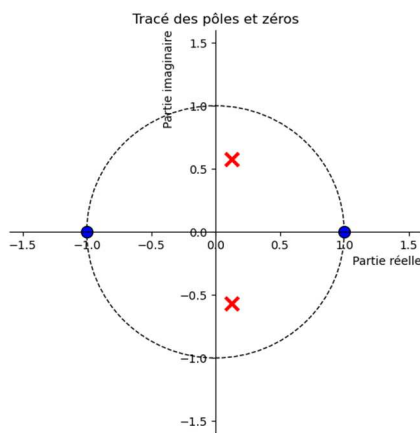
1. Determine transfer function $H(z)$.
2. Determine N (number of coefficients).
3. Give the poles and zeros plot and deduce an approximate sketch of magnitude response $|H(f)|$.
4. Compare the analog and digital cutoff frequencies and explain why the difference is not the same.

$$1. \quad H_N(p) = \frac{1}{p+1} \quad \omega_{A1} = 26\,261.72 \quad \omega_{A2} = 38\,992.11 \quad \omega_A = \sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}} = 32\,000 \quad 2.5$$

$$B = 12\,730.39 \quad H(p) = \frac{1}{\frac{1}{12\,730.39} \left(\frac{p^2 + 1,024 \cdot 10^9}{32\,000p} \right) + 1} \quad H(z) = \frac{0.329 - 0.329 z^{-2}}{1 - 0.262 z^{-1} + 0.342 z^{-2}}$$

$$2. \quad 6 \quad 0.5$$

1



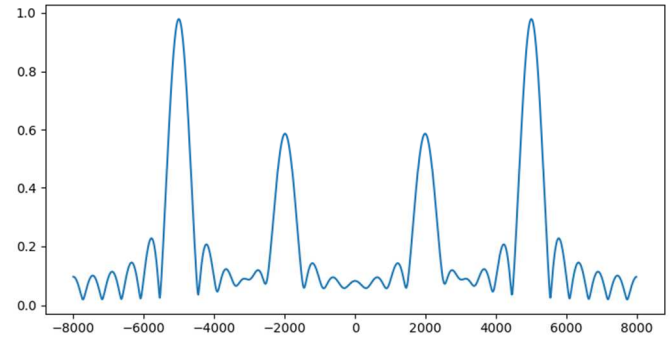
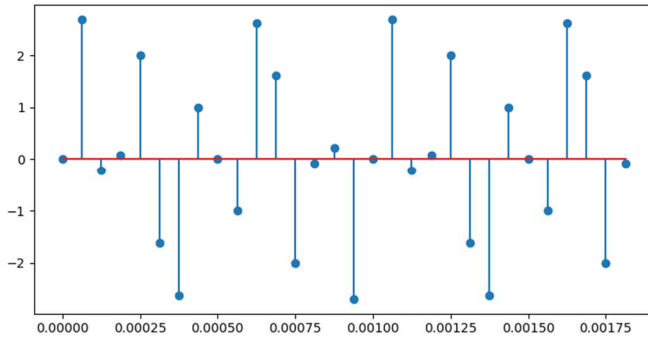
3.

4. 4.18 kHz et 6.2 kHz The difference rises with the frequency.

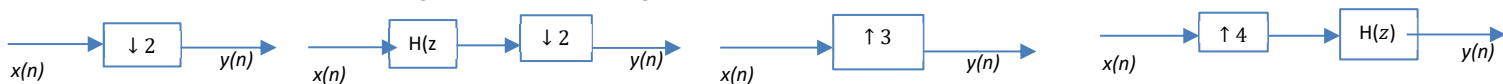
1

Exercise 3 (5 points)

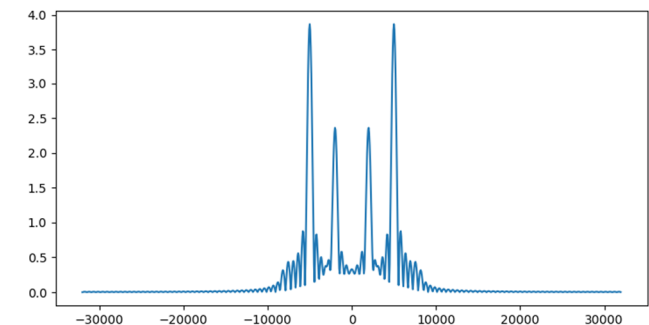
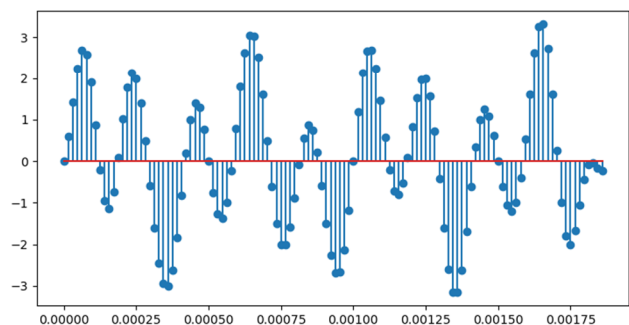
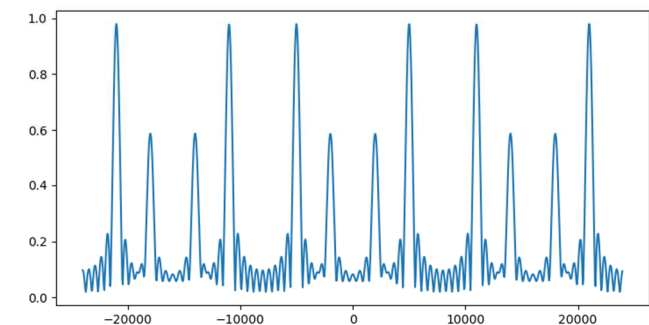
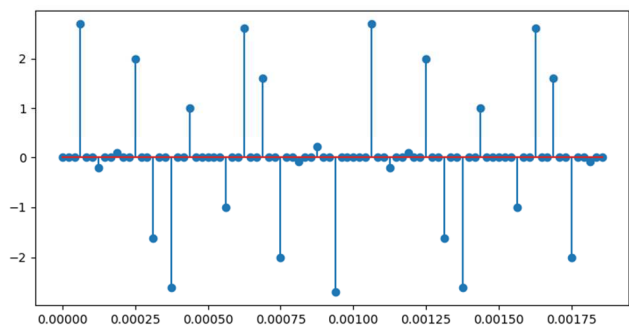
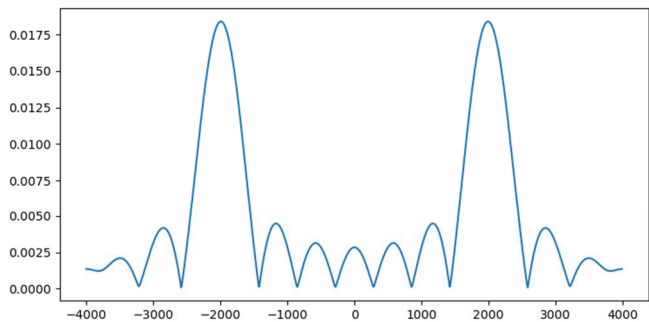
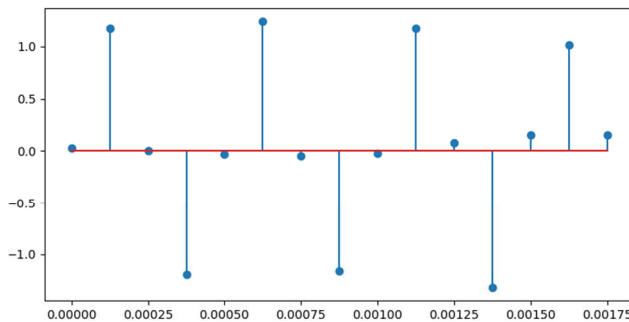
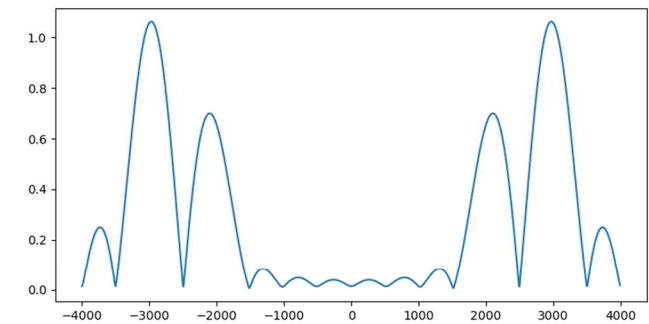
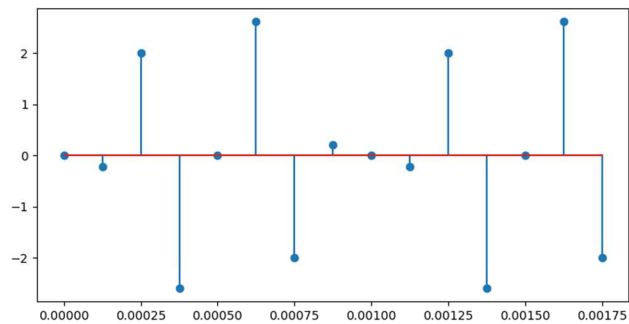
The first samples of the discrete signal $x(n)$ and the magnitude of its DFT are given below. It undergoes several processing stages (shown by the block diagrams below).



1. Give the analytic expression for $x(n)$ and determine f_e (the sampling frequency).
2. Plot the time-domain signals and the magnitudes of the DFTs at the output of each block.



1. $x(n) = 1.2 \cos(2\pi f_0 t) + 2 \cos(2\pi f_1 t)$ $f_0 = 2\text{kHz}$ $f_1 = 5\text{kHz}$ $f_e = 16\text{kHz}$



Remainders

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : $L\Delta f$	Lobe prin -Lobe sec (db)	Largeur Bande Trans : $2\Delta f/f_e$	Atténuation en bande atténuée : $A_a(\text{db})$
$w_{Rect}(n) = \Pi_N(n) = 1 \text{ pour } n \leq \frac{N-1}{2}$	$2f_e/N$	-13	$1.8/N$	21
$w_{Ham}(n) = \left(0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \Pi_N(n)$	$4f_e/N$	-31	$6.2/N$	44
$w_{Ham}(n) = \left(0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \Pi_N(n)$	$4f_e/N$	-41	$6.6/N$	53
$w_{Black}(n) = \left(0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)\right) \Pi_N(n)$	$6f_e/N$	-57	$11/N$	74

Passe-bas $h(n) = f_{cN} \text{sinc}(nf_{cN})$ pour $-(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2$

Passe-bas	$p = p/\omega_A$
Passe-haut	$p = \omega_A/p$

Passe-bande	$p = \frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right)$	Avec : Pulsation centrale $\omega_A = \sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}}$ Largeur de Bande $B = (\omega_{A2} - \omega_{A1})$
Coupe-bande	$p = \left[\frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right) \right]^{-1}$	

$$\omega_A = \frac{2}{T_e} \text{tg} \left(\frac{\omega_N T_e}{2} \right) \quad p = \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1}$$

Exercice 1 (5 points)

Un filtre numérique **FIR** a été conçu par la méthode des fenêtres en utilisant une **fenêtre rectangulaire**.

La fréquence d'échantillonnage est $f_e = 16$ kHz.

Le tracé de la réponse impulsionnelle et celui des zéros sont donnés ci-dessous.

- Déterminer N (le nombre de coefficients).
- Tracer une approximation du module de la réponse en fréquence $|H(f)|$.
- Déterminer la ou les fréquences de coupure.
- Indiquer le rôle du filtre (passe-bas, passe-haut, passe-bande, coupe-bande).
- Donner l'expression de la réponse impulsionnelle $h[n]$.
- Indiquer comment réduire l'ondulation dans la bande coupée afin d'obtenir $A_p > 40$ dB.
- Donner la nouvelle expression de la réponse impulsionnelle $h'(n)$.

Exercice 2 (5 points)

Concevoir un filtre passe-bande numérique en utilisant la transformation bilinéaire.

Utiliser un prototype analogique du premier ordre.

Spécifications : $f_{c1} = 3,5$ kHz, $f_{c2} = 4,5$ kHz, avec une fréquence d'échantillonnage $f_e = 16$ kHz.

- Déterminer la fonction de transfert $H(z)$.
- Déterminer N (le nombre de coefficients).
- Donner le tracé des pôles et des zéros et en déduire une esquisse approximative du module de la réponse en fréquence $|H(f)|$.
- Comparer les fréquences de coupure analogiques et numériques et expliquer pourquoi la différence n'est pas identique.

Exercice 3 (5 points)

Les premiers échantillons du signal discret $x(n)$ et le module de sa **TFD** (Transformée de Fourier Discrète) sont donnés ci-dessous.

Le signal subit plusieurs traitements (illustrés par les schémas-blocs ci-dessous).

- Donner l'expression analytique de $x(n)$ et déterminer f_e (la fréquence d'échantillonnage).
- Tracer les signaux temporels et les modules des TFD à la sortie de chaque bloc.