

Exercice 4 : On veut déterminer le filtre numérique $h(n)$ équivalent par la méthode de l'invariance ponctuelle en employant un filtre de Butterworth d'ordre 2. La fréquence de coupure est $f_c = 1500$ Hz. La fréquence d'échantillonnage $f_e = 1.28$ kHz.

$$H(p) = \frac{1}{p^2 + \sqrt{2}p + 1}$$

Citer deux caractéristiques des filtres de Butterworth.

Déterminer la fonction de transfert dénormalisée.

Déterminer $H(z)$.

Comment renforcer le caractère passe-bas du filtre obtenu ?

Sans faire de calcul, esquisser le module de la réponse en fréquence $|H(f)|$

Donner les coefficients du filtre numérique

Pourquoi limite-t-on cette méthode de synthèse aux filtres à bande limitée ?

Il n'y a pas d'ondulations ni en BP, ni en BA et zone de transition étroite

$$p) = \frac{1}{(p/\omega_c)^2 + \sqrt{2}p/\omega_c + 1} = \frac{\omega_c^2}{p^2 + \sqrt{2}\omega_c p + \omega_c^2} \quad 0.5$$

$$p) = \frac{\omega_c^2}{(p + \frac{\sqrt{2}\omega_c}{2})^2 + (\frac{\omega_c}{\sqrt{2}})^2} = \frac{\omega_c^2}{(p + \frac{\omega_c}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{\omega_c}{\sqrt{2}})^2} = \sqrt{2}\omega_c \cdot \frac{\omega_c/\sqrt{2}}{(p + \frac{\omega_c}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{\omega_c}{\sqrt{2}})^2}$$

$$z) = \frac{\sqrt{2}\omega_c T_e e^{-\omega_c T_e / \sqrt{2}} \sin(\omega_c T_e / \sqrt{2}) z^{-1}}{1 - 2e^{-\omega_c T_e / \sqrt{2}} \cos(\omega_c T_e / \sqrt{2}) z^{-1} + e^{-\sqrt{2}\omega_c T_e} z^{-2}} \quad 0.5$$

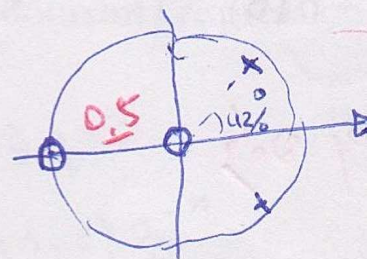
$$H(z) = \frac{0.308 z^{-1}}{1 - 1.03 z^{-1} + 0.35 z^{-2}} \quad 0.5$$

n placant un zéro en -1

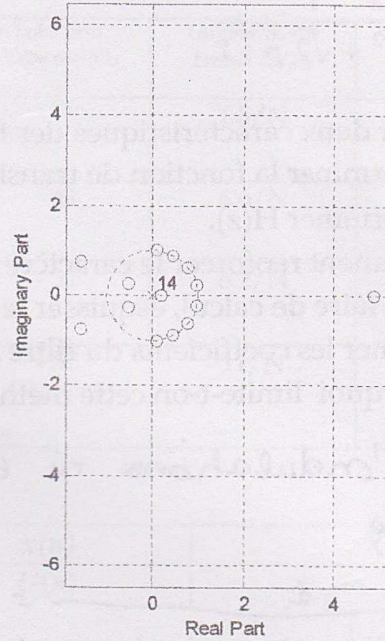
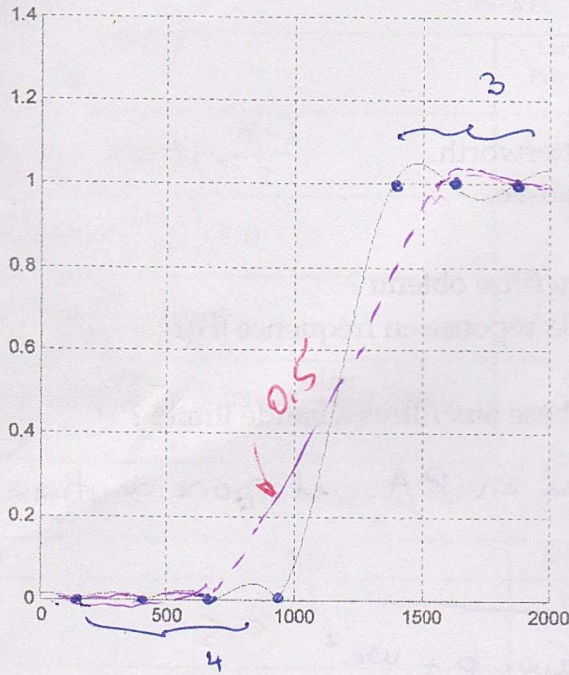
$$H(z) * (1 + z^{-1}) \quad 0.5$$

$$b_1 = 0.308 = b_2 \quad b_0 = 0$$

$$a_0 = 1 \quad a_1 = 1.03 \quad a_2 = 0.35$$



Exercice 3 : Les tracés du module de la réponse en fréquence de 0 à $f_e/2$ et des pôles et zéros d'un filtre numérique synthétisé par la méthode de l'échantillonnage fréquentiel sont donnés comme suit :



1. Le déphasage de ce filtre est-il linéaire ? (Justifier)
2. Déterminer $H(k)$ puis la réponse impulsionnelle $h(n)$
3. Calculer $h(0)$.
4. On veut employer une fenêtre de hanning. Que devient le tracé du module de la réponse en fréquence (le superposer à $H(f)$)

10/ $N = 15 \Rightarrow$ Somme de cosinus (fonction impaire symétrique) 0.5

20/ $H(0) = H(1) = H(-1) = H(2) = H(-2) = H(3) = H(-3) = H(4) = H(-4) = 0$
 $H(5) = H(-5) = H(6) = H(-6) = H(7) = H(-7) = 1$ 1.0

$$\Rightarrow h(n) = \frac{2}{15} \left[\cos\left(\frac{10\pi n}{15}\right) + \cos\left(\frac{12\pi n}{15}\right) + \cos\left(\frac{14\pi n}{15}\right) \right]$$

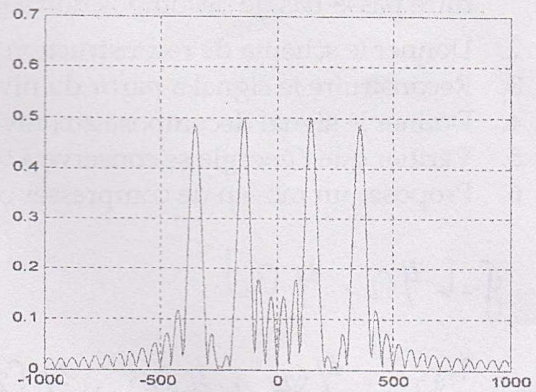
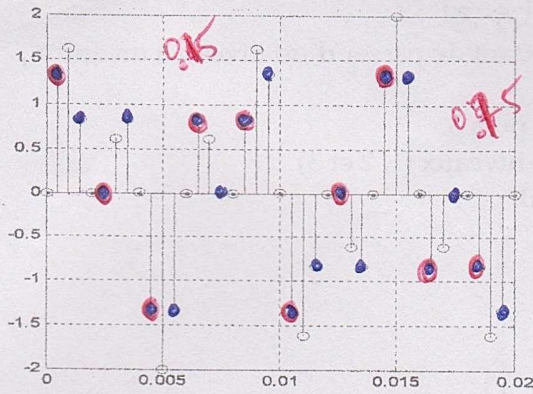
30/ $h(0) =$ 0.5

40/ 0.5

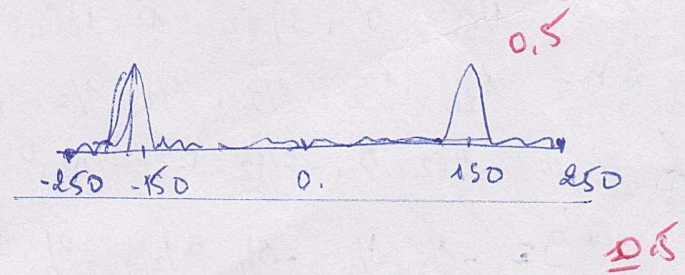
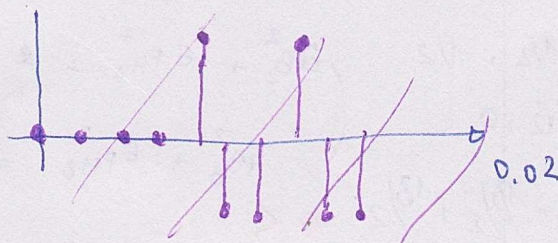
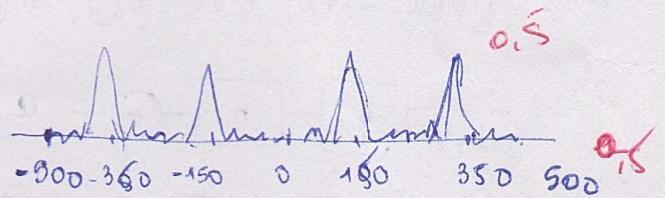
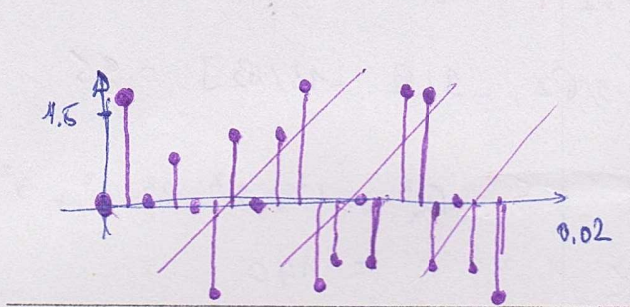
Questions Bonus

1. Qu'est-ce qu'un DSP ? processeur de signal numérique ou trait num du sign 0.25
2. Citer un avantage à l'emploi d'un DSP Rapidité 0.25
3. Citer un type d'adressage employé avec les DSP en cellule, bit-reverse 0.25

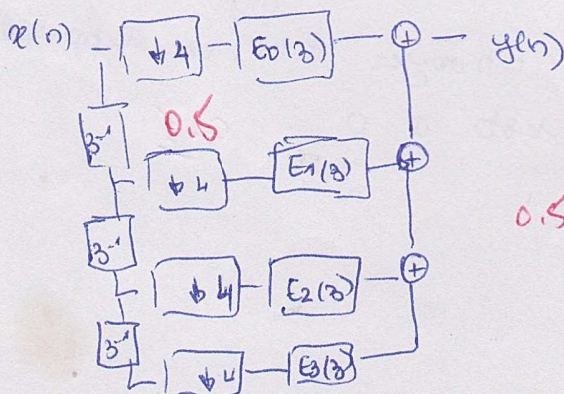
Exercice 2 : Soit le signal suivant : $h(n) = \sin(2\pi \cdot 150 \cdot n) + \sin(2\pi \cdot 350 \cdot n)$ et le module de la TFD dont le tracés respectifs sont donnés ci-après :



1. Tracer le signal et la TF obtenue pour une décimation de 2 puis de 4 (avec filtrage passe-bas)



2. Donner la décomposition polyphase finale pour une décimation de 4 en donnant l'expression des filtres polyphases



$$E_0(z) = \sum h(4n) z^{-n}$$

$$E_1(z) = \sum h(4n+1) z^{-n}$$

$$E_2(z) = \sum h(4n+2) z^{-n}$$

$$E_3(z) = \sum h(4n+3) z^{-n}$$

3. Quel est l'intérêt de la décomposition polyphase permet de réduire le temps de calcul en un versant de limitation et filtrage 0,5

4. Pourquoi emploie-t-on un filtre passe-bas lors de la décimation

Il permet d'éviter le repliement 0,5

Exercice 1 : Soit le signal suivant : $x(n) = \{0, 1, -2, 3, -4, 5, -6, 7\}$

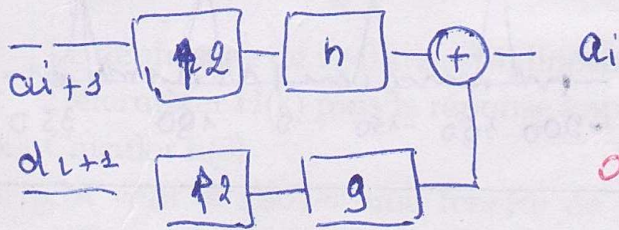
1. Donner sa décomposition en ondelettes au niveau 1 en employant l'ondelette de Haar tel que le filtre passe-bas de décomposition soit $\bar{h} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$
2. Donner le schéma de reconstruction permettant de passer d'un niveau à un autre.
3. Reconstruire le signal à partir du niveau 1
4. Donner le signal décomposé aux niveaux 2 puis 3.
5. Vérifier que l'énergie se conserve à tous les niveaux (1, 2 et 3)
6. Proposer un moyen de compresser ce signal.

$$\bar{g} = [-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$$

$$a_1 = 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}$$

$$d_1 = -1/\sqrt{2}, -5/\sqrt{2}, -9/\sqrt{2}, -13/\sqrt{2}$$

$$a_2 = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, -5/\sqrt{2}, -9/\sqrt{2}, -13/\sqrt{2}]$$



$$1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}, 0$$

$$1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2$$

$$-1/\sqrt{2}, 0, -5/\sqrt{2}, 0, -9/\sqrt{2}, 0, -13/\sqrt{2}, 0$$

$$a_2 = [-1/2, 1/2, -5/2, 5/2, -9/2, 9/2, -13/2, 13/2]$$

$$0, 1, -2, 3, -4, 5, -6, 7$$

$$1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}$$

$$a_2 = [1, 1, 0, 0]$$

$$d_2 = [0, 0, 0, 0]$$

$$a_3 = [1, 1, 0, 0, -1/\sqrt{2}, 5/\sqrt{2}, -9/\sqrt{2}, -13/\sqrt{2}]$$

0.75

$$5^\circ E_x^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 140$$

$$E_{PB1}^2 + E_{PH1}^2 = 2 + 138 = 140$$

$$E_{PB2}^2 + E_{PH2}^2 = 2 + 0 = 2$$

$$E_{PB3}^2 + E_{PH3}^2 = 2 + 0 = 2$$

0.5

0.75

6. En coder PH2, en supposant le reste à 0

0.5

0.6