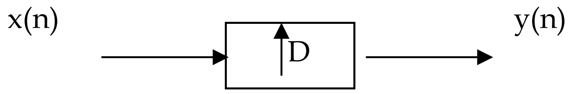
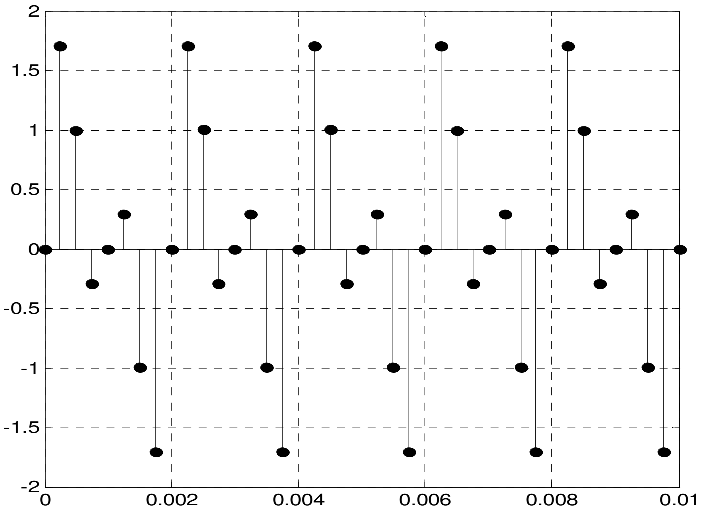
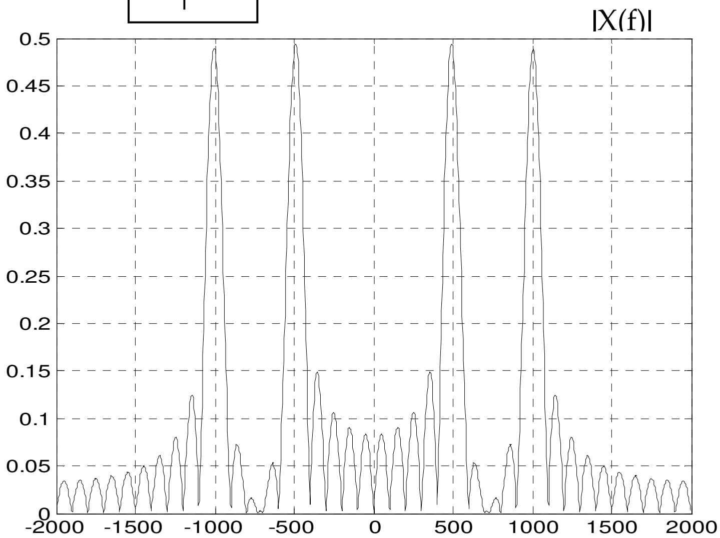
Exercice 1 : / 6

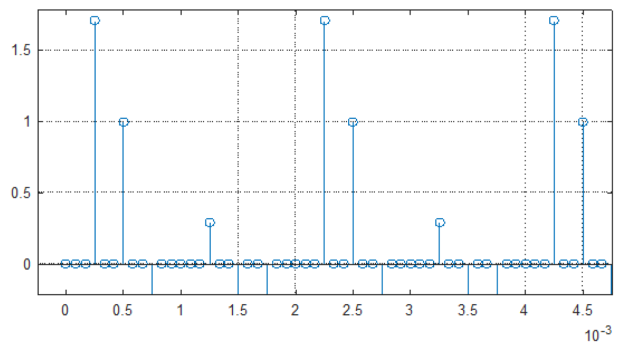
Avant de convertir un signal numérique x(n) (ci-dessous signal et sa TFTD),en signal analogique, on décide de l'interpoler par D.

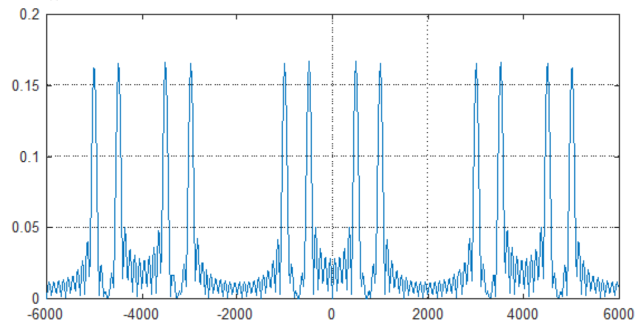


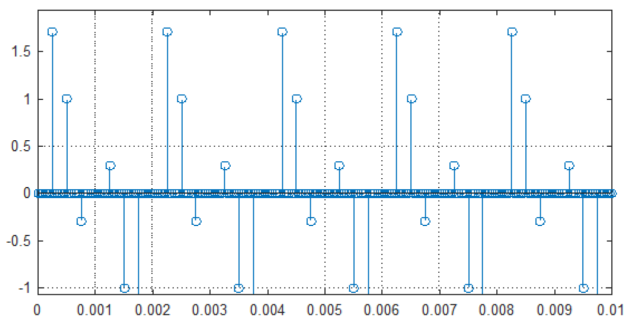


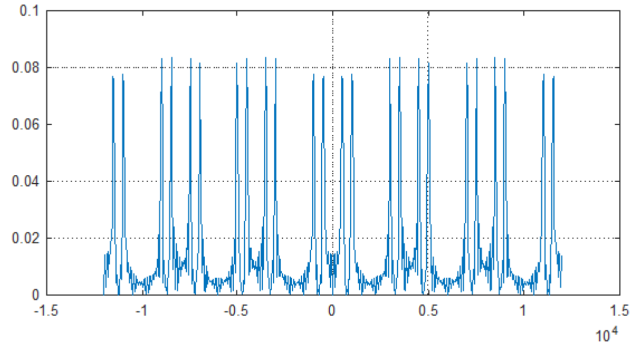


1. Quelle est l'intérêt de l'interpolation dans ce cas ? Gagner en précision avant la conversion numérique analogique
2. Déterminer l'expression du signal x(n) = sin(2*pi*500*n) + sin(2*pi*1000*n) *f_e=4kHz*
3. Tracer le signal interpolé pour D=3 et sa TFTD.
4. On considère que D=6, tracer à nouveau le signal interpolé et sa TFTD.



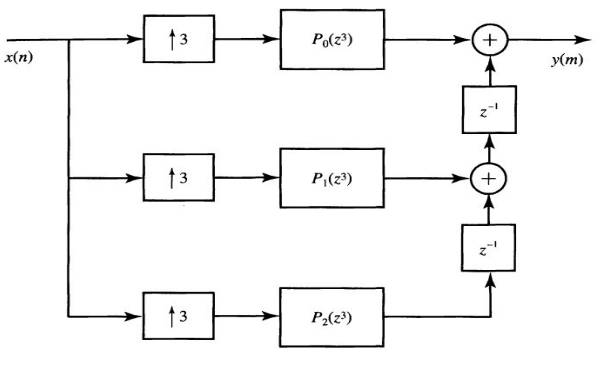


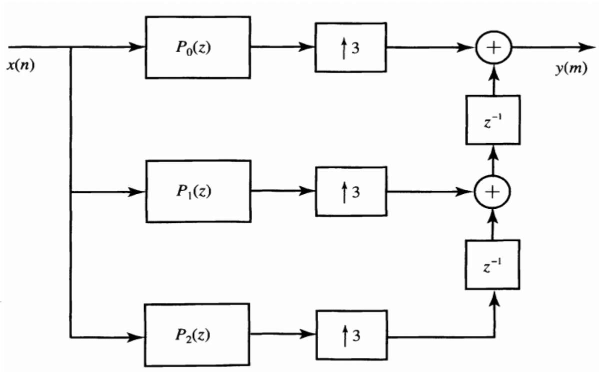




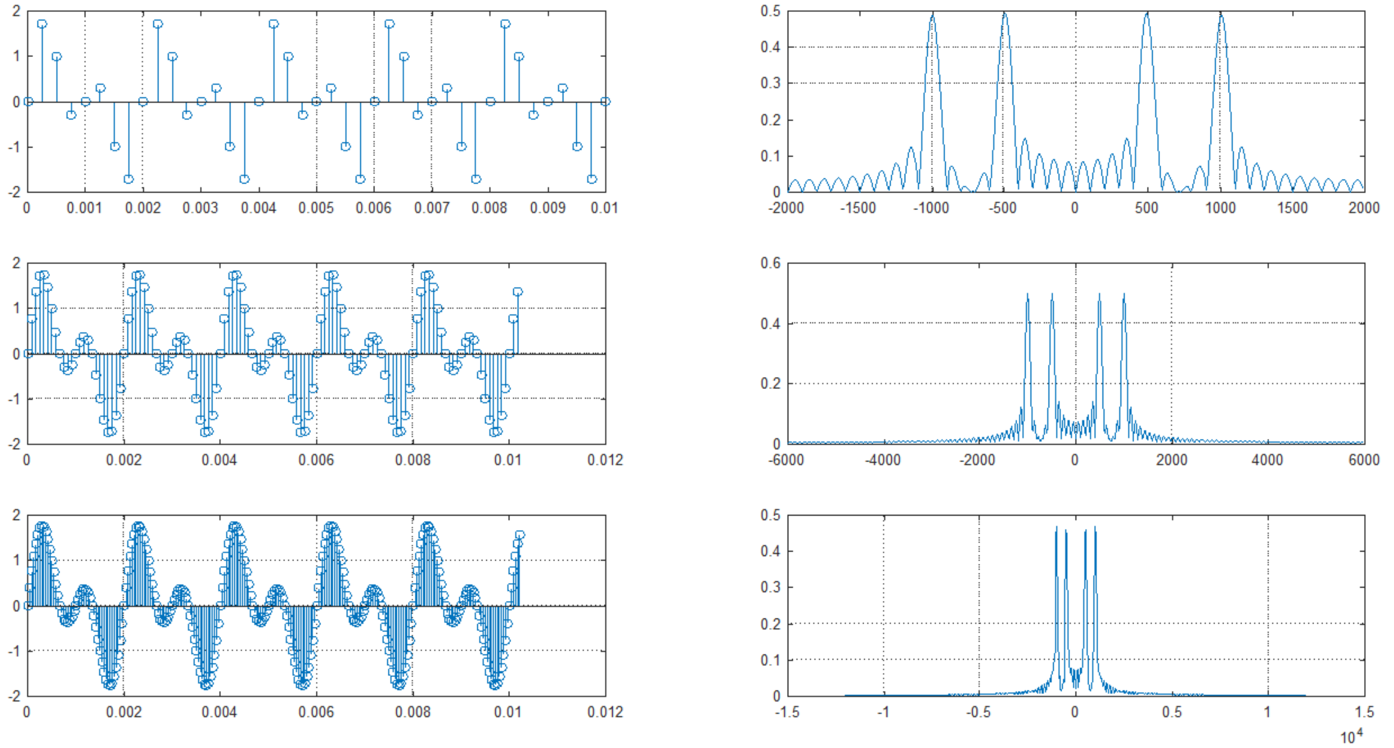
5. Donner la décomposition polyphase initiale et finale pour D=3.

$$H(z) = P_0(z^3) + z^{-1}P_1(z^3) + z^{-2}P_2(z^3)$$



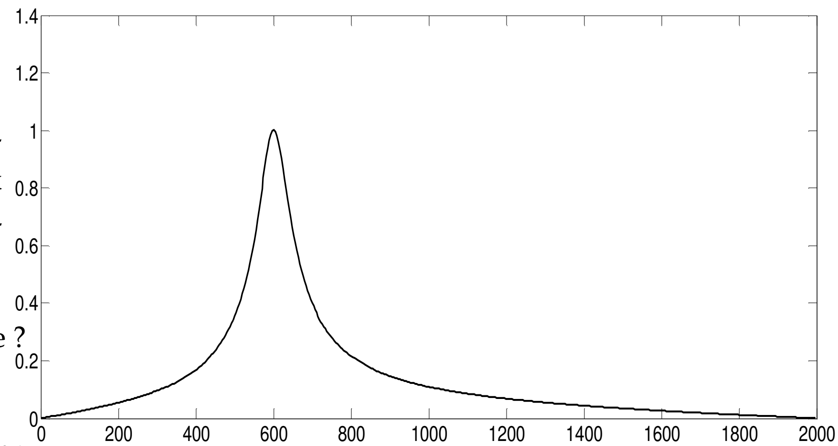


Remarque



Exercice 2 : **/ 6**

On désire réaliser un filtre numérique passe-bande RII d'ordre 2 répondant aux spécifications à déterminer de la figure ci-contre avec Δf=80 Hz



1. Quelle est la nature de la bande-passante ?
2. Déterminer *fc* et *fe*
3. Déterminer H(z).
4. Donner le tracé des pôles et zéros de ce filtre.
5. Déterminer les coefficients de ce filtre.

Exercice 3 : **/ 4**

On désire réaliser le même filtre en employant la méthode de l'échantillonnage répondant aux spécifications suivantes : *Δf* <=80 Hz *fc1*=500Hz *fc2*=700Hz

1. Tracer H(k)
2. Déterminer h(n)
3. Déterminer les coefficients du filtre

Questions de cours **/ 4**

- Pourquoi parle-t-on de compromis pour le fenêtrage ?
- Expliquer le lien entre TZ et TFTD
- Pourquoi la méthode de l'invariance impulsionnelle porte-t-elle ce nom ?
- Pourquoi un filtre RIF n'a pas d'équivalent en analogique ?

Quelques Rappels

$$X(f)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e)e^{-2\pi jf\,nTe} \qquad X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi j\,n\,k\,/N} \qquad x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k)e^{2\pi jnk/N}$$

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : $L\Delta f$	Lobe prin -Lobe sec (db	Largeur Bande Trans : $2\Delta f/fe$	Atténuation en bande atténuée : Aa(db)
$w_{Rect}(n)=\prod_N(n)=1 \quad pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}$	$2f_e/N$	-13	1.8/N	21
$w_{Ham}(n)=\left(0.54+0.46\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 41	6.6/N	53
$w_{Han}(n)=\left(0.5+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 31	6.2/N	44
$w_{Black}(n)=\left(0.42+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})+0.08\cos(\frac{4\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$6f_e/N$	- 57	11/N	74

$$r_1=\lim_{n\to+\infty}\lvert x(n)\rvert^{1/n} \quad r_2=\lim_{n\to+\infty}\lvert x(-n)\rvert^{-1/n}$$

$x(n)$	$X(z)$	RDC	$x(n)$	$X(z)$	RDC
$\delta(n)$	1	$\forall z$	$U(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert>1$
$a^nU(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	$-a^nU(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert<\lvert a\rvert$
$n\,a^nU(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$			
$\cos(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{1-z^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$	$\sin(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{z^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$
$a^n\cos(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{1-az^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	$a^n\sin(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{az^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$

$$x(n)=\sum_{p_i\ poles\ de z^{n-1}X(z)} \mathrm{Re}\,s\left[z^{n-1}X(z)\right]_{z=pi} \quad \mathrm{Re}\,s[z^{n-1}X(z)]_{z=pi}=\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[(z-p_i)^m z^{n-1}X(z)\right]_{z=pi}$$

$$h(n)=f_c\,\mathrm{sinc}(\pi\,n\,f_c) \quad \text{pour } -(N-1)/2\le n\le(N-1)/2 \qquad h(n)=\frac{1}{N}\left(H(0)+2\sum_{k=1}^{(N-1)/2}H(k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)\right)$$

Passe-bas	$p=p/\omega_A$
Passe-haut	$p=\omega_A/p$

Passe-bande	$p=\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)$	Avec : *Pulsation centrale* $\omega_A=\sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}}$ *Largeur de Bande* $B=(\omega_{A2}-\omega_{A1})$
Coupe-bande	$p=\left[\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)\right]^{-1}$	

$H(p)$	$Te.H(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$T_e\frac{1}{1-e^{-aTe}z^{-1}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$	$T_e\frac{1-e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega_0T_e)}{1-2e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega_0T_e)+e^{-2aTe}z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$	$T_e\frac{e^{-aTe}z^{-1}\sin(\omega_0T_e)}{1-2e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega_0T_e)+e^{-2aTe}z^{-2}}$

$$H(z)=T_e\sum_{pôles\ pi\ de\ Ha(p)} Résidus\left(\frac{H_a(p)}{1-z^{-1}e^{pT_e}}\right)\Bigg|_{p=pi}$$

$$\omega_A=\frac{2}{T_e}tg\left(\frac{\omega_N T_e}{2}\right) \qquad p=\frac{2}{T_e}\frac{z-1}{z+1}$$