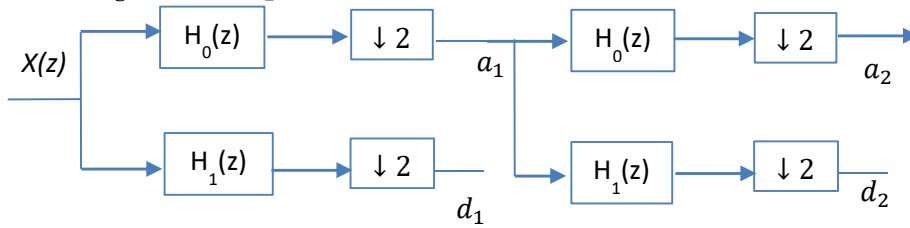


Exercice 1 : 5

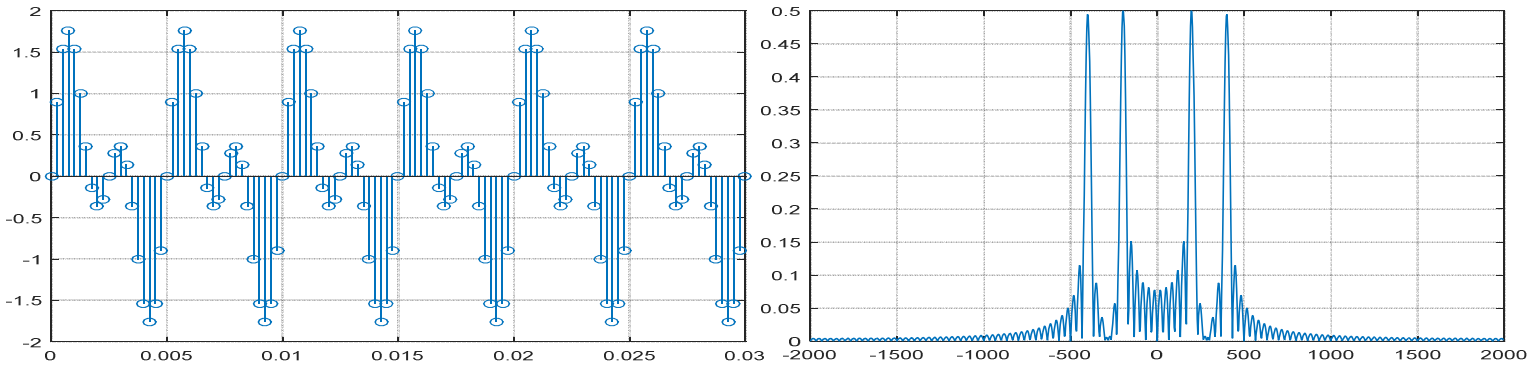
On a décomposé un signal $x(n)$ par l'ondelette de Haar $h_0 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ suivant le schéma ci-dessous. Les 8 premières valeurs du signal **décomposé** sont $=\{4,4,-1,1,2/\sqrt{2},-1/\sqrt{2},, 0, 1/\sqrt{2}\}$



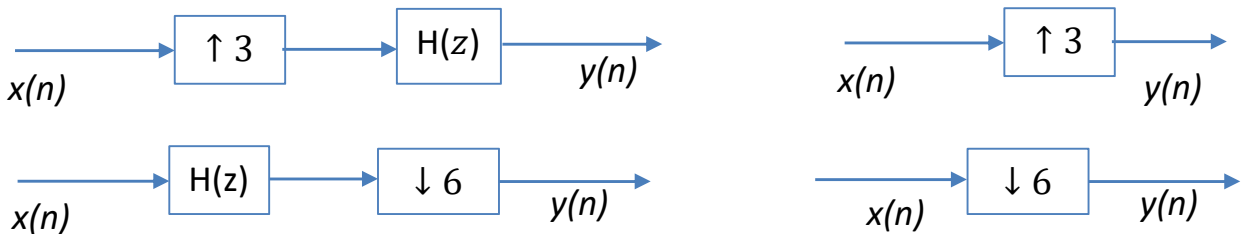
1. Donner le schéma de reconstruction et l'expression des filtres $F_0(z)$ et $F_1(z)$.
2. En supposant que $f_e = 18\text{kHz}$, donner les bandes de fréquences occupées par a_1, d_1, a_2, d_2 ,
3. Identifier a_1, d_1, a_2, d_2 puis **reconstruire** le signal original

Exercice 2 : 6

On considère le signal $x(n)$ et sa TFD donnés ci-dessous:



Tracer le signal (les 10 premiers points) et sa TFD pour les 4 cas suivants :



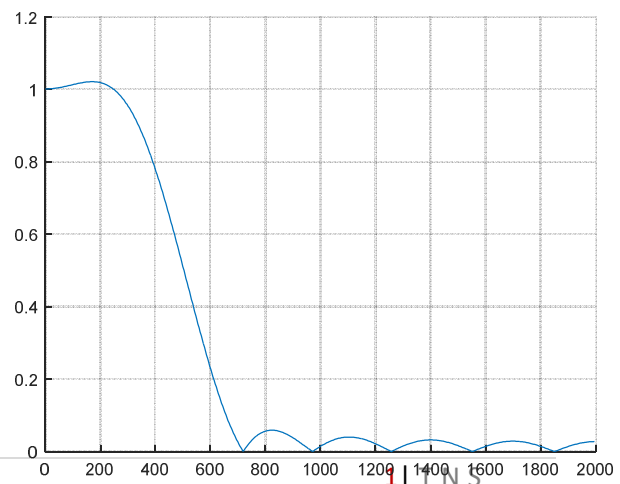
Exercice 3 : 9

A] Un filtre numérique $h(n)$ synthétisé par la méthode de l'échantillonnage fréquentiel a pour tracé de la TFD la figure donnée ci-dessous.

1. Déterminer N, f_e et f_c
2. Quelle est la nature du filtre?
3. Donner le tracé des pôles et zéros.
4. Donner le tracé de $H(k)$
5. Donner l'expression numérique de $h(n)$.

B] On veut synthétiser ce filtre par la méthode des pôles et zéros

6. Donner $H(z)$
7. Tracer alors $H(f)$ et donner le tracé des pôles et zéros.



Quelques Rappels

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) e^{-2\pi j f n T_e} \quad X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-2\pi j n k / N} \quad x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) e^{2\pi j n k / N}$$

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : Δf	Lobe prin -Lobe sec (db)	Largeur Bande Trans : $2\Delta f / f_e$	Atténuation en bande atténuée : A_a (db)
$w_{Rect}(n) = \prod_N(n) = 1$ pour $ n \leq \frac{N-1}{2}$	$2f_c/N$	-13	$1.8/N$	21
$w_{Ham}(n) = \left(0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \prod_N(n)$	$4f_c/N$	-41	$6.6/N$	53
$w_{Han}(n) = \left(0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \prod_N(n)$	$4f_c/N$	-31	$6.2/N$	44
$w_{Black}(n) = \left(0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)\right) \prod_N(n)$	$6f_c/N$	-57	$11/N$	74

$$r_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} |x(n)|^{1/n} \quad r_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} |x(-n)|^{-1/n}$$

$x(n)$	$X(z)$	RDC	$x(n)$	$X(z)$	RDC
$\delta(n)$	1	$\forall z$	$U(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z > 1$
$a^n U(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z > a $	$-a^n U(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z < a $
$na^n U(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z > a $			
$\cos(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{1-z^{-1} \cos(\omega_0)}{1-2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}$	$ z > 1$	$\sin(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{z^{-1} \sin(\omega_0)}{1-2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}$	$ z > 1$
$a^n \cos(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{1-az^{-1} \cos(\omega_0)}{1-2az^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $	$a^n \sin(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{az^{-1} \sin(\omega_0)}{1-2az^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $

$$x(n) = \sum_{p_i \text{ poles de } z^{n-1} X(z)} \text{Res} [z^{n-1} X(z)]_{z=p_i} = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} \left[(z-p_i)^m z^{n-1} X(z) \right]_{z=p_i}$$

$$h(n) = f_c \text{sinc}(\pi n f_c) \quad \text{pour } -(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2 \quad h(n) = \frac{1}{N} \left(H(0) + 2 \sum_{k=1}^{(N-1)/2} H(k) \cos\left(\frac{2\pi n k}{N}\right) \right)$$

Passe-bas	$p = p / \omega_A$	Passe-bande	$p = \frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right)$	Avec : Pulsation centrale $\omega_A = \sqrt{\omega_{A1} \omega_{A2}}$ Largeur de Bande $B = (\omega_{A2} - \omega_{A1})$
Passe-haut	$p = \omega_A / p$	Coupe-bande	$p = \left[\frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right) \right]^{-1}$	

$H'(p)$	$H(z) = T_e H'(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$T_e \frac{1}{1-e^{-aT_e} z^{-1}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$T_e \frac{1-e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e)}{1-2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$T_e \frac{e^{-aT_e} z^{-1} \sin(\omega T_e)}{1-2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$

$$H(z) = T_e \sum_{p \text{ pôles de } H_a(p)} \text{Résidus} \left(\frac{H_a(p)}{1-z^{-1} e^{pT_e}} \right)_{p=p_i}$$

$$\omega_A = \frac{2}{T_e} \text{tg} \left(\frac{\omega_N T_e}{2} \right) \quad p = \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1}$$

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(L+1-n) \quad 1 \leq n \leq L$$

$$f_0(n) = h_0(L+1-n)$$

$$f_1(n) = f_1(L+1-n)$$

