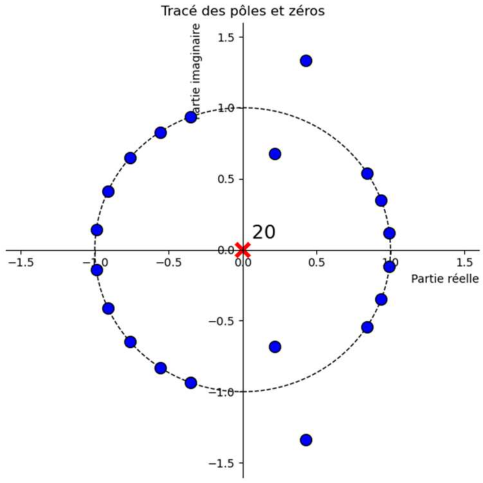
Exercice 1

Un filtre numérique a été conçu par la méthode de l'**échantillonnage fréquentiel**

Le tracé des pôles et zéros est donné ci-contre :



1. Donner un tracé approximatif de la réponse fréquentielle ($f_e = 4{,}2\ kHz$)____**1.5pts**

2. En déduire la nature du filtre et déterminer approximativement la ou les fréquences de coupure____**1.5pts**

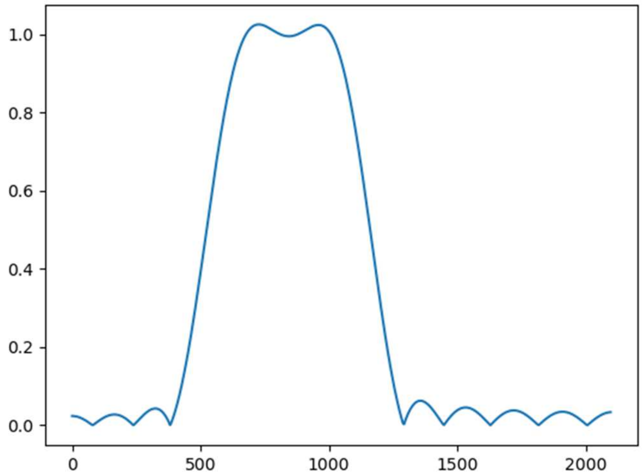
3. Déterminer H(k) _______**2pts**

4. Donner l'expression de la réponse impulsionnelle h(n)___**1pt**

5. Calculer h(0)___________**0.5pt**

6. Ce filtre est-il à retard de groupe constant ? (Justifier) _**1pt**

1.



2. Filtre passe-bande f_{c1} = 500 Hz f_{c1} = 1000 Hz

3. N = 21, Δf = 200 Hz, H = [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, <u>0</u>, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0]

4. $\boldsymbol{h(n) = \frac{2}{21}\left(cos\left(\frac{6\pi n}{21}\right) + cos\left(\frac{8\pi n}{21}\right) + cos\left(\frac{10\pi n}{21}\right)\right)}$

5. $h(0) = 6/21$

6. La fonction cosinus est paire donc h(n) symétrique donc retard de groupe constant

Exercice 2

Un signal numérique a été affecté d'un bruit localisé à $f_e/8$. On veut synthétiser **un filtre RII** (ordre 2 avec $\Delta f = f_e/64$) permettant d'enlever ce bruit.

1. Quelle est la nature du filtre à synthétiser ? ____**0.5pt**

2. Quelle est la meilleure méthode de synthèse des filtres RII à employer dans ce cas ? (Justifier)____**1pt**

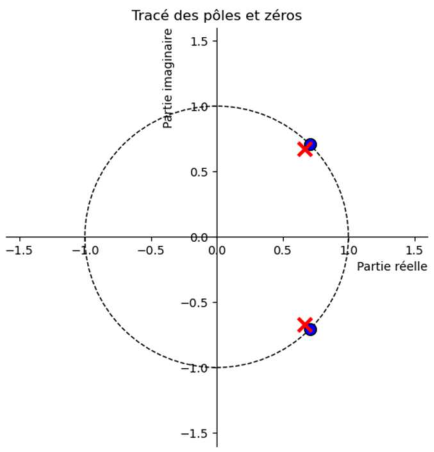
3. Donner le tracé des pôles et zéros. ____**1pt**

4. En déduire un tracé approximatif du module de la réponse fréquentielle H(f). ____**1pt**

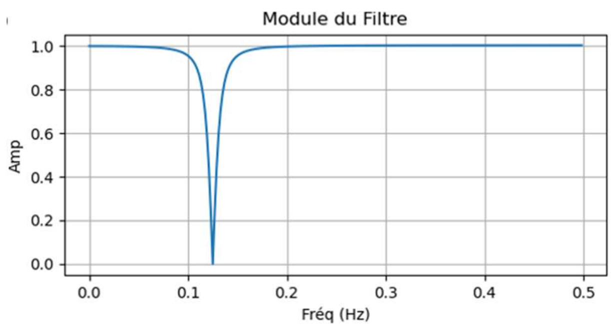
5. Déterminer la fonction de transfert H(z) et donner alors les coefficients du filtre. ____**3pts**

6. Donner un tracé approximatif de la réponse impulsionnelle h(n). ____**1pt**

1. Filtre coupe-bande
2. Placement des pôles et zéros : simple à mettre en œuvre, très bonne sélectivité pour ordre faible (2)
3.



4.

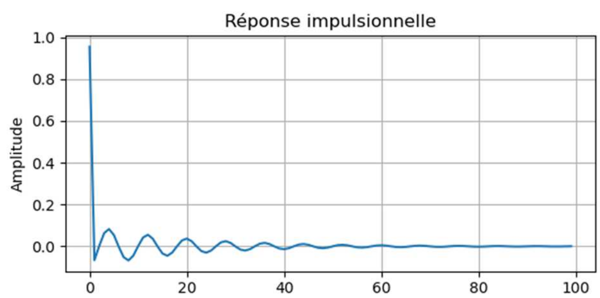


5. $\theta = 45°$ R= 0.951 K=0.955

$$H(z) = \frac{0.955 - 1.35\, z^{-1} + 0.955\, z^{-2}}{1 - 1.345\, z^{-1} + 0.904\, z^{-2}}$$

b = 0,955, -1.35 0,9.5 a =1, -1.34479, 0.904235

6.



Quelques Rappels

$$X(f)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e)e^{-2\pi jf\,nTe} \qquad X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi j\,n\,k\,/N} \qquad x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k)e^{2\pi jnk/N}$$

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : LΔf	Lobe prin -Lobe sec (db	Largeur Bande Trans : $2\Delta f/fe$	Atténuation en bande atténuée : Aa(db)
$w_{\mathrm{Rect}}(n)=\prod_N(n)=1 \quad pour\ \lvert n\rvert \le \frac{N-1}{2}$	$2f_e/N$	-13	1.8/N	21
$w_{Ham}(n)=\left(0.54+0.46\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 41	6.6/N	53
$w_{Han}(n)=\left(0.5+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 31	6.2/N	44
$w_{Black}(n)=\left(0.42+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})+0.08\cos(\frac{4\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$6f_e/N$	- 57	11/N	74

$$r_1=\lim_{n\to+\infty}\lvert x(n)\rvert^{1/n} \quad r_2=\lim_{n\to+\infty}\lvert x(-n)\rvert^{-1/n}$$

$x(n)$	$X(z)$	RDC	$x(n)$	$X(z)$	RDC
$\delta(n)$	1	$\forall z$	$U(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert>1$
$a^nU(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	$-a^nU(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert<\lvert a\rvert$
$n\,a^nU(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$			
$\cos(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{1-z^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$	$\sin(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{z^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$
$a^n\cos(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{1-az^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	$a^n\sin(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{az^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$

$$x(n)=\sum_{p_i\ poles\ de z^{n-1}X(z)}\mathrm{Res}\left[z^{n-1}X(z)\right]_{z=pi} \quad \mathrm{Res}[z^{n-1}X(z)]_{z=pi}=\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[(z-p_i)^m z^{n-1}X(z)\right]_{z=pi}$$

$h(n)=f_c\sin c(\pi\,n\,f_c)$ pour $-(N-1)/2 \le n \le (N-1)/2$ $\qquad h(n)=\frac{1}{N}\left(H(0)+2\sum_{k=1}^{(N-1)/2}H(k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)\right)$

$\theta=(f_c/f_e)\times 360°$ *et* $r=1-\frac{\Delta f_{3db}}{f_e}\pi$

Passe-bas	$p=p/\omega_A$
Passe-haut	$p=\omega_A/p$

Passe-bande	$p=\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)$	Avec : *Pulsation centrale* $\omega_A=\sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}}$
Coupe-bande	$p=\left[\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)\right]^{-1}$	*Largeur de Bande* $B=(\omega_{A2}-\omega_{A1})$

$H'(p)$	$H(z)=Te.H'(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$T_e\frac{1}{1-e^{-aTe}z^{-1}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$	$T_e\frac{1-e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega T_e)}{1-2e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega T_e)+e^{-2aTe}z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$	$T_e\frac{e^{-aTe}z^{-1}\sin(\omega T_e)}{1-2e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega T_e)+e^{-2aTe}z^{-2}}$

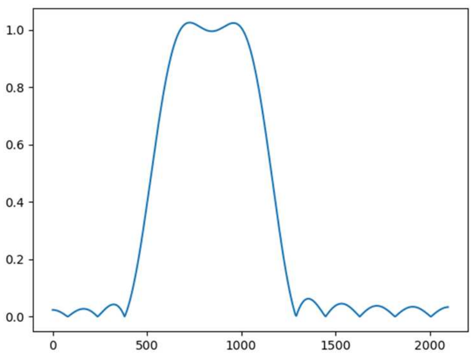
$$H(z)=T_e\sum_{pôles\ pi\,de\,Ha(p)}Résidus\left(\frac{H_a(p)}{1-z^{-1}e^{pT_e}}\right)\Bigg|_{p=pi}$$

$$\omega_A=\frac{2}{T_e}tg\left(\frac{\omega_N T_e}{2}\right) \qquad p=\frac{2}{T_e}\frac{z-1}{z+1}$$

$h_1(n)=-(-1)^n h_0(L+1-n)$ $\quad 1\le n\le L$

$f_0(n)=h_0(L+1-n)$ $\quad f_1(n)=h_1(L+1-n)$

$$|H_0(f)|^2+|H_0(f\pm f_e/2)|^2=2 \qquad |H_0(f)|^2+|H_1(f)|^2=2 \qquad H_0(f)H_1^*(f)+H_0\left(f\pm\frac{f_e}{2}\right)H_1^*\left(f\pm\frac{f_e}{2}\right)=0$$



0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0

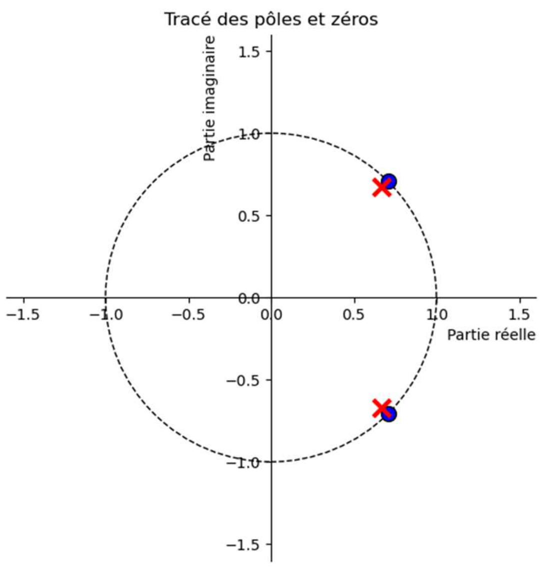
h =0.3

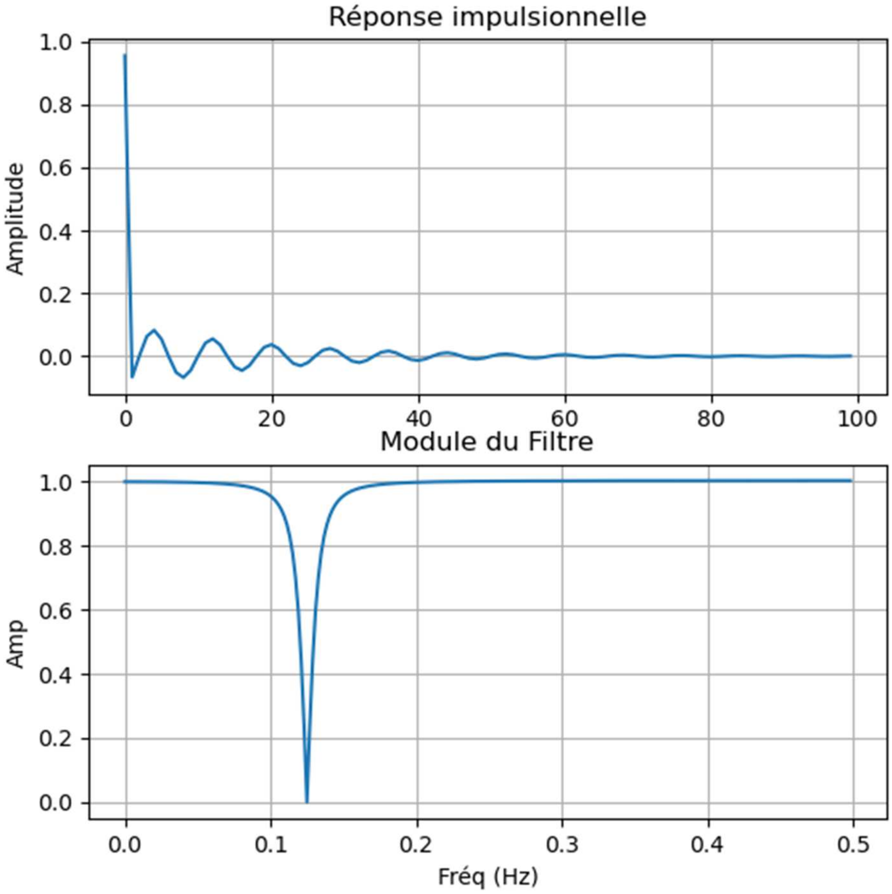
R=0.951

b = 0,955, -1.35 0,9.55

a =1, -1.34479, 0.904235

K=0.955




Réponse impulsionnelle
Amplitude
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0
20
40
60
80
100
Module du Filtre
Amp
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
Fréq (Hz)