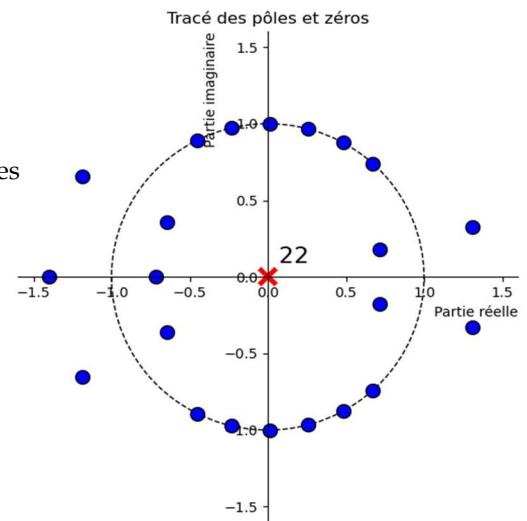


Exercice 1

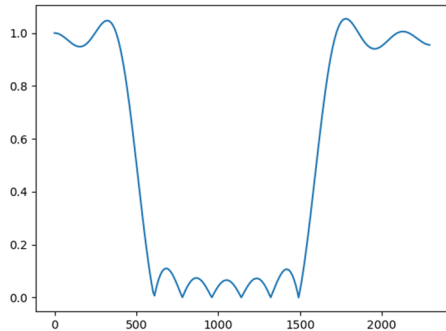
Un filtre numérique a été conçu par la méthode **des fenêtres**

Le tracé des pôles et zéros est donné ci-contre :

1. Donner le tracé de la réponse fréquentielle ($f_e = 4,6 \text{ kHz}$) **1.5pts**
2. En déduire la nature du filtre et déterminer approximativement la ou les fréquences de coupure **1.5pts**
3. Déterminer la réponse impulsionnelle $h(n)$ **2pts**
4. Calculer $h(0)$ **0.5pt**
5. On veut réduire les ondulations que doit-on faire? **0.5pt**
6. Quel est l'inconvénient de cette solution? **0.5pt**
7. Que devient le tracé des pôles et zéros? **1pt**



1.



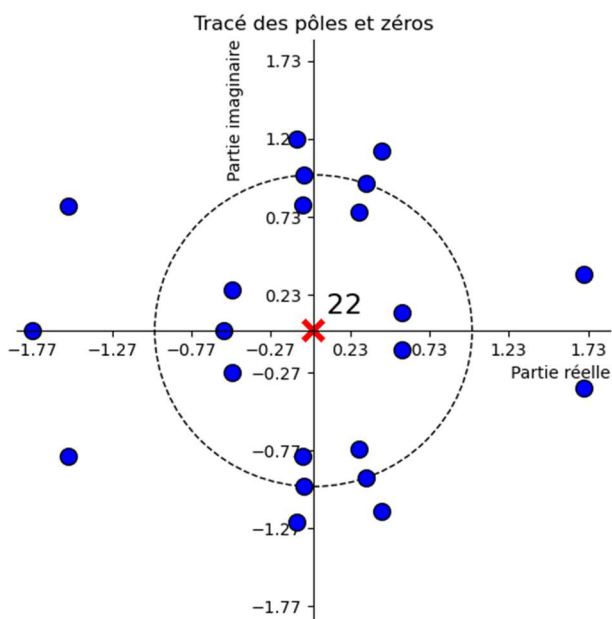
2. Passe-bande $f_{c1} = 500 \text{ Hz}$ et $f_{c2} = 1600 \text{ Hz}$

3. $h(n) = \delta(n) - 0.5 \sin c(0.5n) + 0.156 \sin c(0.156n)$ avec $-11 \leq n \leq 11$ Décaler les indices de 11

4. $h(0) = 0.656$

5. Multiplier $h(n)$ par une fenêtre

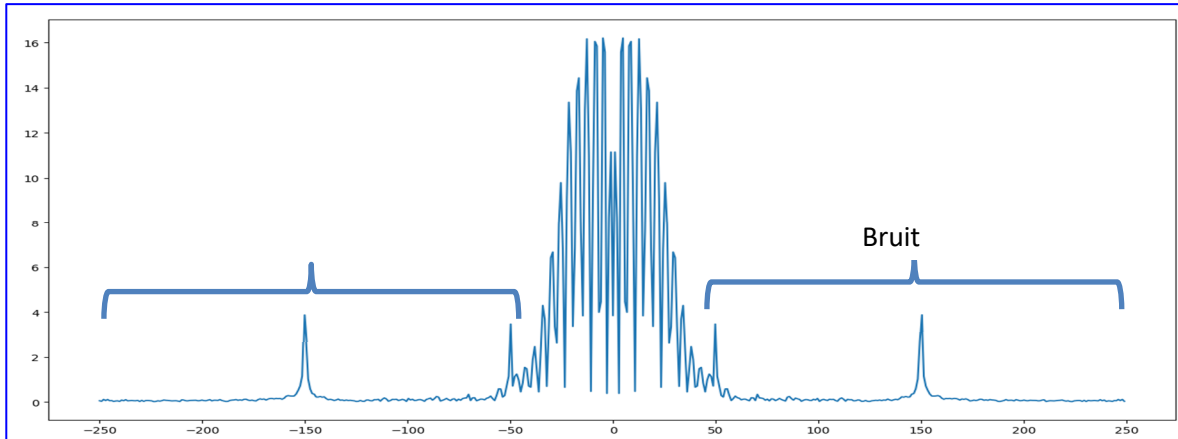
6. Elargissement de la zone de transition



7.

Exercice 2

Un signal numérique a été affecté d'un bruit localisé comme suit



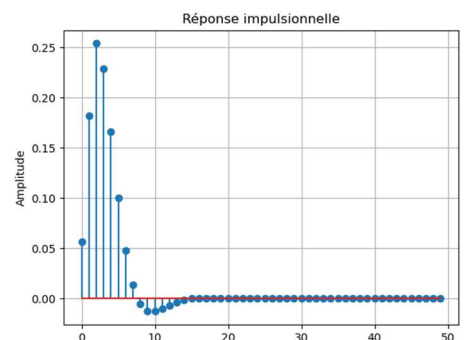
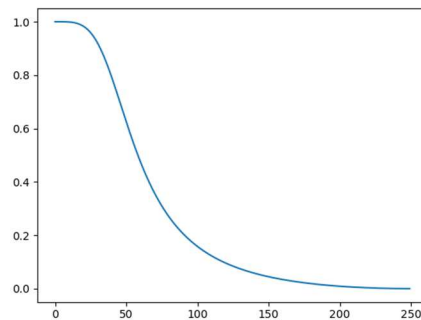
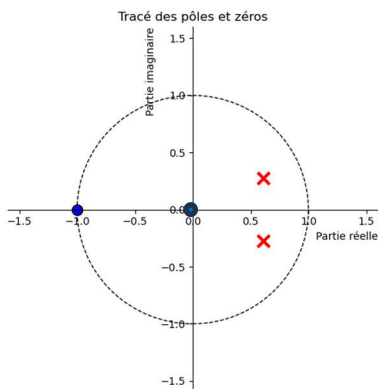
Pour éliminer le bruit, on veut synthétiser un **filtre RII** par la méthode de l'invariance impulsionnelle en employant un filtre de Butterworth d'ordre 2 $H_N(p) = \frac{1}{p^2+p+1}$

1. Donner les caractéristiques du filtre de Butterworth ____ **0.5pt**
2. Quelle est la nature du filtre à synthétiser ? ____ **0.5pt**
3. Donner sa ou ses fréquences de coupure ____ **0.5pt**
4. Déterminer la fonction de transfert $H(z)$ et donner alors les coefficients du filtre. ____ **3.5pts**
5. Donner le tracé des pôles et zéros. ____ **1pt**
6. En déduire un tracé approximatif du module de la réponse fréquentielle $H(f)$. ____ **1pt**
7. Donner un tracé approximatif de la réponse impulsionnelle $h(n)$. ____ **0.5pt**

1. Pas d'ondulations en bandes passante et atténuée
2. Passe-bas
3. $f_c = 45 \text{ Hz}$

4. $H(z) = \frac{0.056(z+1)^2}{z^2 - 1.307z + 0.492}$ $b = [0.056 \ 0.113 \ 0.056]$ $a = [1 \ -1.225 \ 0.450]$

5. 6. 7.



Quelques Rappels

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : $L\Delta f$	Lobe prin -Lobe sec (db)	Largeur Bande Trans : $2\Delta f/f_e$	Atténuation en bande atténuée : Aa (db)
$w_{Rect}(n) = \prod_N(n) = 1$ pour $ n \leq \frac{N-1}{2}$	$2f_c/N$	-13	$1.8/N$	21
$w_{Ham}(n) = \left(0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \prod_N(n)$	$4f_c/N$	-41	$6.6/N$	53
$w_{Hann}(n) = \left(0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \prod_N(n)$	$4f_c/N$	-31	$6.2/N$	44
$w_{Black}(n) = \left(0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)\right) \prod_N(n)$	$6f_c/N$	-57	$11/N$	74

$h(n) = f_c \sin c(\pi n f_c)$ pour $-(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2$

$\theta = (f_c / f_e) \times 360^\circ$ et

$r = 1 - \frac{\Delta f_{3db}}{f_e} \pi$

$h(n) = \frac{1}{N} \left(H(0) + 2 \sum_{k=1}^{(N-1)/2} H(k) \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right)$

Passe-bas	$p = p/\omega_A$
Passe-haut	$p = \omega_A/p$

Passe-bande
Coupe-bande

$p = \frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right)$

$p = \left[\frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right) \right]^{-1}$

Avec :
 Pulsation centrale $\omega_A = \sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}}$
 Largeur de Bande $B = (\omega_{A2} - \omega_{A1})$

$\omega_A = \frac{2}{T_e} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_N T_e}{2} \right)$
 $p = \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1}$

$H(p)$	$H(z) = T_e H'(z)$	$H(p)$	$H(z) = T_e H'(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$T_e \frac{1}{1 - e^{-aT_e} z^{-1}}$		
$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$T_e \frac{1 - e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e)}{1 - 2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$T_e \frac{e^{-aT_e} z^{-1} \sin(\omega T_e)}{1 - 2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$