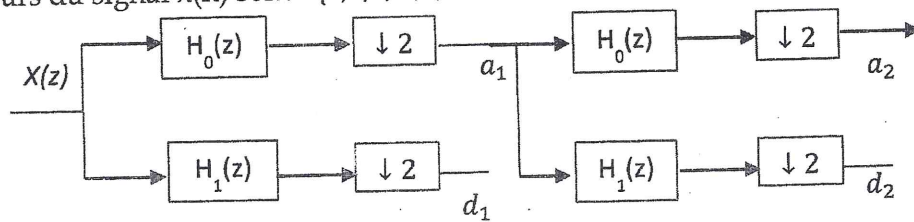


Exercice 1 :

/4.5

On décompose un signal $x(n)$ par l'ondelette de Haar $h_0 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ suivant le schéma ci-dessous. Les 8 premières valeurs du signal $x(n)$ sont $=\{4, 4, 6, 8, 8, 10, 9, 11\}$



1. Déterminer a_1, d_1, a_2, d_2 , (Calcul détaillé) puis en déduire le signal décomposé.
2. En supposant que $f_e = 8\text{kHz}$, donner les bandes de fréquences occupées par a_1, d_1, a_2, d_2 .
3. Donner le schéma de reconstruction et l'expression de filtres $F_0(z)$ et $F_1(z)$.

1° $x(n) = 4, 4, 6, 8, 8, 10, 9, 11$

- $a_1 = 8/\sqrt{2}, 14/\sqrt{2}, 18/\sqrt{2}, 20/\sqrt{2}$ 0.5

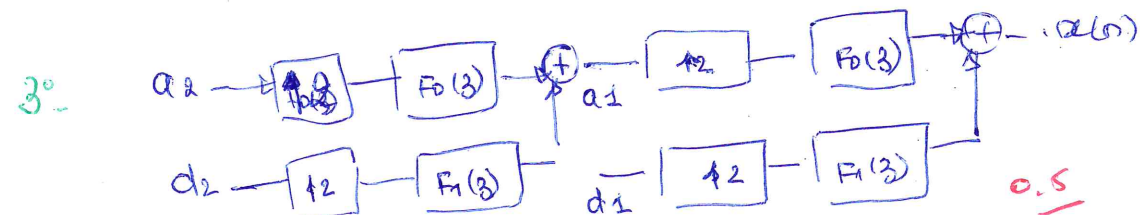
- $d_1 = 0/\sqrt{2}, -2/\sqrt{2}, -2/\sqrt{2}, -2/\sqrt{2}$ 0.5

- $a_2 = 22/2, 38/2$ 0.5

- $d_2 = 56/2, -2/2$ 0.5

- Signal décomposé $[11, 19, -3, -1, 0, -2/\sqrt{2}, -2/\sqrt{2}, -2/\sqrt{2}]$ 0.5

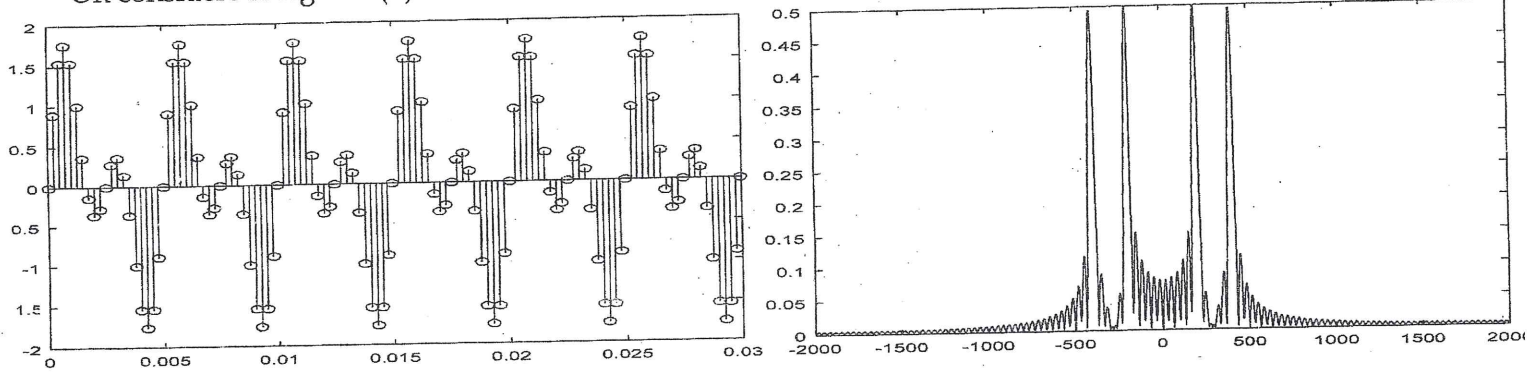
2° $a_1: [0, 4\text{kHz}]$ $d_1: [4\text{kHz} - 8\text{kHz}]$ $a_2: [0, 2\text{kHz}]$ $d_2: [2\text{kHz} - 4\text{kHz}]$ 1



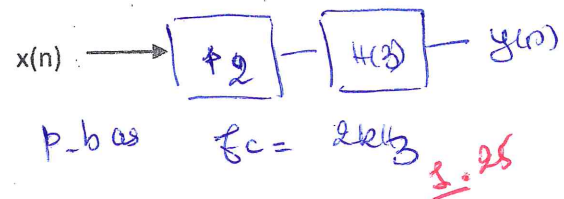
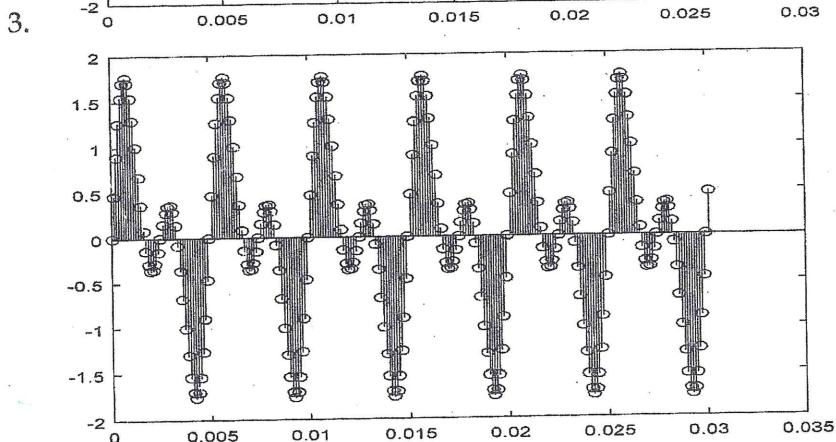
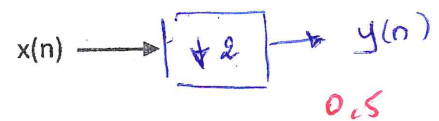
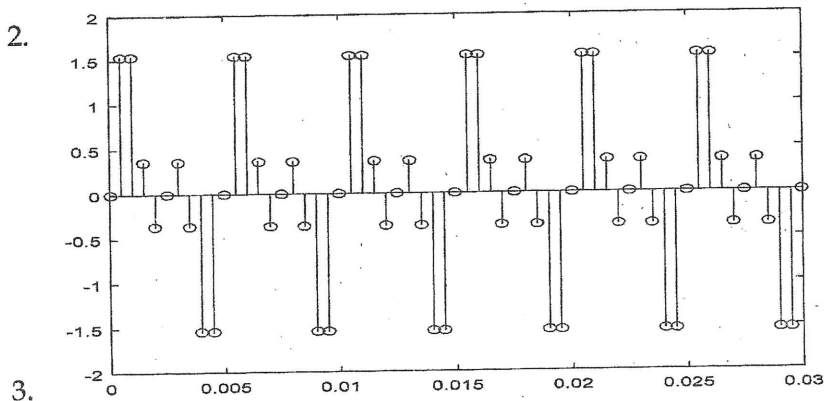
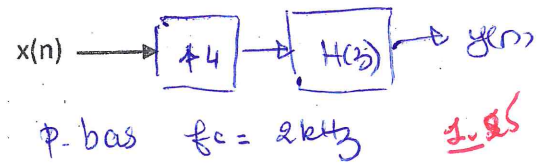
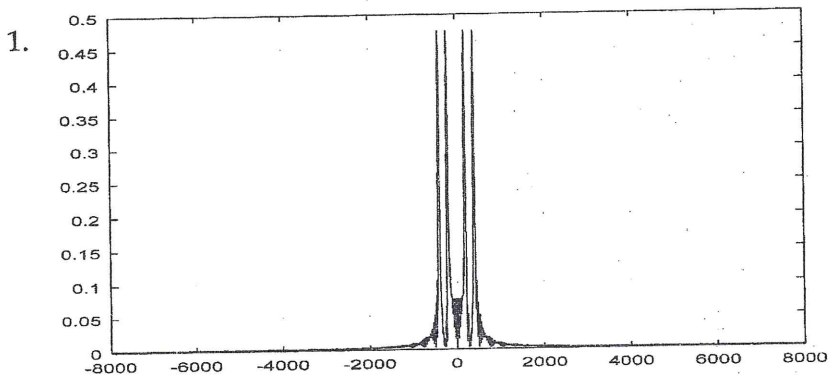
$$\begin{cases} F_0(z) = 1/\sqrt{2} (1 + z^{-1}) \\ F_1(z) = 1/\sqrt{2} (1 - z^{-1}) \end{cases}$$
 0.5

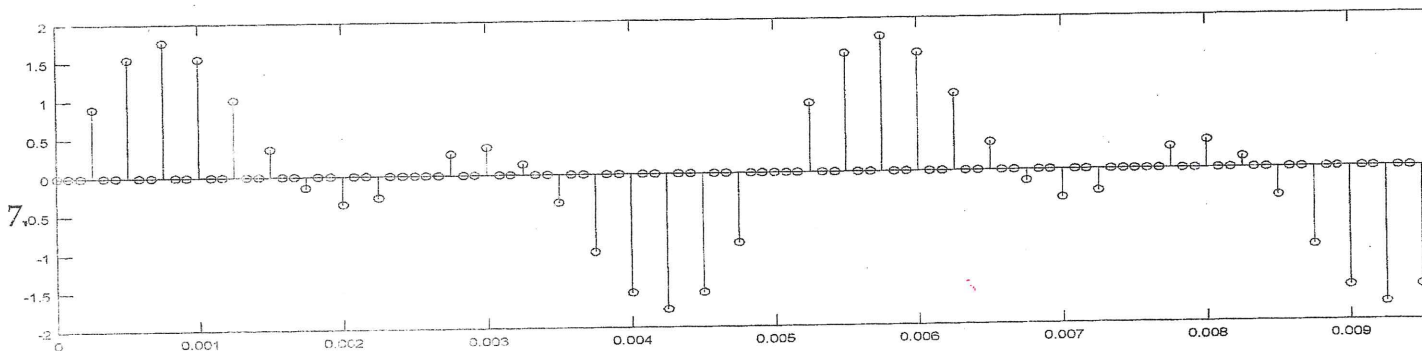
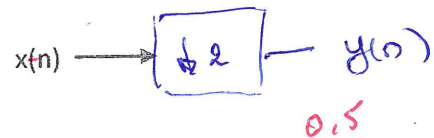
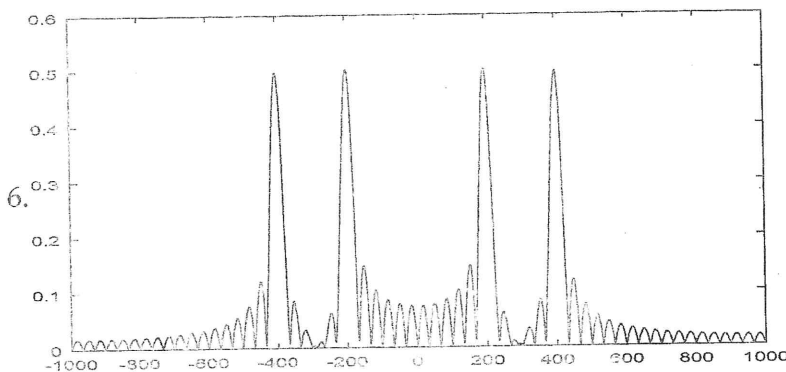
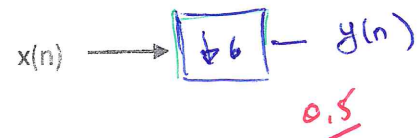
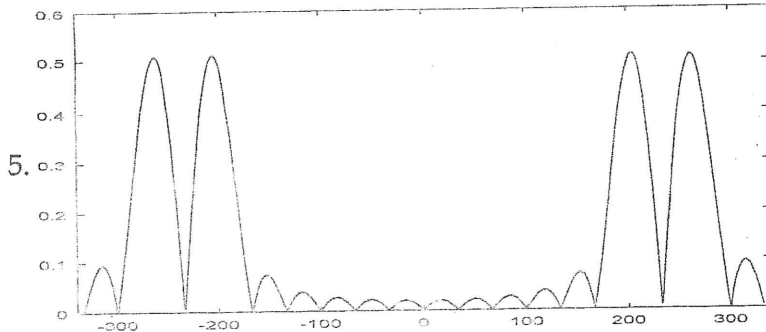
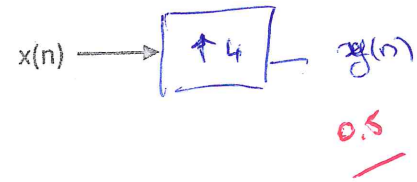
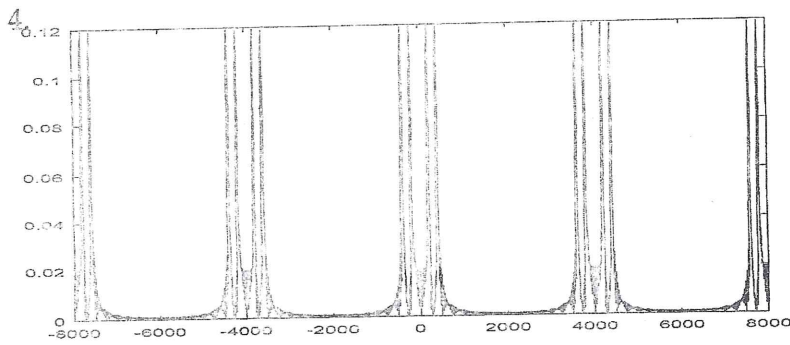
Exercice 2 :**/ 6.5**

On considère le signal $x(n)$ et sa TFD donnés ci-dessous:



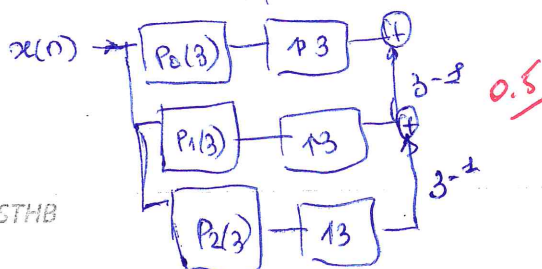
Ce signal va subir soit une décimation, soit une interpolation. Ces opérations ont été réalisées dans certains cas avec et pour d'autres sans filtrage. On donne dans chacun des 7 cas le signal temporel $y(n)$ ou sa TFD. Donner le schéma correspondant liant l'entrée $x(n)$ et la sortie $y(n)$. Si un filtrage a été utilisé, donner sa nature et sa fréquence de coupure.





Pour le 7^{ème} cas, on veut employer une décomposition polyphases, quel est son but. Donner la décomposition polyphases finale ainsi que l'expression des filtres polyphases.

~~Reprendre le temps de calcul~~
~~Eliminer les speches mirroirs~~ 0.5



$$P_0(z) = \sum h(3n) z^{-n}$$

$$P_1(z) = \sum h(3n+1) z^{-n}$$

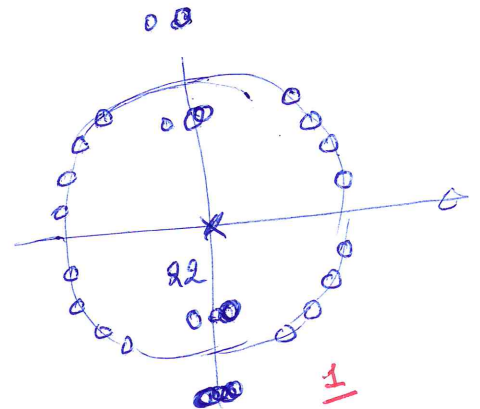
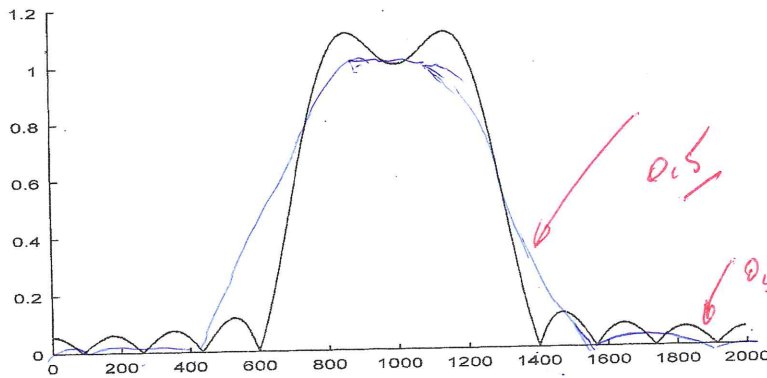
$$P_2(z) = \sum h(3n+2) z^{-n}$$

0.5

Exercice 3:

/5.5

Un filtre numérique $h(n)$ synthétisé par la méthode des fenêtres (type I) a pour TFD la figure donnée ci-dessous. Le nombre de coefficients du filtre est 23.



1. A quoi sont dues les ondulations?
2. Comment les réduire? Quel est l'inconvénient de cette solution?
3. Déterminer le tracé des pôles et zéros correspondant.
4. Donner l'expression numérique de $h(n)$.
5. On veut employer la fenêtre de Hanning, donner l'expression de $h'(n)$ et superposer le tracé de la TFD sur la TFD donnée ci-dessus.
6. Aurait-on pu employer d'autres types (II,III,IV)? Lesquels?

- 1° Limitation de $h(n)$ (banc) $\Rightarrow$ convolution en freq avec banc $\Rightarrow$ ondulation 0.5
- 2° fenêtrage 0.5 $\Rightarrow$ Augmentation de zone de transition 0.5
- 3° $h(n) = f_{c2} \text{ sinc}(n f_{c2}) - f_{c1} \text{ sinc}(n f_{c1})$ 0.5
 $= 0.75 \text{ sinc}(n 0.75) - 0.35 \text{ sinc}(0.35 n)$ 0.5
- 4° $h'(n) = h(n) \cdot \left(0.5 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{23} \right)$ 0.5 $-11 \leq n \leq 11$
- 5° les 3 0.5

Exercice 4 :**/3.5**

On désire réaliser un filtre numérique anti-repliement. Pour ce faire, on veut transformer un filtre analogique par la méthode d'invariance impulsionnelle. La fréquence de coupure désirée est $f_c = 250\text{Hz}$ avec $f_e = 2000\pi\text{Hz}$

$$H_N(p) = \frac{0.9985}{p^2 + 0.108p + 1}$$

1. Déterminer la fonction de transfert $H(z)$.
2. Sans faire de calcul, esquisser le module de la réponse en fréquence $|H(f)|$

$$10. \quad H(p) = H_N(p = p/\omega_A) = \frac{0.9985}{\left(\frac{p}{\omega_A}\right)^2 + 0.108\left(\frac{p}{\omega_A}\right) + 1} = \frac{0.9985 \omega_A^2}{p^2 + 0.108 \omega_A p + \omega_A^2}$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{0.9985 \omega_A^2}{(p + 0.054 \omega_A)^2 + (0.9985 \omega_A)^2}$$

$$= \omega_A \cdot \frac{0.9985 \omega_A}{(p + 0.054 \omega_A)^2 + (0.9985 \omega_A)^2}$$

$$\Rightarrow H(z) = T_e \omega_A \frac{e^{-aT_e} z^{-1} \sin(\omega_A T_e)}{1 - 2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega_A T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$$

$$= 0.25 \frac{e^{-0.054/2000\pi} \sin(0.25)}{1 - 2e^{-0.054/2000\pi} \cos(0.25) + e^{-0.108/2000\pi}}$$

$$= \frac{0.0649 z^{-1}}{1 - 1.937 z^{-1} + 0.9985 z^{-2}}$$

$$\omega_A T_e = \frac{2\pi f_c}{f_e}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 250}{2000\pi} = 0.25$$

