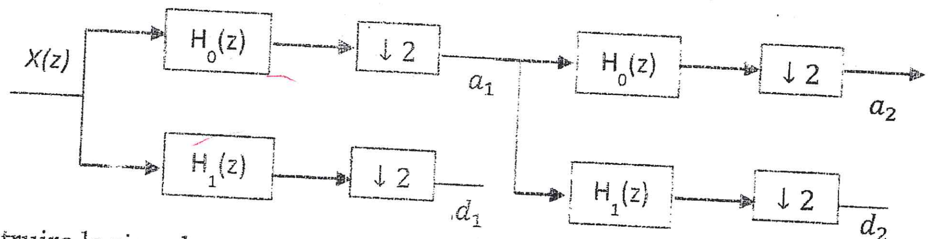
Nom&Prénom:..

Exercice 1 : /7

20

On a décompose un signal x(n) par l'ondelette de Haar $h_0 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ suivant le schéma ci-dessous. On obtient le signal décomposé suivant $= \{2, 2, -1, 1, 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}\}$



On veut reconstruire le signal,

1. Donner le schéma de reconstruction et l'expression des filtres f_0 et f_1.
2. Identifier a_2, d_2 et d_1 puis **reconstruire** le signal original

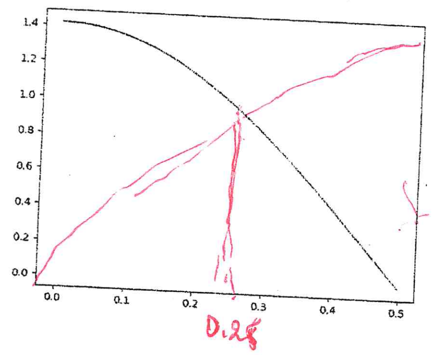
On suppose que le tracé du module de la réponse fréquentielle du filtre de décomposition est donné ci-contre

3. Tracer les 3 autres filtres et expliquer la notion d'orthogonalité.

1°- Schema 0.5

$f_0 = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$

$f_1 = [1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}]$ 0.5



2° * $a_2 = 2, 2$ 0.5

$d_2 = -1, 1$ 0.5

$d_1 = 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}$ 0.5

3°- Reconstruction Niveau 1 0.5 Niveau 0 1.5

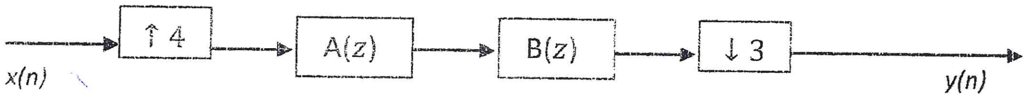
$[1\ 0\ 1\ 2\ 3/2\ 3/2\ 1\ 0]$

3°- Trace 3 x 0.5

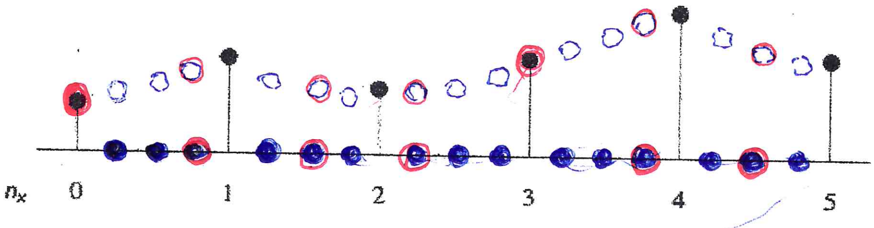
4°- $|H_0(f)|^2 + |H_1(f)|^2 = 2$ + explication 1

Exercice 2 :   /7

On considère la chaine numérique suivante où l'entrée x(n) est signal numérique dont la fréquence est 15kH



1. Quel est le but de cette chaine ? Déterminer la fréquence du signal de sortie y(n)
2. Pour chaque filtre : Donner la nature, le rôle et la fréquence de coupure.
3. Peut-on enlever un des filtres ? (Justifier) Si oui lequel ?
4. On suppose que les premières valeurs du signal x(n) sont données comme ci-dessous, superpose dessus le tracé de y(n).
5. Si on choisit d'utiliser une décomposition polyphases, quelle est son utilité?



1

1°. Changement de fréquence 0,5 $f_2 = 4\, fs/3 = 20$ kHz 0,5

2° A(z) passe-bas 0,5 antimirroirs 0,5 fc = 7,5 kHz 0,5
B(z) " 0,5 anti repliements 0,5 fc = 10 kHz 0,5

3° Oui (Tous deux passe-bas) 0,5 B(z) 0,5

4° Tracé 1

5° Decimation se fera avant filtrage puis interpolation 1
⇒ gain de temps

Exercice 3 : /6

En employant un filtre de Butterworth de second ordre, concevoir un filtre numérique correspondant passe-haut en utilisant la transformation bilinéaire. La fréquence de coupure désirée est f_c=500 Hz et la fréquence d'échantillonnage *fe* vaut 2 kHz.

$$H_N(p) = \frac{1}{p^2+\sqrt{2}\,p+1}$$

1. Déterminer H(z), puis donner le tracé des pôles et zéros et déterminer les coefficients du filtre.
2. Tracer la réponse en fréquence correspondant au filtre numérique H(f), superposer dessus celle du filtre analogique.
3. Pourrait-en employer la méthode des pôles et des zéros ? Celle de l'invariance impulsionnelle ?

$\omega_A = \frac{2}{Te}\, tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{T}$ 0.5

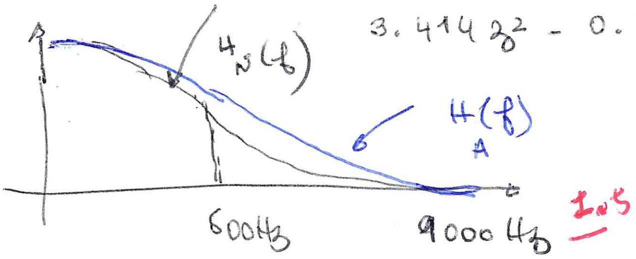
1° $H(p) = H_N(p)\big|_{p=\frac{\omega_A}{p}} = \dfrac{p^2}{p^2+\sqrt{2}\,\omega_A p+\omega_A^2}$ 0,5

$$H(z) = H(p)\big|_{p=\frac{2}{Te}\frac{z-1}{z+1}} = \frac{\cancel{\left(\frac{2}{Te}\right)^2}\cdot (z-1)^2/(z+1)^2}{\cancel{\left(\frac{2}{Te}\right)^2}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^2+\sqrt{2}\,\frac{2}{Te}\cdot\cancel{\frac{2}{Te}}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)+\cancel{\left(\frac{2}{Te}\right)^2}}$$

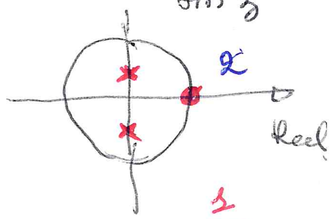
$$\Rightarrow H(z) = \frac{(z-1)^2}{z^2-\cancel{2z}+1+\sqrt{2}\,z^2-\sqrt{2}+z^2+\cancel{2z}+1}$$

$$= \frac{(z-1)^2}{3.414\,z^2-0.586} = \frac{(z-1)^2}{(z-j\,41\;)(z+j\,41}$$

1 0.5

2° 

1,5



1

3° Oui (aucune restriction) 0,5

Non (fmax → ∞ ≯ fe ≥ 2 fmax) 0,5