Exercice 1 : **/ 6**

20

On a décompose un signal x(n) par l'ondelette de Haar $h_0 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ **au niveau 2**

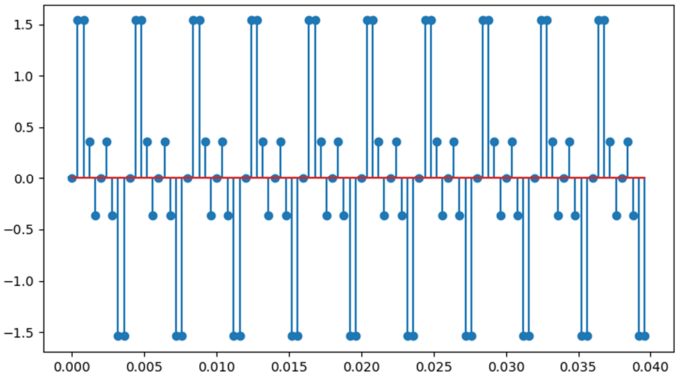
On obtient le signal **décomposé suivant** ={ **2, 3, 1, 0 , -1/$\sqrt{2}$, -1/$\sqrt{2}$, 1/$\sqrt{2}$, 1/$\sqrt{2}$}**

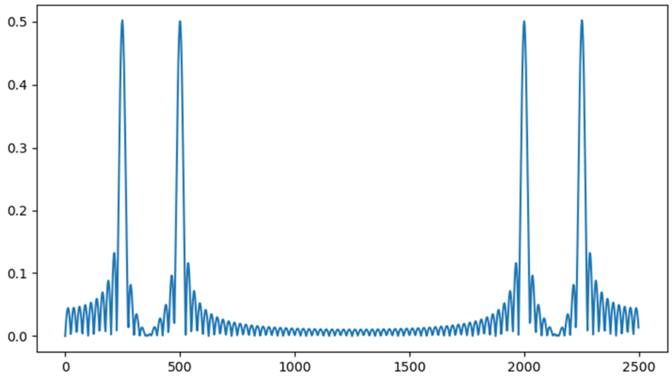
Pour gagner du temps lors de la transmission, on décide de ne pas envoyer le détail de niveau 1

1. Reconstruire le signal original et le signal transmis.
2. Tracer les 2 signaux
3. Comparer leur énergie et conclure.
4. Vérifier le principe de la conservation de l'énergie.

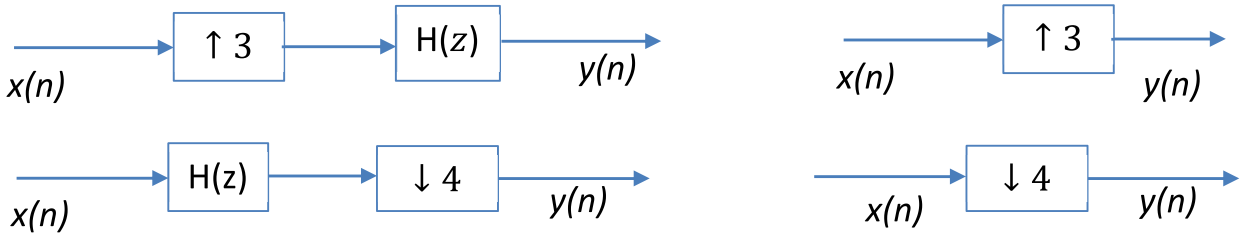
Exercice 2 : / 7

On considère le signal x(n) et sa TFD donnés ci-dessous :

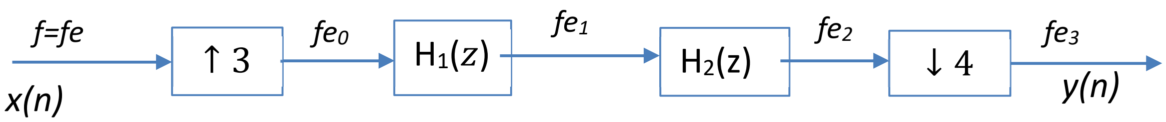




1. Déterminer l'expression du signal x(n) et la fréquence d'échantillonnage *fe*
2. Tracer le signal (les 10 premiers points) et sa TFD pour les 4 cas suivants :



3. Donner la décomposition polyphases initiale et finale pour le premier cas.
4. On construit la chaine suivante, identifier les fréquence d'échantillonnage fe_0 , fe_1 , fe_2 et fe_3



Exercice 3 : **/ 7**

En employant un filtre de premier ordre $H_N(p)=/(p+1)$, concevoir un filtre numérique correspondant **passe-bande** en utilisant la transformation bilinéaire. Les fréquences de coupure désirées sont $\boldsymbol{f_{c1}}$**=200** Hz et $\boldsymbol{f_{c2}}$**=400** Hz et la fréquence d'échantillonnage ***fe*** vaut **2 kHz**.

1. Déterminer H(z), puis donner le tracé des pôles et zéros et déterminer les coefficients du filtre.
2. Tracer la réponse en fréquence correspondant au filtre numérique H(f), superposer dessus celle du filtre analogique.
3. Pourrait-en employer la méthode de l'invariance impulsionnelle ? (Justifier)

Quelques Rappels

$$X(f)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(nT_e)e^{-2\pi jf\,nTe} \qquad X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-2\pi j\,n\,k\,/N} \qquad x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=-N/2}^{N/2-1}X(k)e^{2\pi jnk/N}$$

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : $L\Delta f$	Lobe prin -Lobe sec (db	Largeur Bande Trans : $2\Delta f/fe$	Atténuation en bande atténuée : Aa(db)
$w_{Rect}(n)=\prod_N(n)=1 \quad pour\ \lvert n\rvert\le\frac{N-1}{2}$	$2f_e/N$	-13	1.8/N	21
$w_{Ham}(n)=\left(0.54+0.46\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 41	6.6/N	53
$w_{Han}(n)=\left(0.5+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$4f_e/N$	- 31	6.2/N	44
$w_{Black}(n)=\left(0.42+0.5\cos(\frac{2\pi n}{N-1})+0.08\cos(\frac{4\pi n}{N-1})\right)\prod_N(n)$	$6f_e/N$	- 57	11/N	74

$$r_1=\lim_{n\to+\infty}\lvert x(n)\rvert^{1/n} \quad r_2=\lim_{n\to+\infty}\lvert x(-n)\rvert^{-1/n}$$

$x(n)$	$X(z)$	RDC	$x(n)$	$X(z)$	RDC
$\delta(n)$	1	$\forall z$	$U(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert>1$
$a^nU(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	$-a^nU(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert<\lvert a\rvert$
$na^nU(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$			
$\cos(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{1-z^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$	$\sin(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{z^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$
$a^n\cos(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{1-az^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	$a^n\sin(\omega_0 n)U(n)$	$\frac{az^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$

$$x(n)=\sum_{p_i\ poles\ de z^{n-1}X(z)}\mathrm{Res}\left[z^{n-1}X(z)\right]_{z=pi} \quad \mathrm{Res}[z^{n-1}X(z)]_{z=pi}=\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[(z-p_i)^m z^{n-1}X(z)\right]_{z=pi}$$

$h(n)=f_c\sin c(\pi n f_c)$ pour $-(N-1)/2\le n\le(N-1)/2$ $\qquad h(n)=\frac{1}{N}\left(H(0)+2\sum_{k=1}^{(N-1)/2}H(k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)\right)$

Passe-bas	$p=p/\omega_A$
Passe-haut	$p=\omega_A/p$

Passe-bande	$p=\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)$	Avec : *Pulsation centrale* $\omega_A=\sqrt{\omega_{A1}\omega_{A2}}$
Coupe-bande	$p=\left[\frac{1}{B}\left(\frac{p}{\omega_A}+\frac{\omega_A}{p}\right)\right]^{-1}$	*Largeur de Bande* $B=(\omega_{A2}-\omega_{A1})$

$H'(p)$	$H(z)=Te.H'(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$T_e\frac{1}{1-e^{-aTe}z^{-1}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$	$T_e\frac{1-e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega T_e)}{1-2e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega T_e)+e^{-2aTe}z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$	$T_e\frac{e^{-aTe}z^{-1}\sin(\omega T_e)}{1-2e^{-aTe}z^{-1}\cos(\omega T_e)+e^{-2aTe}z^{-2}}$

$$H(z)=T_e\sum_{pôles\ pi\ de\ Ha(p)}Résidus\left(\frac{H_a(p)}{1-z^{-1}e^{pT_e}}\right)\Bigg|_{p=pi}$$

$$\omega_A=\frac{2}{T_e}tg\left(\frac{\omega_N T_e}{2}\right) \qquad p=\frac{2}{T_e}\frac{z-1}{z+1}$$

$h_1(n)=(-1)^n h_0(L+1-n) \qquad 1\le n\le L$

$f_0(n)=h_0(L+1-n)$

$f_1(n)=f_1(L+1-n)$