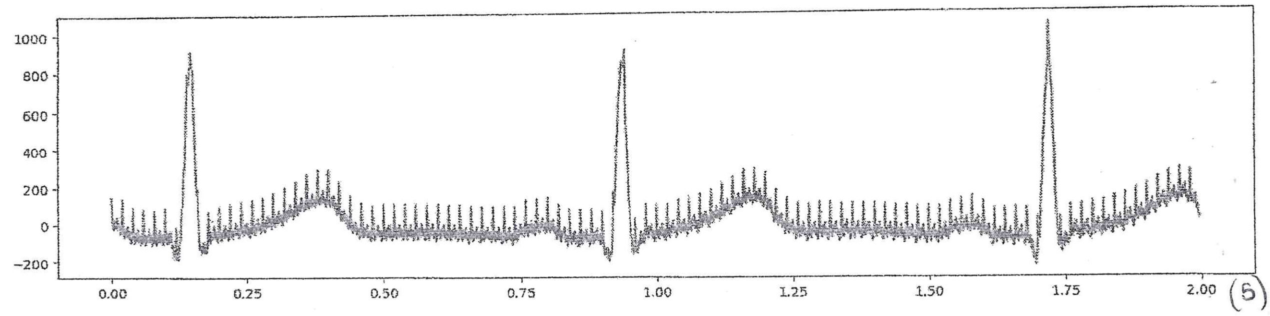
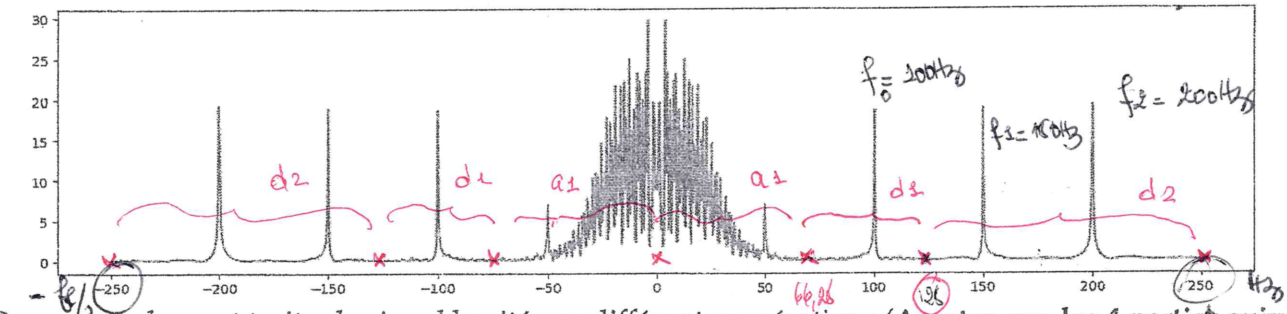
20

**Contexte** : A la transmission d'un signal ecg, il a été affecté d'un bruit issu de la combinaison de 3 sinusoïdes (voir figure ci-dessous : signal bruité + Module de sa TFD)



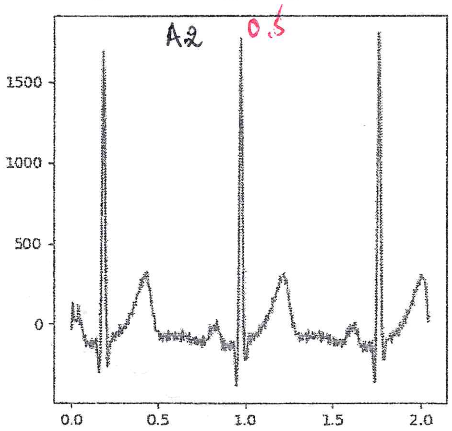



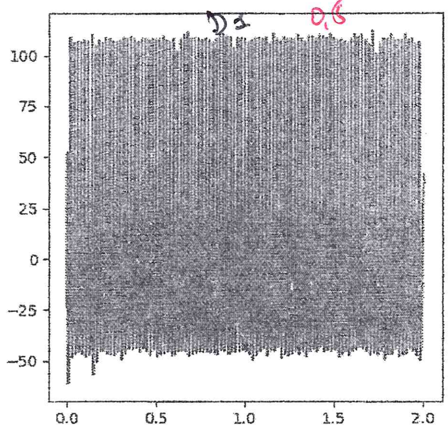

→ fe = 500Hz

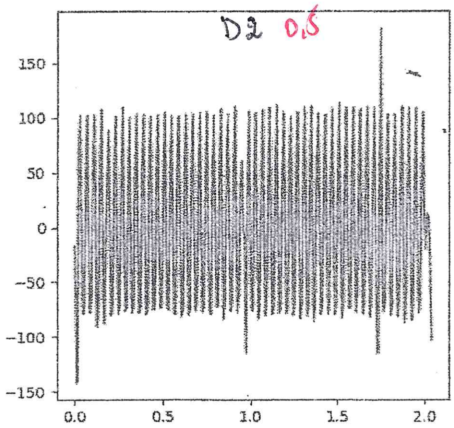
On veut analyser et traiter le signal bruité par différentes opérations (**A noter que les 4 parties suivantes sont indépendantes**). Faire attention aux figures : **Mettre des valeurs sur les axes.**

**Partie 1:** **/ 6.5**

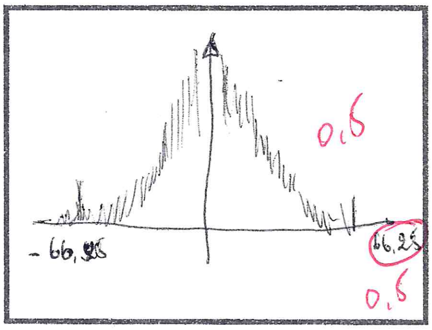
En analysant le signal par les ondelettes discrètes dyadiques, nous avons obtenu les graphes suivants :

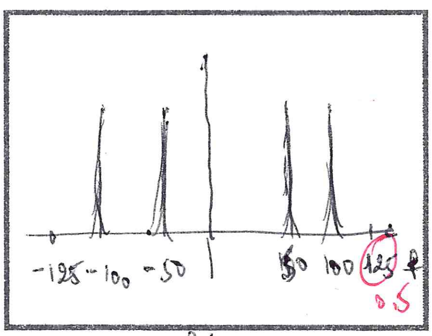


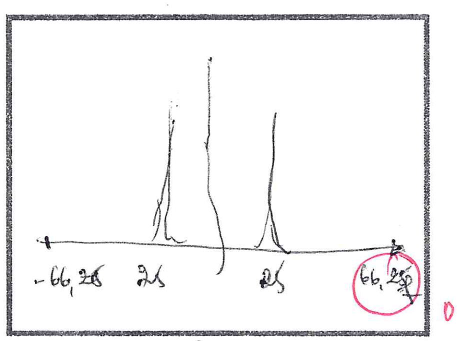




1. Identifier pour chacun des 3 signaux : le signal (approximé ou détail),le niveau de décomposition : 1.5
2. Pour chacun des 3 signaux, esquisser le module de la TFD : 3




fe'' = 125 Hz fe' = 250 Hz fe'' = 125 Hz

3. Proposer une solution pour supprimer le bruit (explication détaillée) : 1
4. Une fois le bruit éliminé, on veut décimer le signal, quel est le facteur de décimation maximal que l'on peut considérer sans pertes d'informations. Donner alors la décomposition polyphases finale : 1

**Exercice 1** 5

Concevoir un filtre numérique passe-haut en employant la transformation bilinéaire. Le filtre analogique normalisé est un filtre de second ordre de Butterworth $H_N(p) = \frac{1}{p^2+\sqrt{2}\,p+1}$ . Les spécifications sont $f_c = 4kH$ avec $f_e = 20kHz$

**1.** Déterminer H(z).

**2.** Donner le tracé des pôles et zéros, en déduire un tracé approximatif de H(f)

**3.** Comparer les pulsations de coupure analogique et numérique et donner la raison des différences.

1°. $H_N(p) = \frac{1}{p^2+\sqrt{2}p+1}$

$H(p) = H_N(p)\Big|_{p=\frac{\omega_A}{p}} = \frac{p^2}{\omega_A^2+\sqrt{2}\omega_A p + p^2}$ 0.5

$\omega_A = \frac{2}{T_e} tg\left(\pi \frac{f_N}{f_e}\right)$

$= \frac{2}{Te} tg\left(\frac{\pi.4.10^3}{20.10^3}\right) = \frac{2}{Te}\, 0.727$ 0.5

$H(p) = \frac{p^2}{\left(\frac{2}{Te}\right)^2(0.727)^2 + \sqrt{2}\frac{2}{Te}0.727p + p^2}$

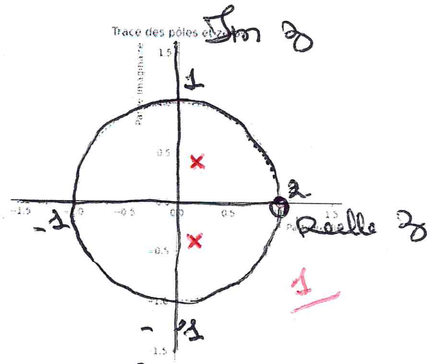
$H(z) = H(p)\Big|_{p=\frac{2}{Te}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$

$H(z) = \frac{(2/Te)^2(1-z^{-1})^2/(1+z^{-1})^2}{\cancel{\left(\frac{2}{Te}\right)^2}0.53 + \cancel{\frac{2}{Te}}1.03\cancel{\frac{2}{Te}}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + \left(\frac{2}{Te}\right)^2\frac{(1-z^{-1})^2}{(1+z^{-1})^2}}$

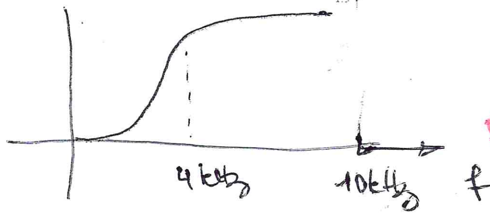
$= \frac{(1-z^{-1})^2}{0.53(1+2z^{-1}+z^{-2}) + 1.03(1-z^{-2}) + (1-2z^{-1}+z^{-2})}$

$= \frac{(1-z^{-1})^2}{2.56 - 0.94z^{-1} + 0.5z^{-2}}\,\frac{z^2}{z^2}$

$= \frac{(1-z^{-1})^2}{(z-0.18-0.4j)(z-0.18+0.4j)}$ 1.5




1




0.5

3°. $\omega_A = 2\pi f_A = \frac{2}{Te} tg(\pi f_N/f_e)$

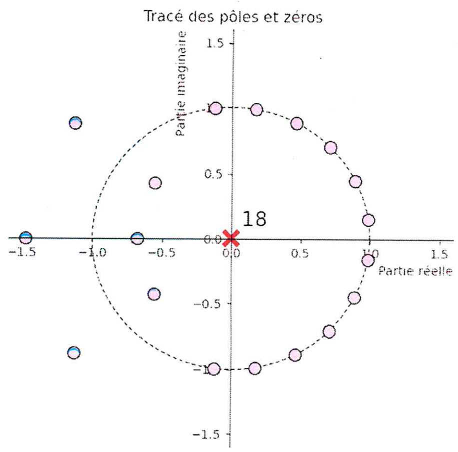
$\Rightarrow f_A = \frac{f_e}{\pi}.\, 0.727 = 4628\ Hz$

$f_A > f_c$ 0.5

$p = \frac{2}{Te}\frac{z-1}{z+1}$ approximation des séries de Laurent 0.5

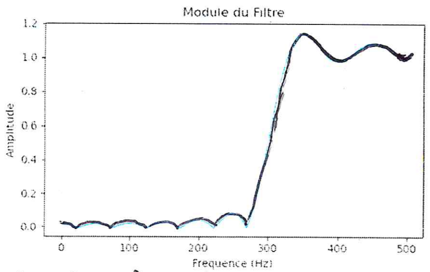
**Exercice 2** 4,5

Un filtre numérique a été conçu par la méthode des fenêtres (Fenêtre rectangulaire)
Le tracé des pôles et zéros est donné ci-contre :




**1.** Donner un tracé approximatif de la réponse fréquentielle ($f_e = 1kHz$).
**2.** En déduire la nature du filtre et déterminer approximativement $f_c$.
**3.** Donner l'expression de la réponse impulsionnelle h(n) et tracer la approximativement.
**4.** Ce filtre est-il à retard de groupe constant ? (Justifier)

1°



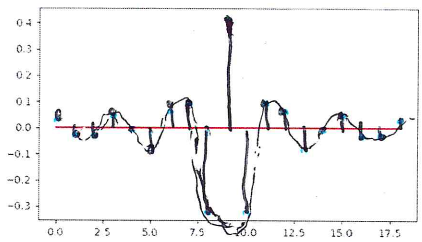

0.5

2° passe-haut avec $fe = 300Hz$

0.5 0.5

3° $h(n) = \delta(n) - fc \operatorname{sinc}(n fc)$

0.5



h(n)

0.5

$f_{cn} = fc / fe/2 = 300/600 = 0.6$

$h(n) = \delta(n) - 0.6 \operatorname{sinc}(0.6 n)$

$-9 \leq n \leq 9$ 0.5

$N = 19$ 0.5

$h(18) = h(9)$
$h(17) = h(8)$
$h(0) = h(-9)$ 0.5

4° h(n) symétrique ⇒ RG constant
0.5

**Exercice 3** 6

Soit le processus aléatoire $x(t)=s(t)+b(t)$ où $s(t)$ est un signal aléatoire SSL tel que $R_s(\tau) = 9e^{-\frac{|\tau|}{3}} + 4$

b(t) est un bruit blanc décorrélé de $s(t)$

1. Déterminer les statistiques d'ordre 1 du signal $s(t)$
2. Montrer que $x(t)$ est stationnaire au sens large, puis calculer sa DSP

~~3.~~ Ce signal est transmis à travers un canal $h(t)$ qui a pour réponse fréquentielle $H(f) = \prod_{10}(f)$

3. La sortie $y(t)$ est-elle stationnaire au sens large ? Si oui calculer sa DSP et tracer la.
4. On suppose que $s(t)$ et $b(t)$ suivent une loi Gaussienne, expliquer pourquoi $y(t)$ suivra alors une loi Gaussienne.

1°- $\begin{cases} R_s(0) = \mu_s^2 + \sigma_s^2 = 9+4 \Rightarrow \sigma_s^2 = 9 \\ R_s(\infty) = \mu_s^2 \Rightarrow \mu_s^2 = 4 \Rightarrow \mu_s = 2 \end{cases}$ 0.5

2°- $\mu_x(t) = E\{x(t)\} = E\{s(t)\} + \cancel{E\{b(t)\}}_{0}$ 0.5 bb

$= \mu_s = 2$ 0.5

$R_x(t,\tau) = E\{x(t)\, x^*(t-\tau)\}$

$= E\{[s(t)+b(t)][s^*(t-\tau)+b^*(t-\tau)]\}$

$= R_x(\tau) + R_b(\tau) + E\{b(t)s^*(t-\tau)\} + E\{s(t)b^*(t-\tau)\}$ décor 0.5

$= R_x(\tau) + R_b(\tau) + 2\,\cancel{\mu_b}_{0}\,.\,\mu_s$

$= fct(\tau)$ 0.5

$\begin{cases} \mu_x(t) = 2 = cste \\ R_x(t,\tau) = fct(\tau) \end{cases} \Rightarrow x(t)$ SSL 0.5

$S_x(f) = TF\{R_x(\tau)\}$

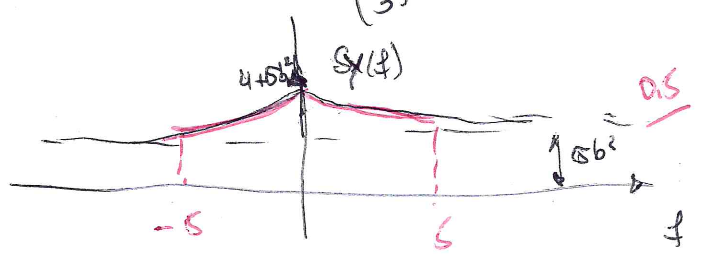
$= TF\{9e^{-\frac{|\tau|}{3}} + 4 + \sigma_b^2\,\delta(\tau)\}$

$= \dfrac{9/6}{(\frac{1}{3})^2 + 4\pi^2 f^2} + 4\delta(f) + \sigma_b^2$ 0.5

3° $x(t)$ SSL transmis à travers un SLIT $\Rightarrow$ sortie $y(t)$ SSL 0.5

$S_y(f) = |H(f)|^2\, S_x(f)$

$= \prod_{10}(f) \,.\, \left( \dfrac{9/6}{(\frac{1}{3})^2 + 4\pi^2 f^2} + 4\delta(f) + \sigma_b^2 \right)$ 0.5




0.5

4°- $x(t) = s(t) + b(t)$

$x(t)$ est une combinaison linéaire de 2 Gaussiennes ~~des~~ $x(t)$ suit une loi Gaussienne 0.5

$y(t) = \int x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau$

$\Rightarrow$ sortie combinaison linéaire de l'entrée

$\Rightarrow y(t)$ suit une loi Gaussienne 0.5