

Exercice 1 : / 7.5

On a décomposé un signal $x(n)$ échantillonné à $f_e = 1\text{kHz}$ par l'ondelette de Haar

$h_0 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ au niveau 2. Le signal **décomposé** est [13, 18, -2, 0, $-1/\sqrt{2}$, $-1/\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 0]

20

On veut reconstruire le signal,

1. Donner le schéma de reconstruction
2. Donner l'expression des filtres f_0 et f_1 . Lequel représente la fonction d'échelle et lequel la fonction d'ondelette (Justifier)
3. Identifier les signaux décomposés a_2, d_2 et d_1 et donner pour chacun la fréquence d'échantillonnage.
4. **Reconstruire** le signal original
5. Vérifier que l'énergie se conserve à chaque niveau
6. Quelles sont les différences entre les filtres orthogonaux et bi-orthogonaux

0.5 pt

1 pt

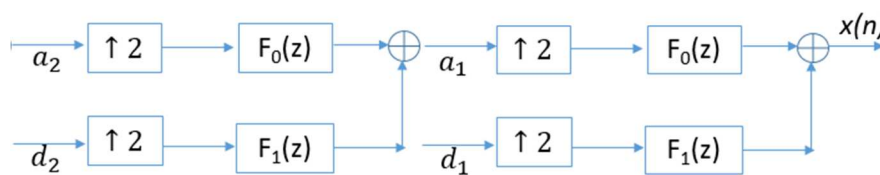
1.5 pts

2 pts

1.5 pt

1 pt

1.



2. $f_0 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \rightarrow$ Echelle $f_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right] \rightarrow$ Ondelette (signe opposé)

3. $a_2 = 13, 18,$ $d_2 = -2, 0,$ et $d_1 = -1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0$
 d_1 500Hz d_2 et $a_2 \in [-125, 125]$ 250 Hz

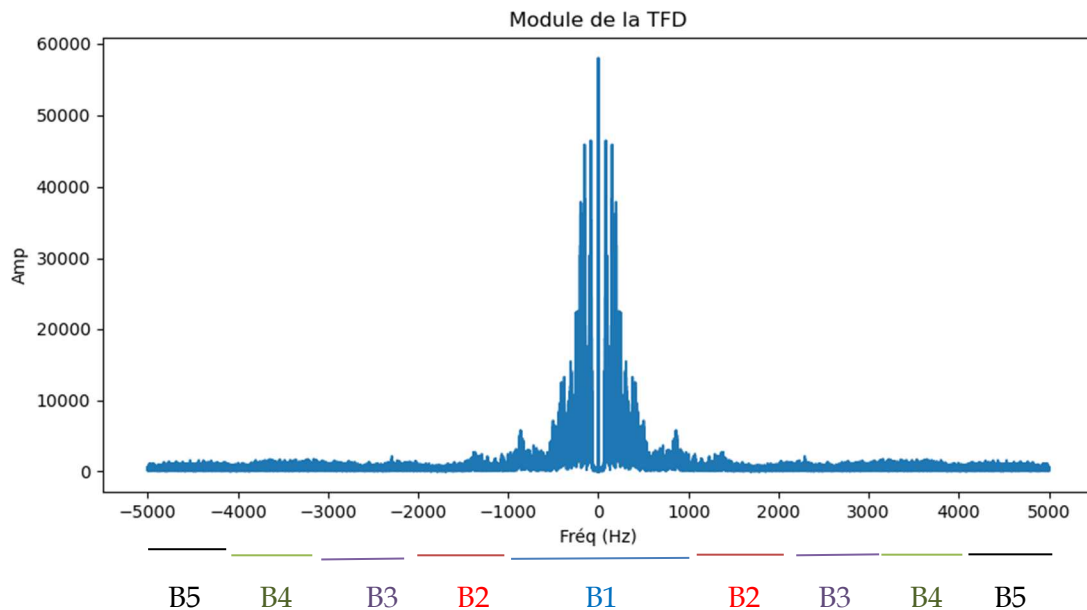
4. [5,6,7,8,10,8,9,9]

5. $E_1=500$ $E_2=500$ $E_3=500$

6. Bi-orthogonaux : 2 filtres différents et symétriques

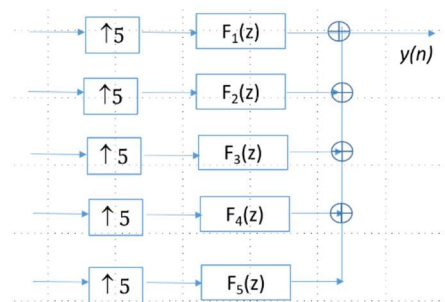
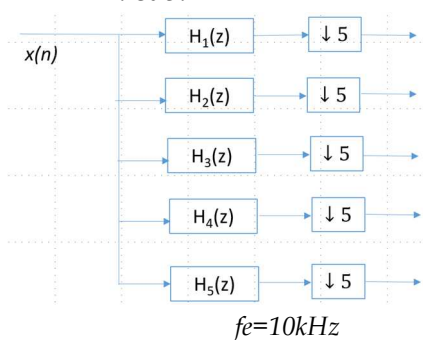
Exercice 2 : / 5

Le signal $x(n)$ dont le module de la TFD en décibels est donnée ci-dessous a subi une décomposition en sous-bandes ($N=5$)



1. Donner le schéma de décomposition en précisant la f_e à la sortie de chaque filtre. 1.
2. Identifier sur la figure ci-dessus la bande de fréquence à la sortie de chaque filtre. 1 pt
3. Donner les intervalles en fréquence de chaque bande avant décimation. 1 pt
- On se propose de coder chaque sous-bande par un nombre de bits différents en se basant sur l'énergie dans chaque bande. 1 pt
4. Identifier la bande nécessitant le plus de bits et celle nécessitant le moins de bits (Justifier). 1 pt
5. Donner le schéma de reconstruction. 1 pt

1. et 5.



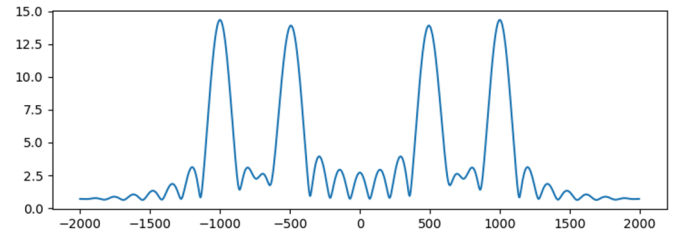
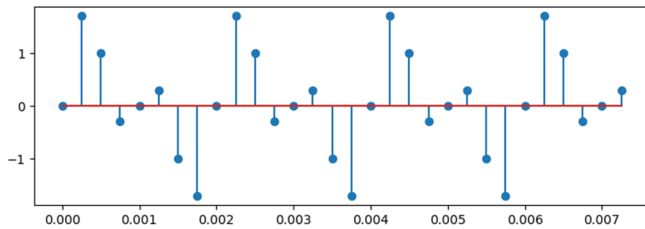
2. B1 (Amplitude élevée + variation $\rightarrow$ plus d'énergie)

B5 (Amplitude faible $\rightarrow$ moins d'énergie)

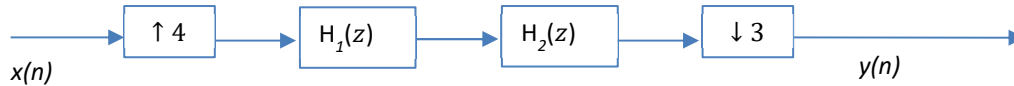
Exercice 3

7.5

Les premières valeurs du signal numérique $x(n)$ et le module de sa TFD sont donnés ci-dessous :

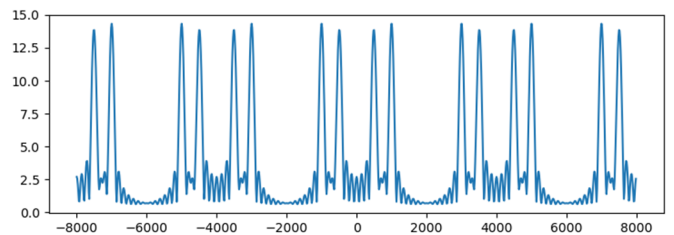
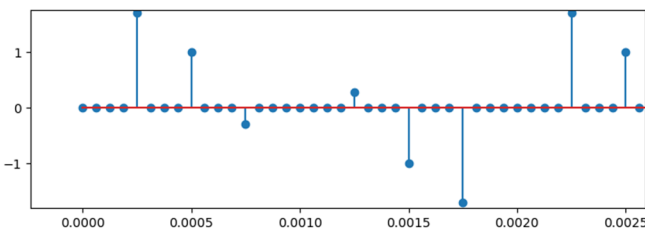


Il a subi le traitement suivant

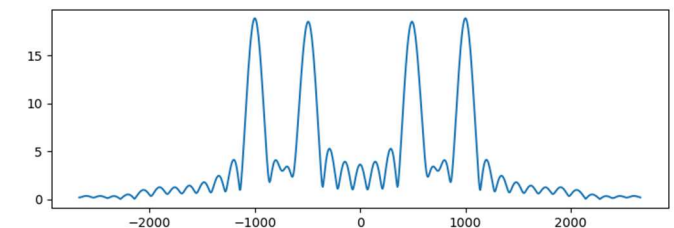
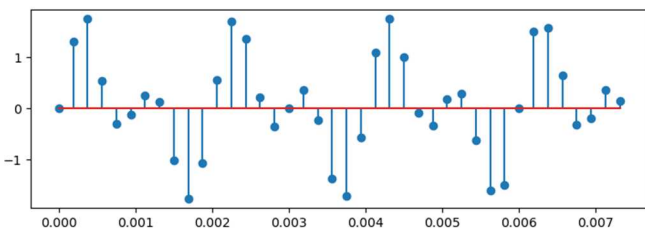
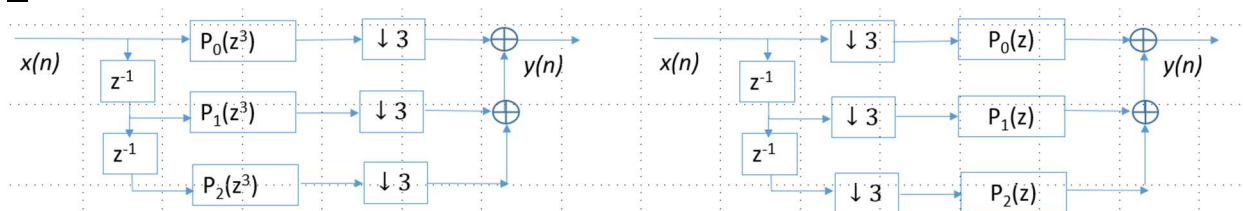


1. Donner la fréquence d'échantillonnage à la sortie de chaque bloc. 1 pt
2. Donner la nature des filtres employés ainsi que les fréquences de coupure et commenter. 1 pt
3. Expliquer le rôle des filtres employés. 1 pt
4. Tracer le signal obtenu et le module de sa TFD après l'interpolation sur quelques points 1.5 pt
5. Tracer le signal obtenu et le module de sa TFD après la décimation 1.5 pt
6. Donner la décomposition polyphases initiale et finale pour la décimation en donnant l'expression des filtres polyphases. 1.5 pt

1. $f_e = 4\text{kHz}$ $f'_e = 16\text{kHz}$ $f''_e = 16\text{kHz}$ $f'''_e = 16\text{kHz}$ $f''''_e = 5,333\text{ kHz}$
2. Filtres passe-bas $f_{c1} = f_e/2 = 2\text{ kHz}$ $f_{c2} = f'_e/(2*3) = 2,667\text{kHz}$ Garder le premier.
3. $H_1(z)$ Supprimer les spectres miroirs ... $H_2(z)$ Eviter le Repliement spectral
- 4.



5.

**6.**

$$H(z) = P_0(z^3) + z^{-1}P_1(z^3) + z^{-2}P_2(z^3)$$

$$P_0(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(3n)z^{-n} \quad P_1(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(3n+1)z^{-n}$$

$$P_2(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(3n+2)z^{-n}$$

Rappels $X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) e^{-2\pi j f n T_e}$

Fenêtres	Largeur Lobe Principale : Δf	Lobe prin -Lobe sec (db)	Largeur Bande Trans : $2\Delta f / f_e$	Atténuation en bande atténuée : Aa(db)
$w_{Rect}(n) = \Pi_N(n) = 1$ pour $ n \leq \frac{N-1}{2}$	$2f_e/N$	-13	$1.8/N$	21
$w_{Ham}(n) = \left(0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \Pi_N(n)$	$4f_e/N$	-41	$6.6/N$	53
$w_{Han}(n) = \left(0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right) \Pi_N(n)$	$4f_e/N$	-31	$6.2/N$	44
$w_{Black}(n) = \left(0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)\right) \Pi_N(n)$	$6f_e/N$	-57	$11/N$	74

$x(n)$	$X(z)$	RDC	$x(n)$	$X(z)$	RDC
$\delta(n)$	1	$\forall z$	$U(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z > 1$
$a^n U(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z > a $	$-a^n U(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z < a $
$na^n U(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z > a $			
$\cos(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{1-z^{-1} \cos(\omega_0)}{1-2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}$	$ z > 1$	$\sin(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{z^{-1} \sin(\omega_0)}{1-2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}$	$ z > 1$
$a^n \cos(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{1-az^{-1} \cos(\omega_0)}{1-2az^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $	$a^n \sin(\omega_0 n) U(n)$	$\frac{az^{-1} \sin(\omega_0)}{1-2az^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $

$$h(n) = f_c \sin c(\pi n f_c) \quad \text{pour } -(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2$$

Passe-bas	$p = p / \omega_A$	Passe-bande	$p = \frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right)$	Avec : Pulsation centrale $\omega_A = \sqrt{\omega_{A1} \omega_{A2}}$ Largeur de Bande $B = (\omega_{A2} - \omega_{A1})$
Passe-haut	$p = \omega_A / p$	Coupe-bande	$p = \left[\frac{1}{B} \left(\frac{p}{\omega_A} + \frac{\omega_A}{p} \right) \right]^{-1}$	

$H'(p)$	$H(z) = T_e H'(z)$
$\frac{1}{p+a}$	$T_e \frac{1}{1-e^{-aT_e} z^{-1}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$T_e \frac{1-e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e)}{1-2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$T_e \frac{e^{-aT_e} z^{-1} \sin(\omega T_e)}{1-2e^{-aT_e} z^{-1} \cos(\omega T_e) + e^{-2aT_e} z^{-2}}$

$$h_1(n) = -(-1)^n h_0(L+1-n) \quad 1 \leq n \leq L$$

$$f_0(n) = h_0(L+1-n) \quad f_1(n) = h_1(L+1-n)$$

$$|H_0(f)|^2 + |H_0(f \pm f_e/2)|^2 = 2 \quad |H_0(f)|^2 + |H_1(f)|^2 = 2 \quad H_0(f)H_1^*(f) + H_0\left(f \pm \frac{f_e}{2}\right)H_1^*\left(f \pm \frac{f_e}{2}\right) = 0$$

$$a_{j+1}[n] = \sum_k h_0[2n-k]a_j[k] \quad d_{j+1}[n] = \sum_k h_1[2n-k]a_j[k]$$

$$a_j[n] = \sum_k \{f_0[n-2k]a_{j+1}[k] + f_1[n-2k]d_{j+1}[k]\}$$