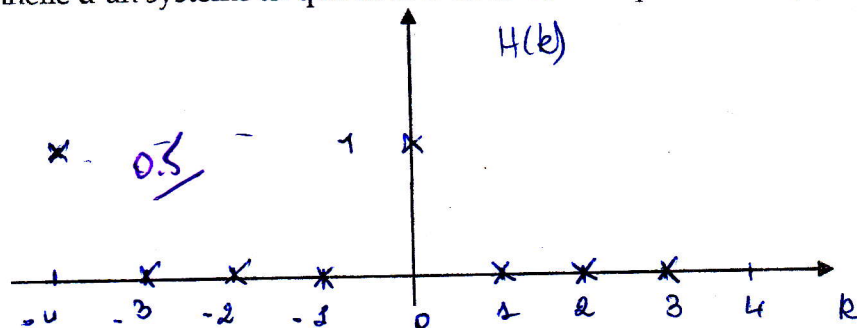


Exercice 1 :

Soit $h(n)$ la réponse impulsionnelle d'un système tel que sa TFD calculée sur 4 points est $H(0)=1$, $H(1)=0$, $H(2)=0$ et $H(3)=0$

1. Tracer $H(k)$ de -4 à 3

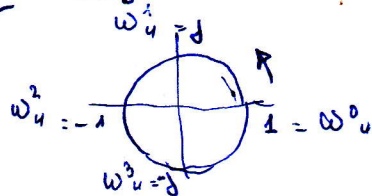


2. Déterminer $h(n)$ par la TFD⁻¹ pour $N=4$

$$\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ h(2) \\ h(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix}$$

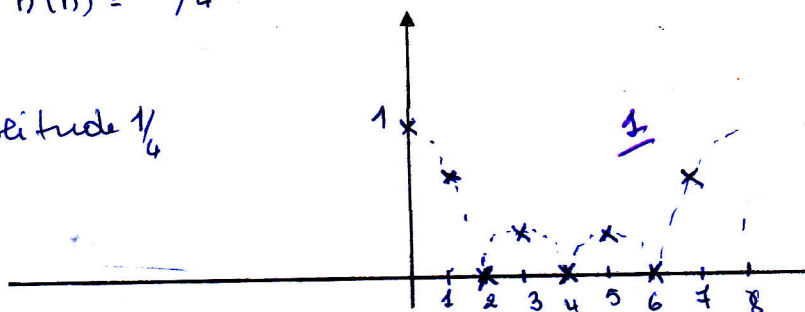
$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j \frac{2\pi}{N} nk} = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 H(k) e^{j \frac{2\pi}{4} nk}$$

$$h(n) = 1/4$$



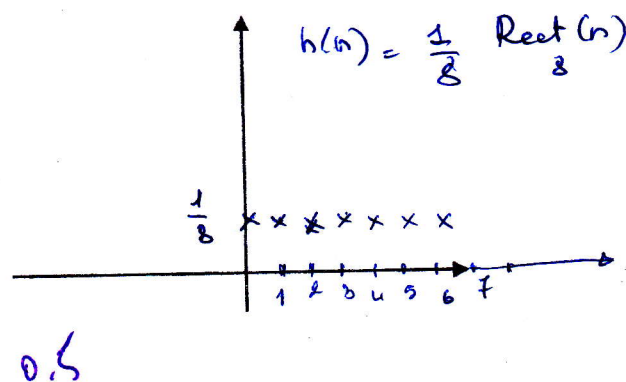
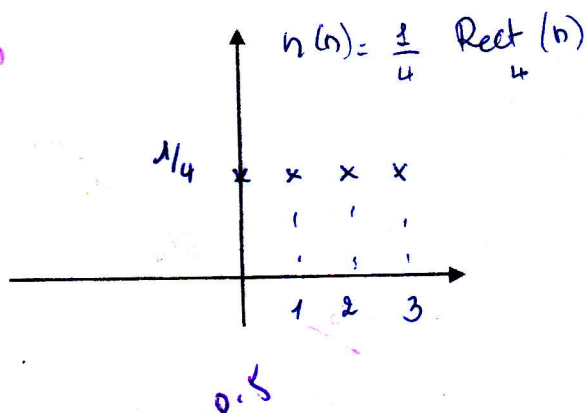
3. On rajoute à $h(n)$ 8 zéros, tracer à nouveau $H(k)$

$h(n)$ ~~Rect~~ de largeur 4 d'amplitude $1/4$



4. Trouver une forme générale de $h(n)$ en fonction de N et en donner un tracé approximatif pour $N=4$ puis $N=8$ en minimisant les calculs.

$$h(n) = \frac{1}{N} \text{Rect}_N(n)$$



Exercice 2 :

Soit l'équation aux différences finies suivantes :

$$y(n) = 0.9\sqrt{2}y(n-1) - 0.81y(n-2) + x(n) - \sqrt{2}x(n-1) + x(n-2)$$

1. Filtre RIF ou RII (justifier)

RTT $\rightarrow$ sortie dépend des sorties précédentes 0.5

2. Etudier a) la causalité, b) l'invariance et c) la linéarité de ce système en justifiant vos réponses.

- a) oui la sortie ne dépend pas d'une entrée future $y(n)$ et $x(n)$ et $x(n-2)$ 0.5
- b) oui coefficients constants ($0.9\sqrt{2}$, -0.81 , 1 , $-\sqrt{2}$) 0.5
- c) oui opérations linéaires (pas de puissance, expo, log, $1/k$, etc.) 0.5

3. Déterminer la fonction de transfert
- $H(z)$

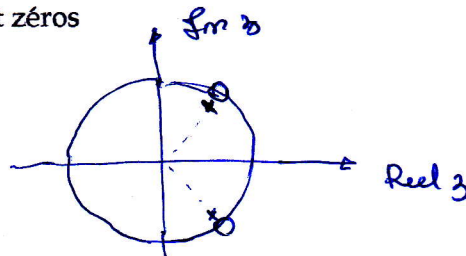
$$Y(z)(1 - 0.9\sqrt{2}z^{-1} + 0.81z^{-2}) = X(z)(1 - \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2})$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^2 - \sqrt{2}z + 1}{z^2 - 0.9\sqrt{2}z + 0.81}$$

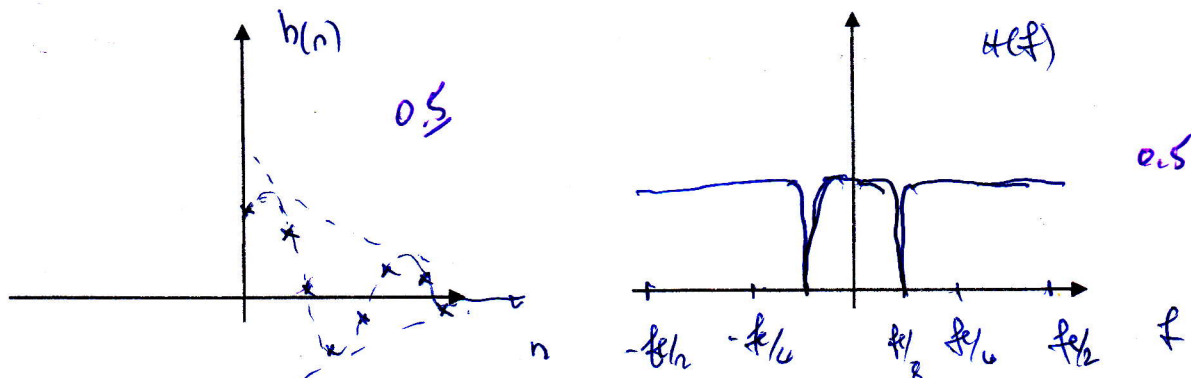
$$= \frac{(z - z_1)(z - z_1^*)}{(z - p_1)(z - p_1^*)}$$

où $\begin{cases} p_1 = 0.9e^{j\pi/4} \\ z_1 = e^{j\pi/4} \end{cases}$

4. Donner le tracé des pôles et zéros



5. Esquisser la réponse impulsionnelle
- $h(n)$
- et la réponse fréquentielle
- $H(f)$



6. Quel est la nature du filtre ?
- Coupe bande
- 0.5

7. Quel serait la sortie si on lui fournit comme entrée (prendre
- $f_c=1$
-)

$$x(n) = \cos(0.4\pi n) + 0.2 \sin(0.25\pi n) + 0.8 \sin(0.5\pi n)$$

$$f_0 = 0.2$$

$$f_1 = 0.125$$

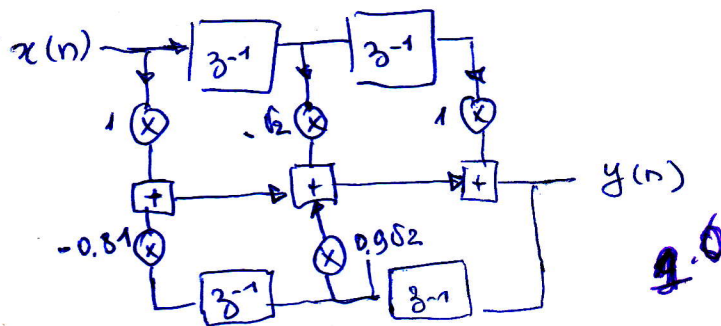
$$f_2 = 0.25$$

$$f_3 = 0.5$$

on $H(f)$ coupe $f_c/8 = 0.125$

$$\Rightarrow y(n) = \cos(0.4\pi n) + 0.8 \sin(0.5\pi n)$$

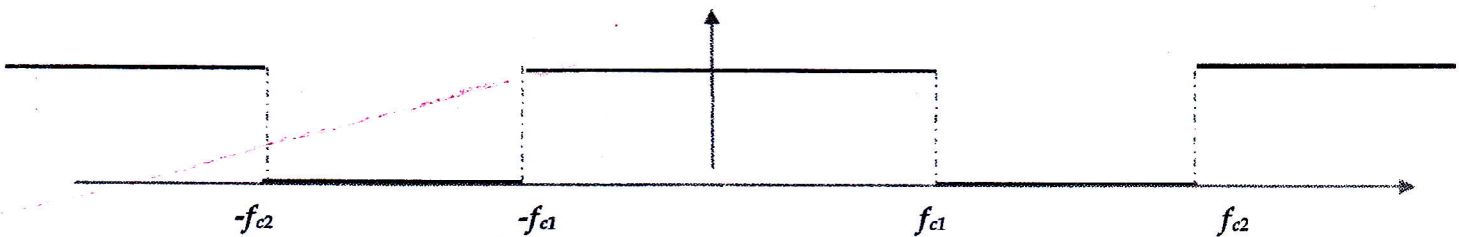
8. Donner la structure du filtre



Exercice 3

3.5

On suppose le filtre $h(n)$ dont le module du spectre $H(f)$ est donné ci-dessous :



On veut déterminer le filtre numérique $h(n)$ équivalent par la méthode des fenêtres. Le filtre doit répondre aux spécifications suivantes $f_{c1} = f_c/9$, $f_{c2} = f_c/7$ et une largeur de transition Δf la plus petite possible ($\Delta f \leq f_c/10$)

1. Donner l'expression de $h(n)$ exacte (avec application numérique)

filtre bande passante $h(n) = \begin{cases} (f_{c1} \text{ sinc}(f_{c1}n) - f_{c2} \text{ sinc}(f_{c2}n)) \pi n & n \neq 0 \\ 1 - f_{c1} + f_{c2} & n = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow h(n) = \begin{cases} (2/9 \text{ sinc}(2n/9) - 2/7 \text{ sinc}(2n/7)) \pi n & n \neq 0 \\ 1 - 2/9 + 2/7 = 0.5 & n = 0 \end{cases}$

Handwritten notes: $n=0$, 0.5 , 9 , 0.5 , 7 .

2. Calculer $h(0)$

$h(0) = 0.5$

3. Pourquoi emploie-t-on une fenêtre dans cette méthode, quel est alors l'inconvénient ?

Diminuer les oscillations en BP et BA

Inconvénient : zone de transition augmente $\Rightarrow$ mauvaise sélectivité ($\Delta f \uparrow$)

4. Entre cette méthode et celle de l'exercice 2, laquelle vous semble préférable (Justifier)

la première : moins de coefficients (6 au lieu de 9) donc plus rapide et pas d'oscillations