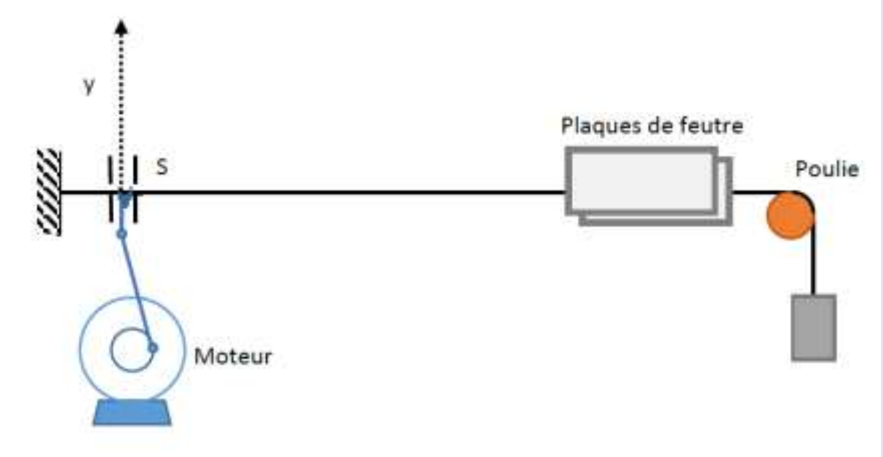
Code vibrante

Le dispositif représenté sur la figure ci-dessous permet de communiquer à l'extrémité S d'une corde tendu horizontalement, une vibration verticale d'équation $y = 5\sin(\omega t)\ \ (en\ cm)$. Le moteur utilisé à cet effet tourne à une vitesse 3600 tr/min



La vitesse des ondes transversales ainsi produites dans la corde de masse linéique μ subissent une tension F est donnée par : $V = \sqrt{F/\mu}$

1- La longueur totale de la corde est L=5 mètres et sa masse est m=100 grammes. Quel doit être la masse M du poids tenseur agissant sur le brin vertical de la corde, pour que la longueur d'onde des vibrations transversales de pulsation ω soit λ=1m
2- Juste avant la poulie, la corde est pressée à frottement doux entre deux plaques de feutres, empêchant toute réflexion de se produire.
   a. Ecrire l'expression en fonction du temps de l'élongation y(x,t) du point A tel que SA=x à l'instant t
   b. Donner les abscisses des points qui vibrent en phase avec la S et celles qui vibrent en opposition.de phase avec S.
   c. Représenter sur le même graphe le mouvement de S et le point situé à la distance SA=x dans l'intervalle [0 , 1/30 s]
   d. Représenter l'aspect de la corde sur un même graphe à l'instant t=0 et t=1/60 s entre x=0 et x=4 m.

<u>Solution proposée par Mr A. OUATIZERGA</u>

1°/ <u>La masse M</u>

La source S vibre selon la fonction : $y(t) = 5\sin(\omega t)$, la position de S est x=0

La fréquence *f* = nombre d'oscillations/s Or un tour du moteur correspond à une oscillation de S.
Donc f = *3600/60 = 60 Hz*

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{MgL}{m}}, \qquad L = 5m,\ \ m = 100g,\ \ \ \lambda = 1m$$

F est la tension appliquée à l'extrémité de la corde c'est-à-dire le poids de la masse M
μ est la masse linéique = la masse de la corde / sa longueur

$$\begin{cases} V^2 = \frac{F}{\mu} = \frac{MgL}{m} \\ V = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \end{cases} \Rightarrow \lambda^2 f^2 = \frac{MgL}{m} \Rightarrow \qquad \boxed{M = \frac{\lambda^2 f^2 m}{gl} = 7.34\ kg}$$

2°/

a) <u>L'expression y(t,x)   x = SA</u>

Comme l'onde se propage dans le sens des x croissant
L'expression de la fonction d'onde est la suivante :

$$y(t,x) = 5\sin(\omega\left(t - \frac{x}{V}\right))$$
$$y(t,x) = 5\sin(\omega t - \frac{\omega}{V}x)$$
$$y(t,x) = 5\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

b) <u>Les abscisses des points de la corde qui vibrent en phase avec S.</u>

En phase veut dire amplitudes égales avec S pour différentes valeurs de t.

$$s(t) = y(x,t)$$
$$5\sin(\omega t) = 5\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$
$$\omega t = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + 2n\pi$$
$$Les\ solutions\ sont \quad x_n = n\lambda \quad ,avec \quad n = 1,2,3,4\ et\ 5$$

(Longueur maximum ne doit pas dépasser 5m la longueur de la corde)

En opposition de phase veut dire amplitudes égales avec S mais de sens opposées pour différentes valeurs de t.

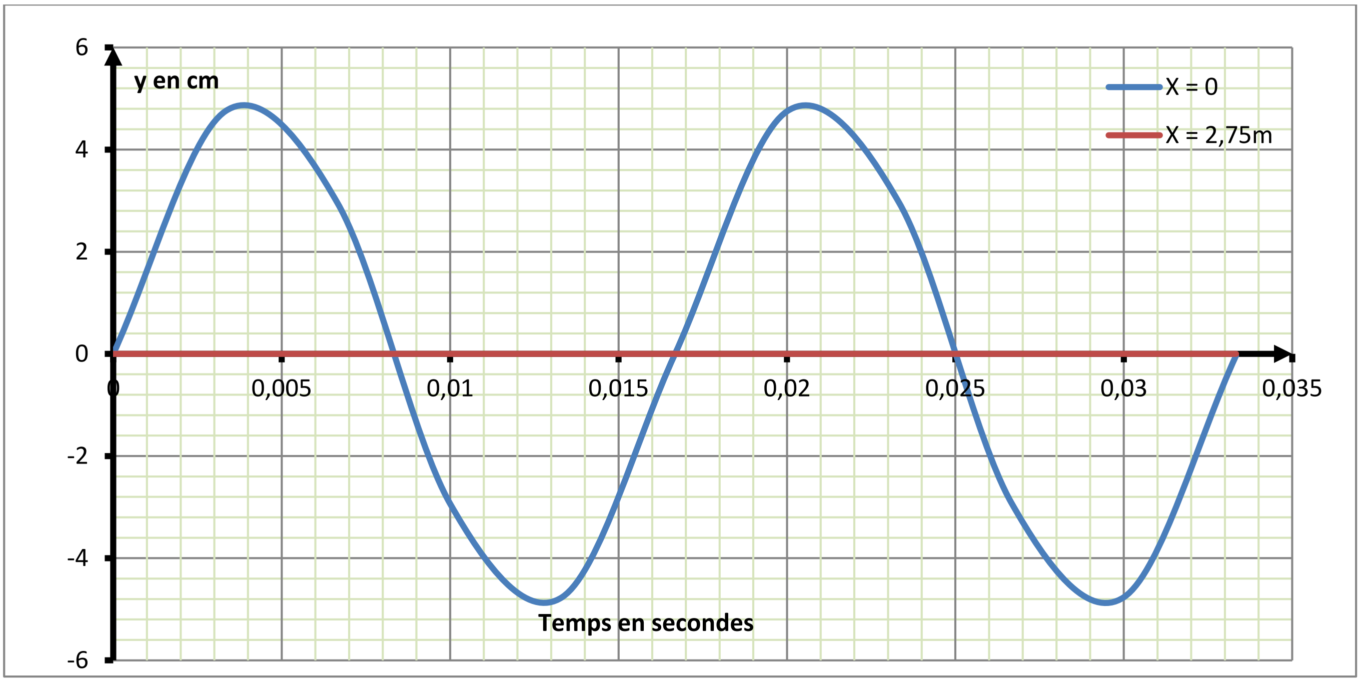
$$s(t) = y(x,t)$$
$$5\sin(\omega t) = 5\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$
$$\omega t = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + 2(n+1)\pi$$
$$Les\ solutions\ sont \quad x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad ,avec \quad n = \frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{7}{2}\ et\ \frac{9}{2}$$

c) <u>Mouvement des points S et A dans l'intervalle de temps [0, 1/30 s].</u>

Pour chaque graphe l'abscisse est constante pour S : x=0 et pour A :*x = 2.75m* et *t* variable appartenant à l'intervalle ci-dessus.

$$\omega = 2\pi f = 120\pi$$
$$Pour\ S: \quad y_s(t) = 5\sin(120\pi t)$$
$$Pour\ A: \quad y_A(t) = 5\sin\left(120\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}2{,}75\right)$$
$$= 5\sin(120\pi t - 5{,}5\pi)$$
$$= 5\sin(120\pi t - (6\pi - \pi/2))$$
$$= 5\cos(120\pi t)$$

Il faut faire attention au début de la vibration de A. L'onde met un temps t_A pour arriver à A.
$t_A = \frac{x}{v} = \frac{2.75}{\lambda}T = \frac{2.75}{1}\frac{1}{60} = 0.0458\ s$ Or 0.0458 > 1/30 s donc Le point A n'a pas commencer à vibrer à cet instant ; c'est un point fixe.



d) Aspects de la corde aux instants t=0 et t=1/60 dans l'intervalle spatiale [0,4m]

La fonction en un point quelconque à instant quelconque est

$$y(t,x) = 5\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

La fonction d'onde en t=0 : $\textit{la distance de propagation } x = 0 \textit{ donc } y = 0$

$$y(x) = 0$$

La fonction d'onde en t=1/60 :

$$y(x) = 5\sin(2\pi - 2\pi x)$$
$$y(x) = -5\sin(2\pi x)$$

Pour $t = \frac{1}{60} = T \quad donc \quad x = \lambda = 1m \quad la\ vibration\ ne\ dépasse\ pas\ 1m$