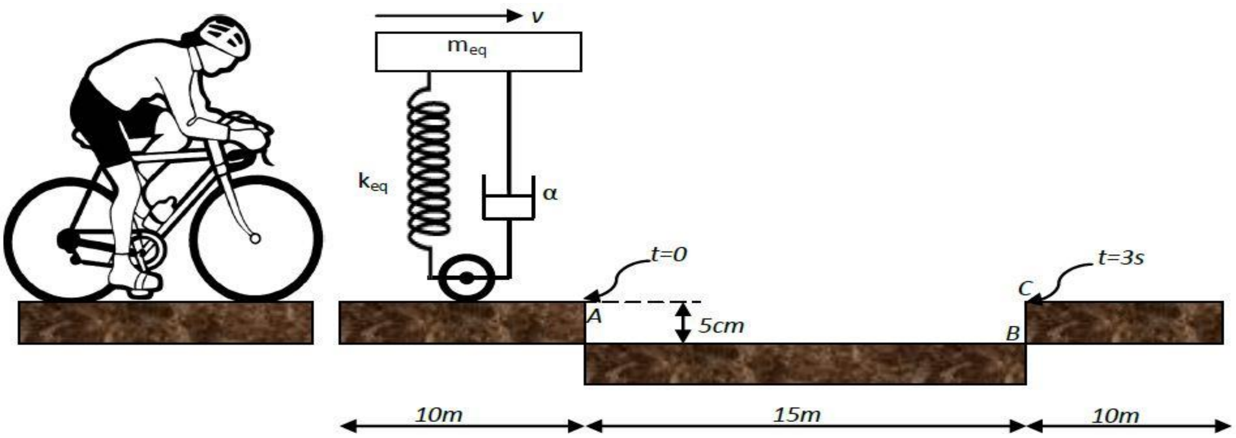
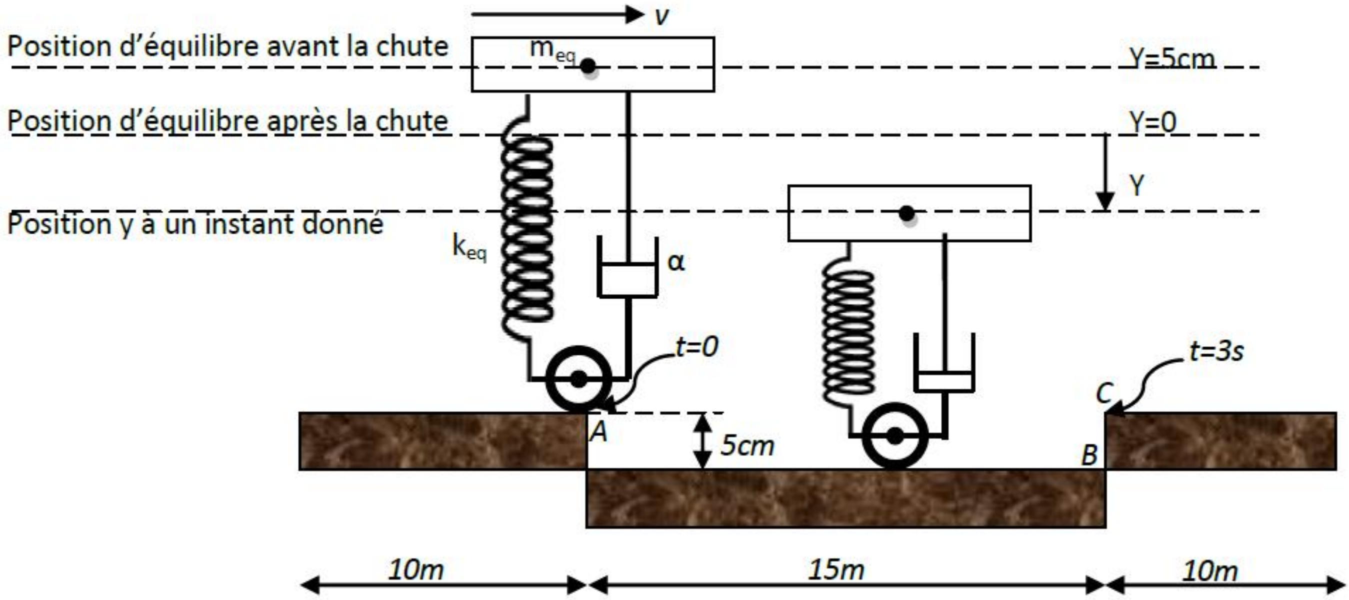
Un cycliste peut être modélisé par un système masse-ressort-amortisseur avec un poids, une raideur et une constante d'amortissement de 800N, 5OOOON/m et 1000 N.s/m, respectivement. Une pause différentielle de blocs de béton sur l'autoroute a causé le niveau de la surface de diminuer soudainement comme l'indique la figure 6. Si la vitesse de la bicyclette est de 5m/s (18km/h) déterminer le déplacement du cycliste dans la position verticale, supposez que la bicyclette était libre de toute vibration avant de subir ce changement dans la direction verticale. Ecrire la solution sous la forme $x(t) = A\,e^{-\delta t}\sin(\omega_a t + \phi)$ Ou ω_a est la pulsation des oscillations amorties.



Solution :



Le système est représenté à un l'instant t=0 et a un instant donné de son mouvement

$$T = \frac{1}{2} m_{eq}\dot{x}^2, \quad U = \frac{1}{2} k_{eq} x^2, \quad D = \frac{1}{2}\alpha\dot{x}^2 \quad \rightarrow \quad x + 2\delta x + \omega_n^2 x = 0$$

$$\delta = \frac{\alpha}{2m_{eq}} = \frac{1000}{2\ \times 80} = \frac{25}{4}\frac{s}{m} = 6{,}25\ s^{-1},$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} = \sqrt{\frac{50000}{80}} = 25\ rad.s^{-1}$$

$$\rightarrow\ \ \delta \ll \omega_n \rightarrow r\acute{e}gime\ pseudo - p\acute{e}riodique$$

$$x(t) = A\,e^{-\delta t}\sin(\omega_a t + \phi)\ \ avec\ \omega_a = \sqrt{\omega^2 - \delta^2} \approx 24\ rad.s^{-1}$$

Les conditions initiales sont :

$$x(0) = 0{,}05$$

$$\dot{x}(0) = \ 0$$

$A sin\phi = 0{,}05$ (1)

$\dot{x}(t) = Ae^{-\delta t}(-\delta\sin(\omega_a t + \phi) + \omega_a\cos(\omega_a t + \phi))$

$$-\delta\sin(\phi) + \omega_a\cos(\phi) = 0 \quad (2)$$

De l'équation (2) nous avons $tan\phi = \frac{\omega_a}{\delta} = 3.95 \rightarrow \phi = 75° = 1.3228\ rad$

$on\ remplace\ dans\ (1)\ \ \ A = \frac{0.05}{\sin(\phi)} = 0.051$

$x(t) = 0.051\ e^{-6.13t}\sin(24t + 1.32)$