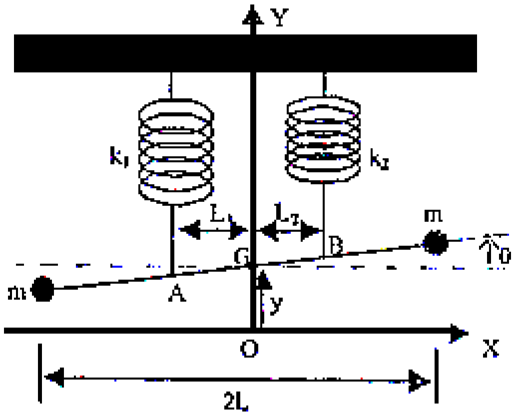
- Oscillations forcées :

Exo 2 :

1°)



$$A(-L_1\cos\theta, y - L_1\sin\theta)$$

$$B(L_2\cos\theta, y + L_2\sin\theta)$$

$$\textit{masse de gauche}\ :\ m(-L\cos\theta, y - L\sin\theta)$$
$$\textit{masse de droite}\ :\ m(-L\cos\theta, y + L\sin\theta)$$
$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2},$$
$$\sin\theta = \theta$$

2°)

Les composantes de vitesses :

$$\textit{masse de gauche}\ :\ m(L\dot\theta\ , \dot y - L\dot\theta)$$
$$\textit{masse de droite}\ :\ m(L\dot\theta, \dot y + L\dot\theta)$$

$$T = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad U = \frac{1}{2}k_1(y - L_1\theta)^2 + \frac{1}{2}k_2(y + L_2\theta)^2$$
$$T = m\dot y^2 + mL^2\dot\theta^2$$
$$L = m\dot y^2 + mL^2\dot\theta^2 - \frac{1}{2}k_1(y - L_1\theta)^2 - \frac{1}{2}k_2(y + L_2\theta)^2$$

$$\begin{cases} 2m\ddot y + (k_1 + k_2)y + (k_2L_2 - k_1L_1)\theta = F_0\cos(\omega t) \\ 2mL^2\ddot\theta + (k_2L_2^2 + k_1L_1^2)\theta + (k_2L_2 - k_1L_1)y = 0 \end{cases}$$

3°)

Centre de masse G immobile se traduit par y = constante *quelque soit la variable t*

Le terme en y devient égal à zéro le terme en y devient une constante,
de la première équation on obtient la solution $\theta(t) = \theta_0\cos\omega t + cste$

La deuxième équation devient $2mL^2\ddot\theta + (k_2L_2^2 + k_1L_1^2)\theta = 0$ en normalisant l'équation on obtient

$$\ddot\theta + \omega^2\theta = 0 \quad \text{où } \omega^2 = \frac{k_1L_1^2 + k_2L_2^2}{2mL^2} \quad \text{et la solution } \theta = \theta_0\cos(\omega t + \phi)$$

Or ω est la pulsation d'excitation. Pour que les solutions des deuxéquations concordent et soient identiques il faut que $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k_1L_1^2+k_2L_2^2}{2mL^2}}}$

Avec

$$\theta_0 = \frac{\mathrm{F_0}}{\mathrm{k_2L_2 - \ k_1L_1}} \quad et \ \ y = 0$$

$$\boxed{Nature\ du\ mouvement :\ \ Régime\ harmonique\ sinusoïdal.}$$

4°)

$k_1 L_1 = k_2 L_2$

Les deux équations différentielles deviennent comme suit :

$$\begin{cases} 2m\ddot{y} + \ (k_1 + k_2)y = F_0 \cos(\omega t) \\ 2mL^2\ddot{\theta} + \ (k_2L_2^2 + \ k_1L_1^2)\theta \ \ = 0 \end{cases}$$

La première équation est un oscillateur à un degré forcé sans amortissement solution permanente (solution homogène nulle) est égale à la solution particulière et est donc $y = A\ cos(\omega t + \phi) \ \ avec\ A = \frac{F_0}{2m(\omega_0^2 - \omega^2)} \ \ et \ \ \phi = 0$

La seconde équation est un mouvement harmonique sinusoïdal libre de solution $\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \gamma) \ \ \ avec\ \theta_0 et\ \gamma$ sont deux constantes déterminés à partir de s coditions initiales.