USTHB, Faculté de Physique
Module : Vibrations & Ondes Mécaniques

Juin 2015

Epreuve de rattrapage (durée 1h 30mn)

Exercice 1:

Partie 1 : système à 01 degré (10points)

Une poulie de moment d'inertie J_0, constituée de 2 disques homogènes de rayons respectifs r et R, peut tourner librement autour d'un axe fixe (Δ) passant par son centre o (figure 1).
Cette poulie est reliée à 2 ressorts de raideur k et k_0 fixés à des bâtis fixes et à un amortisseur de coefficient visqueux α comme l'indique la figure 1.
Le ressort n'étant pas déformé à l'équilibre, on l'écarte d'un angle θ_0 petit puis on le lâche. L'enregistrement de son déplacement angulaire $\theta(t)$ est montré sur le graphe de la figure 2.

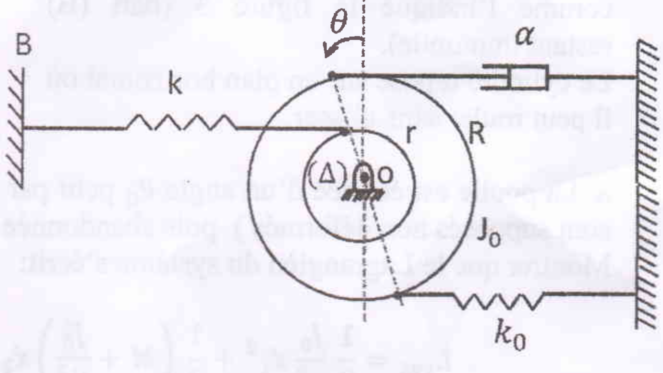

Figure 1

1/

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement en précisant l'expression de la pulsation propre ω_0 de la poulie et du facteur d'amortissement δ.

b) Calculer le décrément logarithmique (Dec) et le facteur d'amortissement δ.
En déduire la valeur de la pulsation propre ω_0 de la poulie.

c) Déterminer les valeurs du coefficient visqueux α et de la raideur k_0 du ressort.

d) Donner l'expression du déplacement angulaire θ en fonction du temps en tenant compte des conditions initiales.

On donne : R=25 cm, r=10 cm, J_0=5 kg.m^2, $k = 810^4 N/m$.

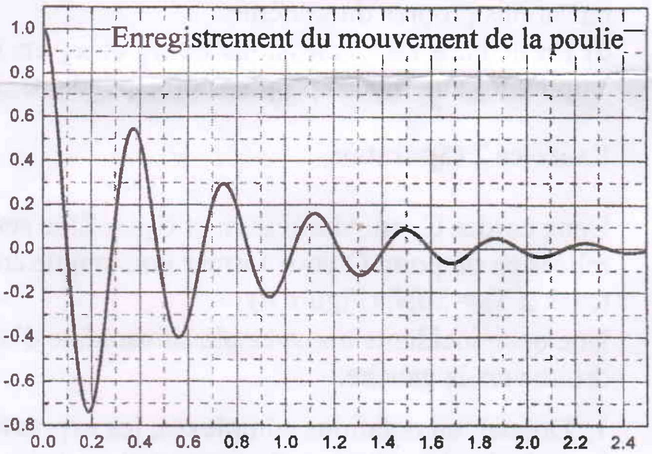

Figure 2

2/

Le bâti (B) est maintenant soumis à un déplacement horizontal sinusoïdal : $s(t) = s_0 cos\omega t$.

a) Etablir l'équation du mouvement.

b) Donner l'expression de la réponse $\theta(t)$ en régime permanant en précisant l'amplitude des oscillations en fonction de ω.

c) Quelle valeur choisir de l'amplitude d'oscillation du bâti s_0 afin que l'amplitude maximale θ_{max} soit $^{\pi}/_{10}$ rd ?

Partie 2 : système à 02 degrés (5points)

La poulie du système précédent est maintenant reliée à un cylindre homogène de rayon R et de masse M par l'intermédiaire du ressort de raideur k_0, attaché au disque de rayon r de la poulie comme l'indique la figure 3 (bâti (B) restant immobile).
Le cylindre repose sur un plan horizontal où il peut rouler sans glisser.

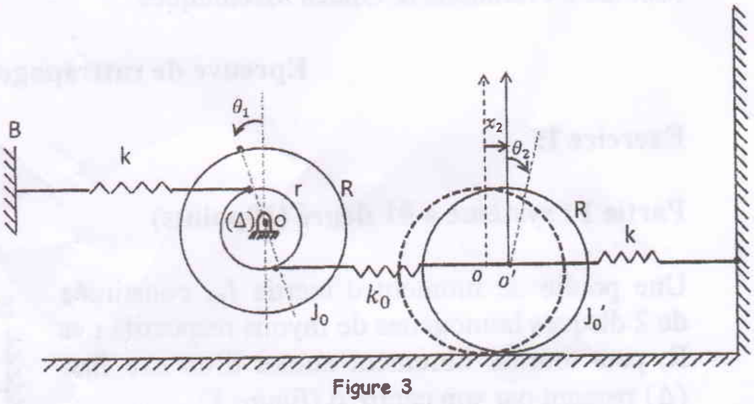

Figure 3

a/ La poulie est écartée d'un angle θ_0 petit par rapport à la position d'équilibre (tous les ressorts sont supposés non déformés) puis abandonnée sans vitesse initiale.
Montrer que le Lagrangien du système s'écrit:

$$L_{sys} = \frac{1}{2}\frac{J_0}{r^2}\dot{x_1}^2 + \frac{1}{2}\left(M + \frac{J_0'}{R^2}\right)\dot{x_2}^2 - \frac{1}{2}(k + k_0)({x_1}^2 + {x_2}^2) + k_0 x_1 x_2$$

où : $x_1 = r\theta_1$, $x_2 = R\theta_2$ et J_0' est le moment d'inertie du cylindre.
b) Etablir les équations différentielles du mouvement en x_1 et x_2.
c) En supposant : $\frac{J_0}{r^2} = M_{eq} = M + \frac{J_0'}{R^2}$, réécrire les équations du mouvement puis déterminer les pulsations propres du système.
d) En déduire les expressions de x_1 et x_2 en fonction du temps, en précisant les rapports des amplitudes aux modes propres correspondants.

Exercice 2 (5points):

Deux cordes C₁ en Aluminium et C₂ en Zinc semi-infinies, de même diamètre d = 1mm, sont reliées en un point O pour former une longue corde tendue horizontalement avec une force de tension T_0 = 50N. (Figure 4).
Une onde incidente transversale sinusoïdale d'amplitude A_i et de pulsation ω se propage de droite vers la gauche.

1. Donner, en notations complexes, les expressions des ondes dans les deux cordes.
2. Calculer les vitesses de propagation des ondes V1 et V2 dans les deux cordes C1 et C2 respectivement.
3. Etablir l'expression du coefficient de réflexion en utilisant les conditions de continuité au point O.
4. Quelles sont les valeurs numériques des coefficients de réflexion et de transmission.

On donne les masses volumiques $\rho_{Al} = 2.70 \times 10^3 kg.m^{-3}$, $\rho_{Zn} = 7.15 \times 10^3 kg.m^{-3}$

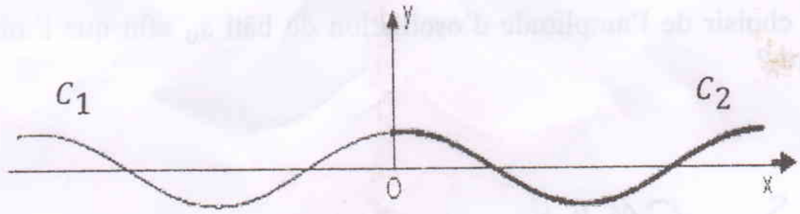

Figure 4