Série 2 - LE PRISME

Exercice 1

Un prisme de section ABC, d'angle au sommet A=60° et d'indice de réfraction n=1.5, baigne dans l'air (n'=1).

1) Calculer l'angle d'émergence i', d'un rayon lumineux qui aborde le prisme avec un angle d'incidence i=30°.
2) Tracer la marche de ce rayon incident.

Solution de l'exercice 1

Nous aurons besoin de ces trois équations du prisme :

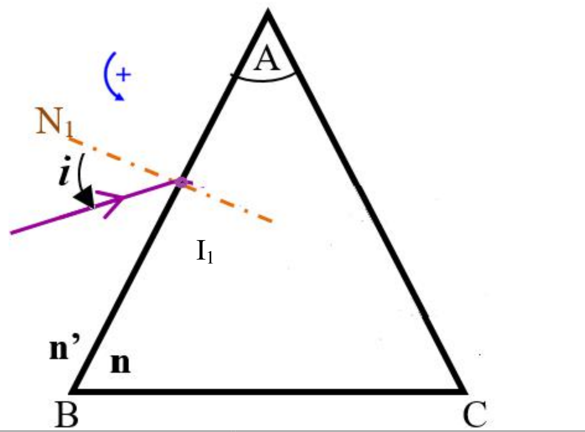
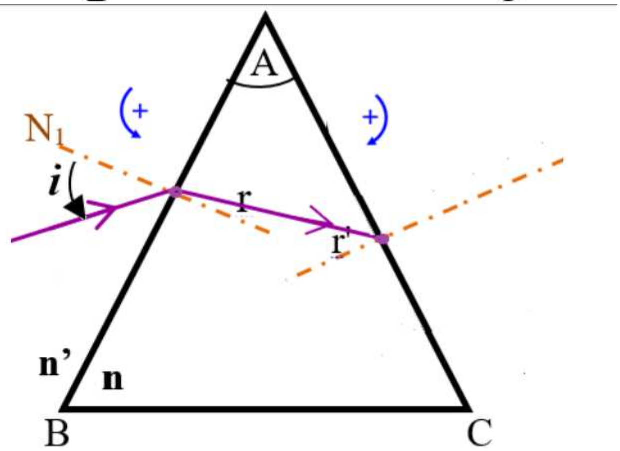
$$n_{air} \sin i = n \sin r \qquad (1)$$

$$n \sin r' = n_{air} \sin i' \qquad (2)$$

$$r + r' = A \qquad (3)$$

Les données de l'exercice sont :

A=60°
n_{air}=1
n=1.5
i=30°

Calculs	Le tracé de la marche du rayon lumineux
Calcul de r : d'après l'équation (1) *Incidence en* I_1 : $n_{air} \sin i = n \sin r$ $\sin r = \frac{n_{air} \sin i}{n} = \frac{1 \ \sin 30}{1.5} = 0.333$ r= asin (0.333) r= 19°.47	
Calcul de r' : d'après l'équation (3), $r + r' = A \Rightarrow r' = A - r = 60 - 19.47$ $r' = 40.53°$	

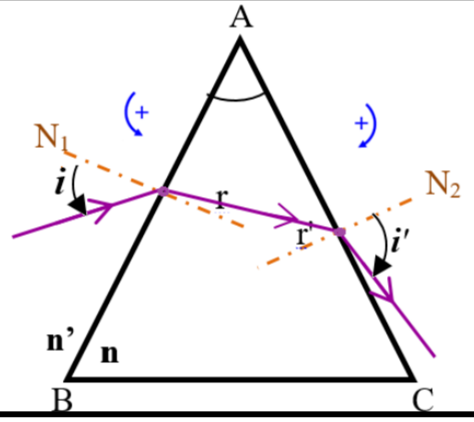
Calcul de i' : d'après l'équation (2) ;

$n \sin r' = n_{air} \sin i'$

$\sin i' = \frac{n \sin r'}{n_{air}} = \frac{1.5 \sin(40°.53)}{1} = 0.97$

$i' = \text{asin}(0.97)$

$i' = 77°.09$



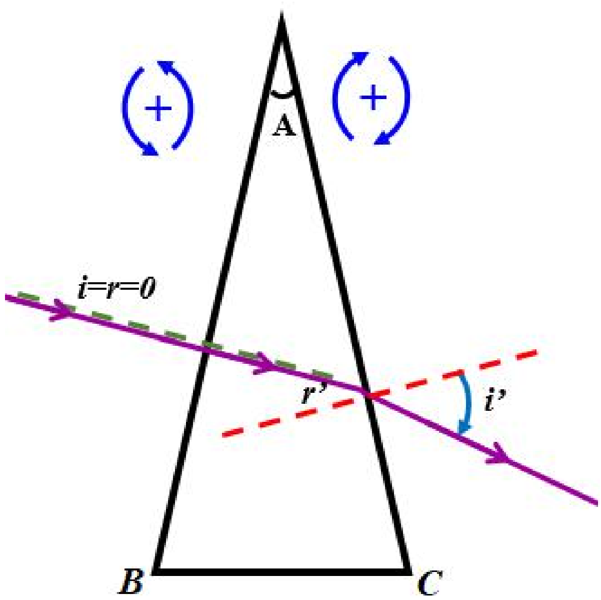
Exercice 2

Un rayon lumineux monochromatique aborde un prisme d'angle au sommet A=30°, d'indice de réfraction n = 1,5 et placé dans l'air ($n'=n_{air}=1$).

1) Déterminer les angles d'incidence i, d'émergence i' et de déviation totale D_t, dans chacun des cas suivants :
   - a- à l'incidence normale,
   - b- à l'incidence rasante,
   - c- au minimum de déviation,
   - d- à l'émergence normale et
   - e- à l'émergence rasante
2) Tracer le graphe $D_t = f(i)$, représentant la variation de la déviation totale que subit le rayon incident, en fonction de l'angle d'incidence i.

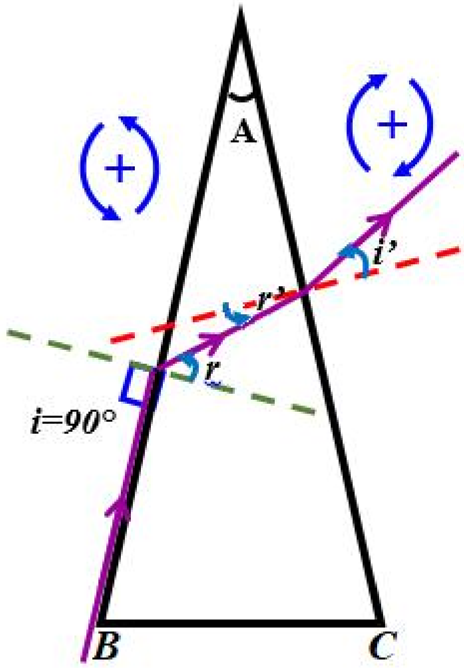
Solution de l'exercice 2

a. Incidence normale



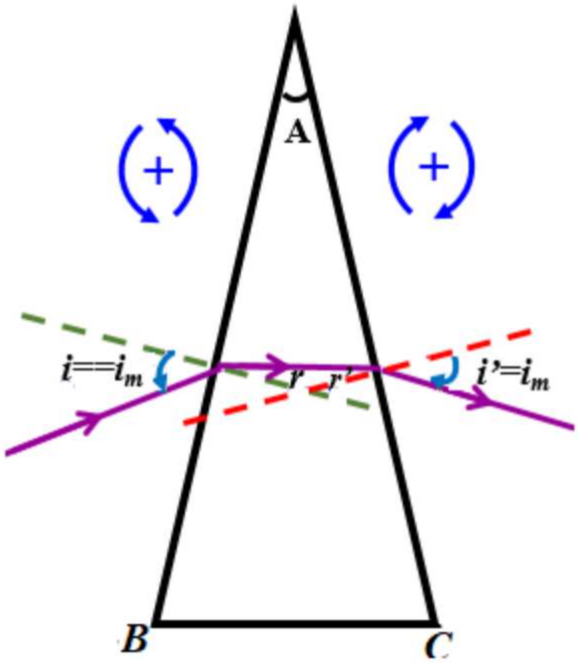
L'angle d'incidence i	***i=0* : donné par l'énoncé**
L'angle de la première réfraction r	$n_{air} \sin i = n \sin r$ $\sin r = \frac{n_{air} \sin i}{n} = \frac{1 \sin 0}{1.5} = 0$ $r = \text{asin}(0)$ $r = 0$
L'angle de la deuxième incidence r'	$r + r' = A$ $r' = A - r = 30 - 0 = 30°$ $r' = 30°$
i'= ? on a:	$n \sin r' = n_{air} \sin i'$ $\sin i' = \frac{n \sin r'}{n_{air}} = 0.75$ $i' = \text{asin}(0.75)$ $i' = 48°.59$

b. Incidence rasante



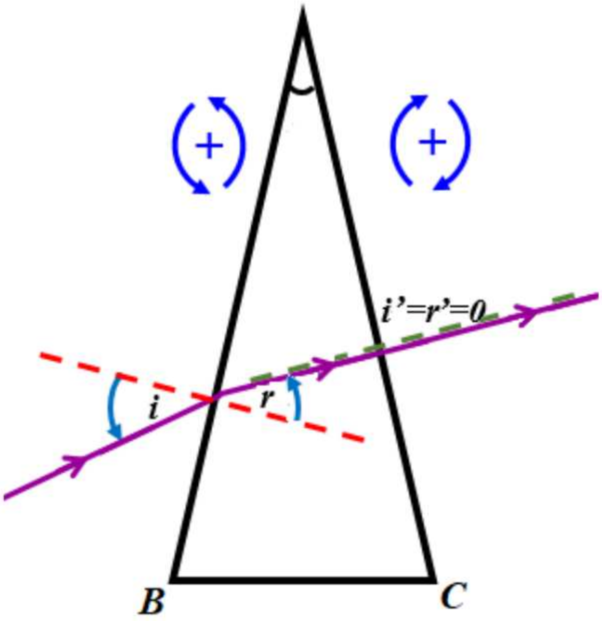
L'angle d'incidence i	$i=90°$
L'angle de la première réfraction r	$n_{air} \sin i = n \sin r$ $\sin r = \frac{n_{air} \sin i}{n} = \frac{1 \sin 90}{1.5} = 0.666$ r=a sin(0.666) r= 41°,81
L'angle de la deuxième incidence r'	$r + r' = A$ $r' = A - r = 30 - 41{,}81 = -11{,}81°$ $r' = -11{,}81°$
L'angle d'émergence i'	$n \sin r' = n_{air} \sin i'$ $\sin i' = \frac{n \sin r'}{n_{air}} = \frac{1.5 \sin(-11.81)}{1} = -0.307$ i '= asin (- 0.307) i '= -17°.88

c. Minimum de déviation



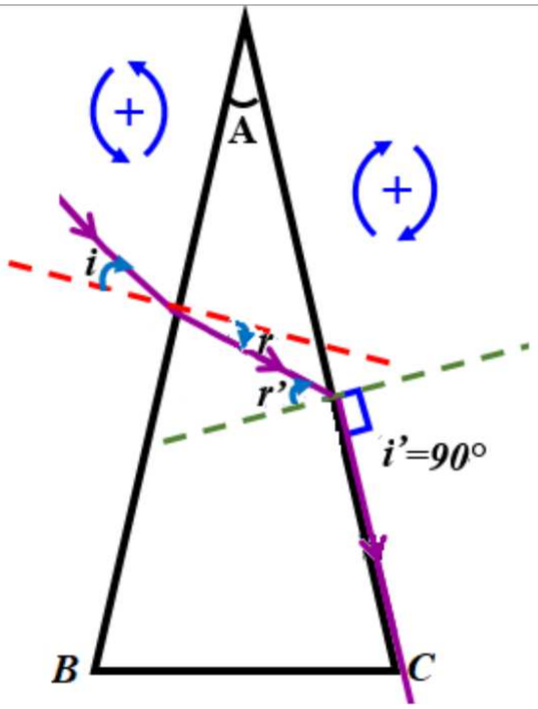
L'angle d'incidence i	$i = i' = i_m$
L'angle de la première réfraction r	$i = i'$, $r = r'$ $\Rightarrow$ $r = r' = A/2$ $r = r' = \frac{A}{2} = 15°$
L'angle de la deuxième incidence r'	$r = r' = \frac{A}{2} = 15°$
L'angle d'émergence i'	$i = i' = i_m$ $n \sin r' = n_{air} \sin i_m$ $\sin i_m = \frac{n \sin \frac{A}{2}}{n_{air}} = \frac{1.5 \sin 15}{1}$ $\sin i_m = 0.388$ $i_m = \text{asin}(0.388)$ $i_m = 22°84$

d. **Emergence Normale : i'=90 :** c'est l'inverse du cas d'incidence normale



	L'angle d'incidence i	Principe du retour inverse de la lumière : $i = 48.59°$
	L'angle de la première réfraction r	Principe du retour inverse de la lumière : $r = 30°$
	L'angle de la deuxième incidence r'	Principe du retour inverse de la lumière : $r' = 0°$
	L'angle d'émergence i'	Principe du retour inverse de la lumière : $i' = 0°$

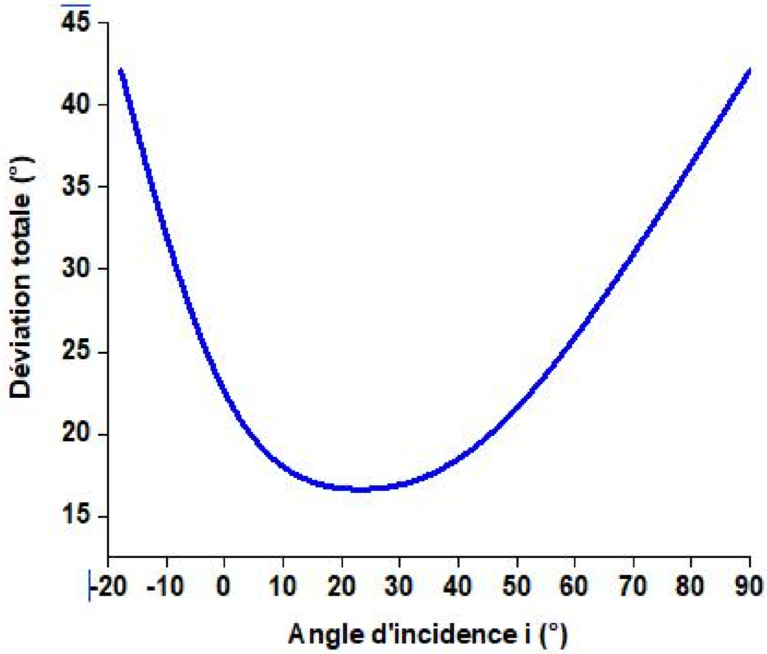
e. **Emergence rasante : i'=90° :** c'est l'inverse du cas d'incidence rasante



	L'angle d'incidence i	Principe du retour inverse de la lumière : $i = -17.88°$
	L'angle de la première réfraction r	Principe du retour inverse de la lumière : $r = -11{,}81°$
	L'angle de la deuxième incidence r'	Principe du retour inverse de la lumière : $r' = 41{,}81°$
	L'angle d'émergence i'	Principe du retour inverse de la lumière : $i' = 90°$

2. Déviation totale en fonction de l'incidence : $D_T = i + i' - A = i + i' - 30$

Incidence i	Emergence i'	Déviation totale $D_T = i+i'-A$
-17.88	90	42.12
0	48.59	18.49
22.84	22.84	15.68
48.59	0	18.59
90	-17.88	42.12



<u>Exercice 3</u>

Un prisme d'angle au sommet A=30° et de section droite ABC est abordé perpendiculairement à sa face AB par un rayon lumineux monochromatique. Le prisme baigne dans l'air (n'=1).

A la sortie du prisme, la déviation totale subie par ce rayon lumineux est $D_T = 30°$.

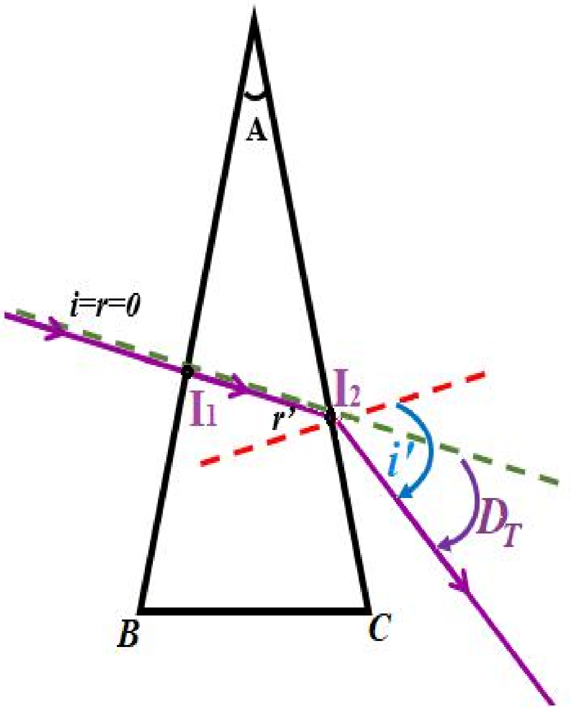
1) Déterminer l'indice de réfraction **n** du prisme.
2) Quelle serait la déviation minimale D_{min}, dans un prisme de même substance et d'angle au sommet A'= 60°.

Le prisme baigne dans l'air (n'=1).

<u>Solution de l'exercice 3</u>

1) Calcul de l'indice de réfraction du prisme :

Les données de l'exercice, dont nous disposons, sont : A=30° $n_{air}=1$ et $D_T=30°$ lorsque i=0°



Ecrivons les quatre équations du prisme

Incidence en I_1 : $1 \sin i = n \sin r$ (1)

Incidence en I_2 : $n \sin r' = 1 \sin i'$ (2)

$r + r' = A$ (3)

$D_T = i + i' - A$ (4)

Calcul de r et r' :

$n' \sin i = n \sin r$ (1)

$1 \sin 0 = n \sin r = 0$ $r = 0$

$r + r' = A$ (3)

$r' = A - r = A = 30$

On utilise l'équation (3) du prisme pour déterminer i'

$D_T = i + i' - A$ $i' = D_T + A - i$

$i' = 30 + 30 - 0 = 60°$

$i' = 60°$

On utilise la deuxième équation du prisme pour déterminer l'indice de réfraction **n** du prisme

$n \sin r' = n_{air} \sin i'$

$n \sin r' = n_{air} \sin i'$

$n = \frac{n_{air} \sin i'}{\sin r'} = \frac{1 \times \sin 60}{\sin 30} = \sqrt{\ } 1.732 = n$

2) Calcul de la déviation minimale D_{min}, dans un prisme de même substance et d'angle au sommet A'= 60°.

La déviation minimum correspond aux conditions suivantes :

$r = r' = \frac{A}{2} = \frac{60}{2} = 30°$

Lorsque $r = r'$ nous avons $i = i' = i_m$:

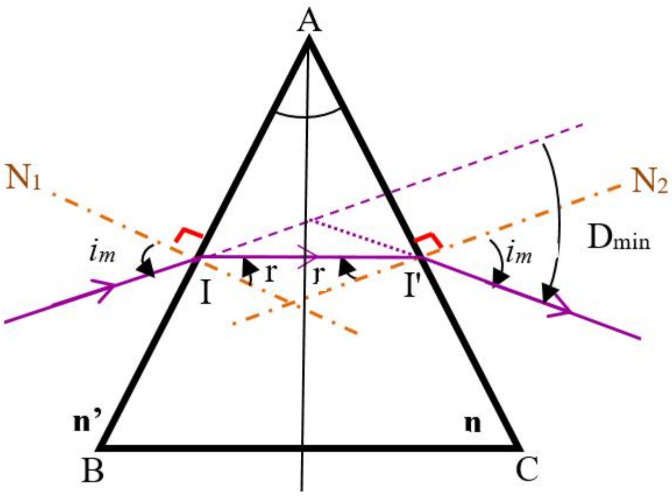
$n \sin r' = n_{air} \sin i' = n_{air} \sin i_m$

$\sin i_m = \frac{n \sin r'}{n_{air}} = \frac{1.732 \sin 30}{1} = 0{,}866$

$i_m = \text{asin}(0{,}866) = 60°$

La déviation minimale est donnée par la relation :

$D_{min} = 2i_m - A$, $D_{min} = 2 \times 60 - 60 = 60°$



Exercice 4

Un prisme ABC d'angle au sommet A = 70° et d'indice de réfraction n= 1.732, est abordé par un rayon lumineux monochromatique par sa face AB. Sachant que le prisme baigne dans l'eau (n'= 4/3) :

1) Calculer l'angle d'incidence minimale i_0, pour lequel l'émergence est rasante.
2) Calculer la déviation minimale D_{min} dans ce prisme.

Solution de l'exercice 4

1) Calcul de l'angle d'incidence i_0 pour lequel l'émergence est rasante :

Données de l'exercice

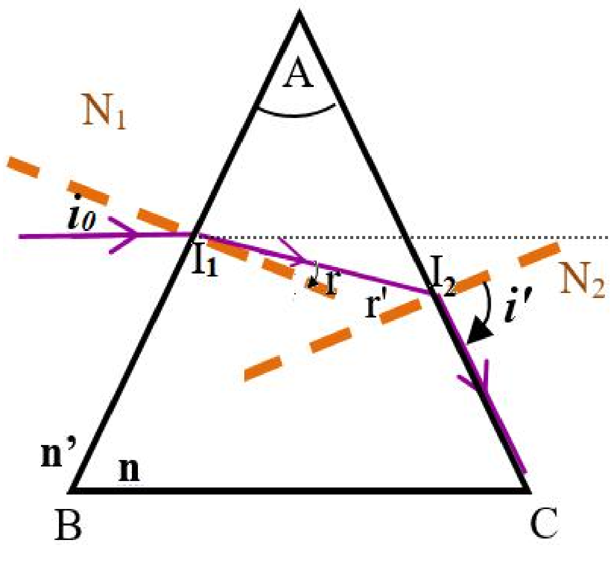
A=70° n'= 4/3 n=1.732 et i'=90° (émergence est rasante)

Ecrivons les quatre équations du prisme

$$\begin{aligned} &Incidence\ en\ I_1: && n'\sin i = n\sin r && (1)\\ &Incidence\ en\ I_2: && n\sin r' = n'\sin i' && (2)\\ & && r + r' = A && (3)\\ & && D_T = i + i' - A && (4) \end{aligned}$$

Nous avons la valeur de i', on doit calculer r, r' pour pouvoir ensuite déduire l'incidence i.

Lorsque l'émergence est rasante, nous avons i'=90°



Incidence en I_2 : $n \sin r' = n' \sin i'$

$$\sin r' = \frac{n'\sin i'}{n} = \frac{\frac{4}{3}\sin 90}{1.732} = 0{,}769$$

$$r' = \text{asin}(0{,}769) = 50°{,}338$$

$$A = r + r'$$

$$r = A - r'$$

$$r = 70 - 50.33 = 19{,}67°$$

$$Incidence\ en\ I_1: \quad n'\sin i_0 = n\sin r$$

$$\sin i_0 = \frac{n\sin r}{n'} = \frac{1.732\ \sin(19{,}662)}{\frac{4}{3}} = 0{,}437$$

$$i_0 = \text{asin}(0{,}437) = 25{,}92°$$

2) Calcul de la déviation minimale D_{min} dans ce prisme.

La déviation minimale est donnée par la relation :

$D_T = i + i' - A$

lorsque $\underbrace{i = i' = i_m \quad r = r' = \frac{A}{2}}_{\text{Cas de la deviation min imale}}$ $D_T = D_{min} = 2i_m - A$

$r = r' = \frac{A}{2} = \frac{70}{2} = 35°$

$i = i' = i_m$

$n \sin r' = n' \sin i_m$

$\sin i_m = \frac{n \sin r'}{n'} \quad \frac{1.732 \sin 35}{\frac{4}{3}} = 0{,}745$

$i_m = \text{asin} \quad (0{,}745) = 48.16°$

$D_{min} = 2i_m - A$

$D_{min} = 2x \ 48{,}165 - 70 = 26{,}33°$

$D_{min} = 26{,}33°$