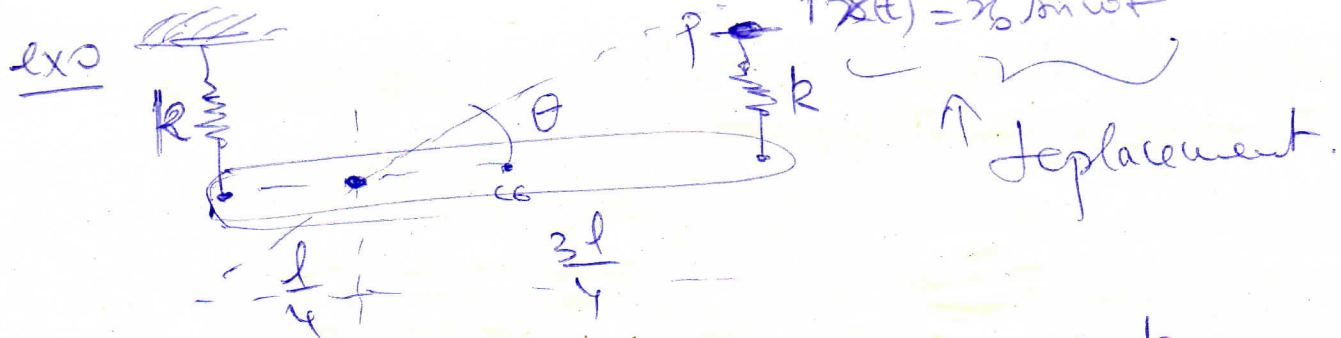




? Solution $\theta(t)$ en regime permanent

Selon la figure donnée, il n'y a pas d'amortissement & force extérieure

Donc eq de Lagrange s'écrit:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad \textcircled{I}$$

$$L = T - U$$

$$T = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2$$

où $I_0 = \int r^2 dm$ d'inertie de la barre par rapport à l'axe de rotation O.
 $I_0 = I_{CG} + m d^2$ (théorème de Huygens)
 $I_{CG} = \int r^2 dm$ d'inertie p.c. au C.G. (milieu) de la barre

$$T = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{4} \right)^2 \right] \dot{\theta}^2$$

$U = U_{el.}$ (forme quadratique).

$$U = \frac{1}{2} k \left(\frac{l}{4} \theta \right)^2 + \frac{1}{2} k \left(\frac{3l}{4} \theta - x(t) \right)^2$$

↑ ressort gauche

↑ ressort de droite (substit:
 + un allongement $x(t)$
 + une compression $\frac{3l}{4} \theta$)

$$\textcircled{I} \Rightarrow \left[\frac{m l^2}{12} + m \left(\frac{l}{4} \right)^2 \right] \ddot{\theta} + k \cdot \frac{3l}{4} \left(\frac{3l}{4} \theta - x(t) \right) + k \left(\frac{l}{4} \right)^2 \theta = 0$$

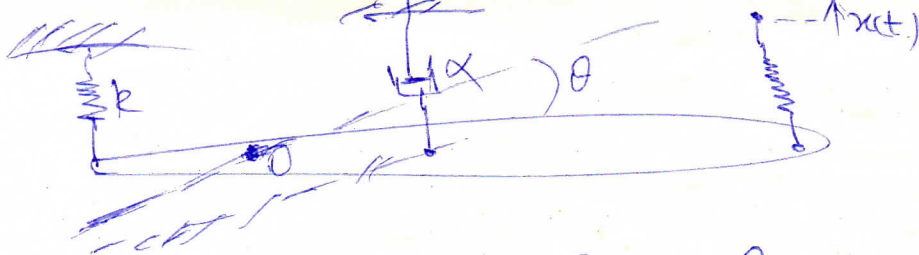
$$\frac{7 m l^2}{48} \ddot{\theta} + \frac{10}{16} k l^2 \theta = \frac{3}{4} k l \cdot x_0 \sin \omega t$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = A \sin \omega t$$

avec $\omega_0^2 = \frac{30}{7} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$; $A = \frac{36}{7} \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot \frac{x_0}{\ell}$

la solution $\theta(t) = \theta_0 \sin \omega t$

où $\theta_0 = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} = 1,566 \text{ rad}$



- rotation toujours % à 0.
- Pas de force extérieure
- Vitesse amortissement α .

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = - \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\theta}} \quad \textcircled{\text{II}}$$

$$T = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{4} \right)^2 \right] \dot{\theta}^2$$

$$U = \frac{1}{2} k \left(\frac{l}{4} \theta \right)^2 + \frac{1}{2} k \left(\frac{3}{4} l \theta - x(t) \right)^2$$

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{l}{4} \dot{\theta} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{II}} \Rightarrow \left[\frac{m l^2}{12} + m \left(\frac{l}{4} \right)^2 \right] \ddot{\theta} + k \left(\frac{l}{4} \right)^2 \theta + k \cdot \frac{3}{4} l \left(\frac{3}{4} l \theta - x(t) \right) = - \alpha \left(\frac{l}{4} \right)^2 \dot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7 m l^2}{48} \ddot{\theta} + \frac{l^2}{16} \dot{\theta} + \frac{10}{16} k l^2 \theta = \frac{3}{4} k l x_0 \sin \omega t$$

$$\ddot{\theta} + 2\delta \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = B \sin \omega t \quad \begin{array}{l} \text{eqt 2^e ordre} \\ \text{avec second membre} \end{array}$$

$$2\delta = \frac{3\alpha}{7m} ; \omega_0^2 = \frac{30}{7} \frac{k}{m} ; B = \frac{36}{7} \frac{k}{m} \frac{x_0}{l}$$

en régime permanent la rotation précède :

$$\theta(t) = A_{\text{reg}} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{or } A(\omega) = \frac{B}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\delta\omega)^2]^{1/2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{-2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

A. Numerical:

ans: $B = 90.131 \text{ rad}$

$\varphi = -0.578 \text{ rad.}$