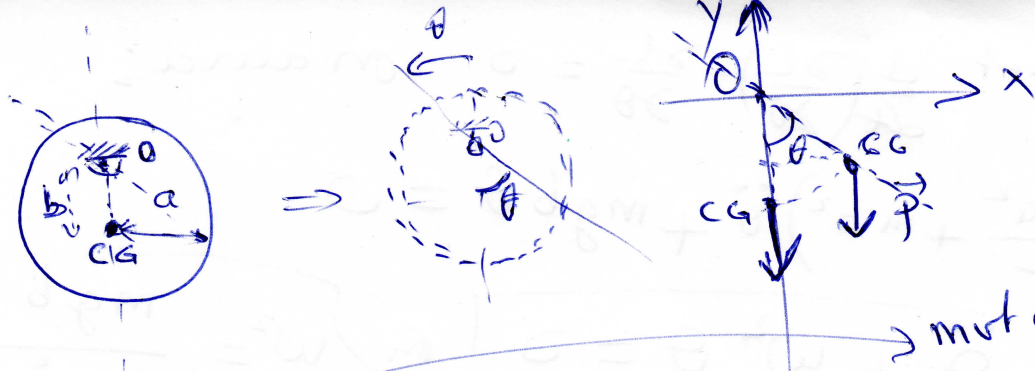


exo:



- le cylindre pivot autour du point "O"
- "O" est distant du centre de gravité "CG" de la distance "b".
- cylindre de rayon "a".

? Trouver fréquence naturelle du syst. c est mot oscillatoire

? ω_0 ? $(\omega_0 = 2\pi f_0)$

on doit trouver l'eqt de mot: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$

$L = T - U$ on $T =$ Energie cinétique de rotation

* $T = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2$ on $I_0 =$ mt d'inertie du cylindre / a axpt "O"

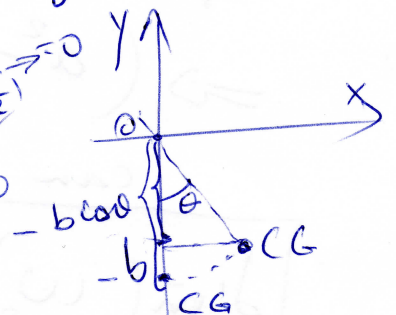
on applique théo de Huygens: $I_0 = I_{CG} + m b^2$

$I_{CG} =$ mt d'inertie du cylindre / a son centre de gravité "CG"

$I_0 =$ mt d'inertie du cylindre
 $m =$ masse du cylindre
 $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m a^2 + m b^2 \right) \dot{\theta}^2$

** $U =$ Epot de gravitation $= U_m$ j'applique $\vec{F} = -\vec{\nabla} U$
 $\Rightarrow -mg = -\frac{\partial U}{\partial y} \Rightarrow U_m = \int_{-b}^{-b \cos \theta} mg dy = -mg b \cos \theta + mg b + cte$
 $U_m = mg b (1 - \cos \theta) + cte \approx mg b \frac{\theta^2}{2} + cte \rightarrow 0$

d'où $L = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m a^2 + m b^2 \right) \dot{\theta}^2 - mg b \frac{\theta^2}{2} + cte \rightarrow 0$



eq du mt: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ on aura:

$$\left(\frac{ma^2}{2} + mb^2\right)\ddot{\theta} + mgb\theta = 0$$

$$\Rightarrow \left[\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0 \right] \quad \text{on a} \quad \left\{ \omega_0^2 = \frac{mgb}{\frac{1}{2}ma^2 + mb^2} \right\}$$

$\omega_0 = 2\pi f_0$ — fréquence nat d'oscillation.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2gb}{a^2 + 2b^2}}$$

? Quelle valeur de b qui maximise ω_0 .

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{2gb}{a^2 + 2b^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2gb}{a^2 + 2b^2} \right)^{-1/2} \cdot \frac{(a^2 + 2b^2)2g - 2gb(4b)}{(a^2 + 2b^2)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2gb}{a^2 + 2b^2} \right)^{-1/2} \cdot \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2)2g - 2gb(4b)}{(a^2 + 2b^2)^2} \right\} = 0$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(a^2 + 2b^2)^{1/2}}{(2gb)^{1/2}} \cdot 2g \cdot \left(\frac{a^2 + 2b^2 - 4b^2}{(a^2 + 2b^2)^2} \right) = 0$$

$$= \frac{g}{\sqrt{2gb}} \cdot \frac{1}{(a^2 + 2b^2)^{3/2}} \cdot (a^2 - 2b^2) = 0$$

$$\Rightarrow (a^2 - 2b^2) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$b = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

valeur de " b "
qui maximise
 ω_0 .

car $b = \text{distance} \text{ donc } \geq 0$

$$\dim(\omega_0)_{\max} = \sqrt{\frac{g}{a\sqrt{2}}}$$