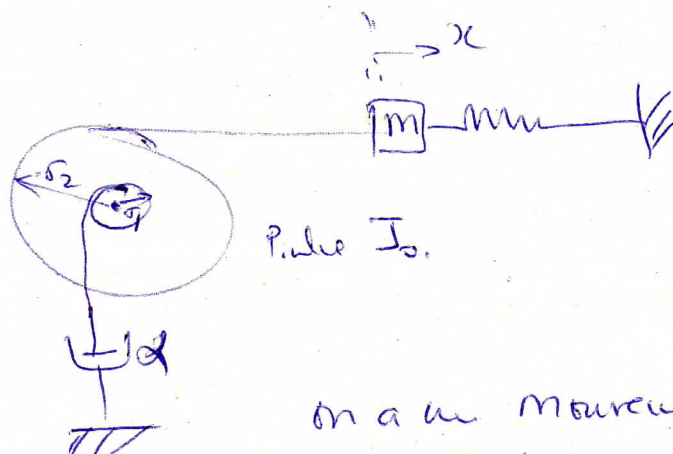


exo



? K et α :

on a un mouvement pseudo périodique
Dnc solution sous la forme :

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_a t + \varphi)$$

$$\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Pour trouver K et α

on doit d'abord trouver l'eqt différentielle de mvt :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{x}}$$

$$L = T - U$$

lagrangien

T = Energie cinétique

U = ——— potentielle

D = fonction de dissipation

$x \equiv$ déplacement de m.

$\theta \equiv$ rotation de la poulie

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2$$

$$U = \frac{1}{2} K x^2$$

$$D = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}^2$$

$$T = \frac{1}{2} \left(m + \frac{J_0}{r_2^2} \right) \dot{x}^2$$

$$U = \frac{1}{2} K x^2$$

$$D = \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{r_1}{r_2} \dot{x} \right)^2$$

si m se déplace de x
la ~~poulie~~ grande poulie
tourne d'un angle θ

$$\boxed{r_2 \theta = x} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{x}{r_2} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{r_2}}$$

la petite poulie elle
en tournant de θ , la
cable se déplace de
 $r_1 \theta$ qui correspond
à la déformation de
l'amortisseur

$$\text{d'où } \dot{x}_\alpha = \frac{d}{dt} (r_1 \theta) = r_1 \dot{\theta}$$

est de mrt n'ait avoir :

$$\left(m + \frac{J_0}{r_2^2}\right) \ddot{x} + kx = -\alpha \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \ddot{x}$$

$$\left(m + \frac{J_0}{r_2^2}\right) \ddot{x} + \alpha \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \ddot{x} + kx = 0$$

$$\left(m r_2^2 + J_0\right) \ddot{x} + \alpha r_1^2 \ddot{x} + k r_2^2 x = 0$$

on peut avoir exactement le m est en θ

$$\begin{cases} r_2 \theta = x \\ r_2 \dot{\theta} = \dot{x} \\ r_2 \ddot{\theta} = \ddot{x} \end{cases}$$

$$\left(m r_2^2 + J_0\right) \ddot{\theta} + \alpha r_1^2 \ddot{\theta} + k r_2^2 \theta = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{\alpha r_1^2}{J_0 + m r_2^2} \ddot{x} + \frac{k r_2^2}{J_0 + m r_2^2} x = 0$$

est de mrt

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

est de mrt

avec $\omega_0^2 = \frac{k r_2^2}{J_0 + m r_2^2}$

(I)

et $2\delta = \frac{\alpha r_1^2}{J_0 + m r_2^2}$

(II)

k est déterminé à partir de (I)

α // — — — — — (II)

Le Données : $J_0 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $m = 10 \text{ kg}$
 $r_2 = 0,25 \text{ m}$; $r_1 = 0,10 \text{ m}$.

$\pi = 3,14$

$f_0 = 5 \text{ Hz}$: fréquence naturelle.

$\omega_0 = 2\pi f_0$
 $= 31,4 \text{ rad/s}$

(I) $\Rightarrow$

$$k = \frac{(2\pi f_0)^2 \cdot (J_0 + m r_2^2)}{r_2^2}$$

A.N :

$$k = 28736,4 \text{ N/m}$$



Nous avons besoin de trouver δ et à partir de (II) on tire α .

$D = \text{decroissance logarithmique}$: (III) $D = \delta \cdot T_a$.

$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$; $\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$D = \frac{1}{n} \ln \frac{X(t_1)}{X(t_1 + nT_a)}$; $n = 10$ et $X(t_1 + nT_a) = 0,2 X(t_1)$
 amplitude est réduite de 80%
 au bout de 10 périodes.

$= \frac{1}{10} \ln \frac{1}{0,2} = \frac{\ln 5}{10}$

$D = \frac{\ln 5}{10} = 0,16094$.

$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$ et $T_a = \frac{D}{\delta} \Rightarrow \omega_a = \frac{2\pi \cdot \delta}{D}$

$\left(\frac{2\pi \cdot \delta}{D} \right)^2 = (\omega_0^2 - \delta^2) \Rightarrow \delta^2 = \frac{\omega_0^2 \cdot D^2}{D^2 + (2\pi)^2}$

$\Rightarrow \delta = \frac{\omega_0 \cdot D}{\sqrt{D^2 + (2\pi)^2}}$

III $\Rightarrow \delta = 0,7997 \text{ s}^{-1}$

$$\textcircled{\text{II}} \Rightarrow \alpha = \frac{25 \cdot (J_0 + m r_2^2)}{r_1^2}$$

$$\alpha = 899,71 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

$$\alpha \neq 900 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

MSK_LSNIRM_2018_vom