

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE

FACULTE DE PHYSIQUE

Séries d'exercices, physique II
Spécialité ST ET SM

Initié par :

- A. CHAFA, D. BARAMA, A. GHEZAL et M.TAHRAOUI

Complété et rédigé par :

- A. CHAFA
- A.DIB
- F.CHAFA – MEKIDECHE
- A. DERBOUZ
- F. KAOUAH
- M. HACHEMANE

Que les collègues dont on a oublié de mentionner le nom nous excuse et peuvent nous le rappeler pour remédier à cette lacune.

Toutes les remarques et suggestions sont les bienvenues pour améliorer cet outil pédagogique.

I- Electrostatique

Exercice 1.1 :

Deux sphères conductrices identiques de masse $m=10\text{g}$ portent des charges q_1 et q_2 ; on les met en contact, puis on les sépare.

1°) Calculer les charges q_1' et q_2' qu'elles prennent dans les cas suivants :

- $q_1 = +4 \cdot 10^{-8}\text{C}$ et $q_2 = 0$.
- $q_1 = +3 \cdot 10^{-8}\text{C}$ et $q_2 = +8 \cdot 10^{-8}\text{C}$.
- $q_1 = +3 \cdot 10^{-8}\text{C}$ et $q_2 = -8 \cdot 10^{-8}\text{C}$.

Préciser chaque fois le sens du transfert d'électrons.

2°) Les deux masses sont suspendues au même point O par deux fils identiques de Nylon de longueur $l=80\text{cm}$ (figure 1.1). En négligeant la masse des fils, calculer la distance $2x$ séparant les deux sphères pour les 3 cas précédents (on supposera que l'angle θ est suffisamment petit).

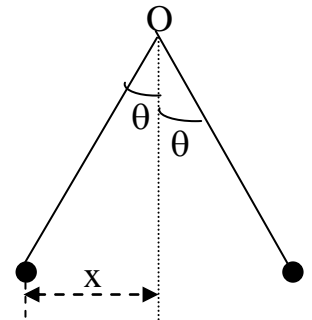


Figure. 1.1

- 1) a : $q_1' = q_2' = 210^{-8}\text{ (c)}$ b : $q_1' = q_2' = 5,5 \cdot 10^{-8}\text{ (c)}$ c : $q_1' = q_2' = -2,5 \cdot 10^{-8}\text{ (c)}$
 2) $x^3 = k \frac{q_1' q_2'}{4mg}$ | a : $x = 1,93\text{ (cm)}$ b : $x = 3,79\text{ (cm)}$ c : $x = 2,24\text{ (cm)}$

Exercice 1.2 :

Deux sphères conductrices identiques portant des charges de signes opposés s'attirent avec une force de 0.108 N , quand la distance qui les sépare est $d = 0.5\text{ m}$. On les relie à l'aide d'un fil conducteur. Après avoir enlevé le fil, elles se repoussent avec une force de 0.036 N , en restant à la même distance. Quelle était la charge initiale de chaque sphère ? (Les rayons des sphères sont très négligeables devant la distance d)

$$q' = \frac{(q_1 + q_2)}{2} ; (q_1 q_2) = \frac{-Fd^2}{k} = -310^{-12} \quad (q_1 + q_2)^2 = \frac{4Fd^2}{k} ; (q_1 + q_2) = -210^{-6}\text{(c)} \text{ ou } +210^{-6}\text{(c)}$$

1) Système : $q_1 = -310^{-6}\text{(c)}$ et $q_2 = 1.10^{-6}\text{(c)}$ ou l'inverse, $q_1 = 1.10^{-6}\text{(c)}$ et $q_2 = -310^{-6}\text{(c)}$
 2) Système : $q_1 = -1.10^{-6}\text{(c)}$ et $q_2 = 310^{-6}\text{(c)}$ ou l'inverse, $q_1 = 310^{-6}\text{(c)}$ et $q_2 = -1.10^{-6}\text{(c)}$

Exercice 1.3.:

On considère le système de charges ponctuelles, représenté sur la figure 1.2. Les charges positives q_1 et q_2 sont fixées respectivement aux points O et A distants de d . Soit une charge q_3 , assujettie à se déplacer le long du segment OA:

1°) Donner l'expression de la force qui s'exerce sur q_3 au point M.

2°) A quelle abscisse x_0 , la charge q_3 est dans une position d'équilibre ?

A.N: $d = 4\text{cm}$.

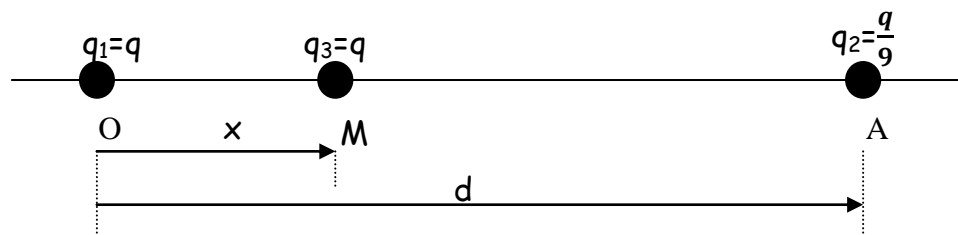


Figure 1.2

1) $\vec{F}_M = kq^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{9(d-x)^2} \right) \vec{i}$
 2) $x_0 = \frac{3d}{4} = 3\text{(cm)}$

Exercice 1.4 :

Deux charges ponctuelles Q sont placées aux deux coins opposés d'un carré de côté a . Deux autres charges q sont placées aux autres coins du même carré (voir figure 1.3).

- 1- Déterminer l'expression de la force électrique qui s'exerce sur la charge Q du point B.
- 2- Quelle doit – être la relation ente Q et q pour que cette force soit nulle.

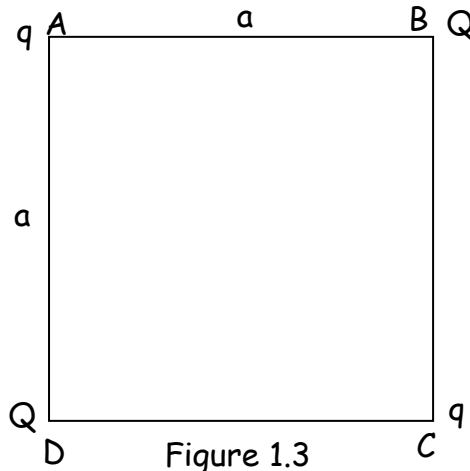


Figure 1.3

$$1) F_B = \frac{k\bar{Q}}{a^2} \left(\frac{\bar{Q}}{2} + \bar{q}\sqrt{2} \right) \quad 2) \text{si } Q \text{ et } q \text{ de signe } \neq F_{B=0} \text{ pour } \bar{Q} = -2\sqrt{2}\bar{q}$$

$$\text{si } Q \text{ et } q \text{ de même signe } F_B \neq 0$$

Exercice 1.5 :

Deux charges électriques ponctuelles $(+q)$ sont séparées par une distance $2a$. On place une autre charge ponctuelle mobile dans le plan médiateur du segment $2a$. Montrer qu'il existe dans ce plan un cercle pour lequel la charge mobile est soumise à une force maximale. Déterminer son rayon.

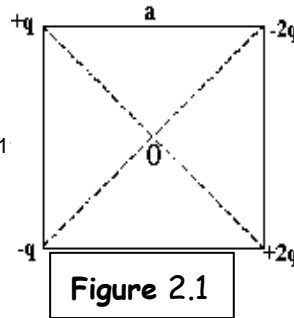
$$F = \frac{2kQqy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad \text{cercle de rayon } R=y$$

$$F_{\max} : R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

II-Champs et Potentiels Électriques

Exercice 2.1 :

Déterminer le vecteur champ électrique \vec{E}_0 et le potentiel électrique V_0 , au centre O du carré de côté $a=3$ cm avec $q=10^{-11}$



$$\vec{E}_0 = \frac{kq2\sqrt{2}}{a^2} \vec{j} ;$$

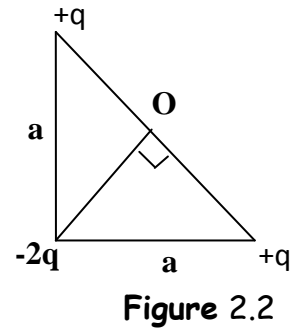
$$E_0 = 282 (V/m); V_0 = 0 (V)$$

Exercice 2.2:

Déterminer le vecteur champ électrique \vec{E}_0 et le potentiel électrique V_0 au point O (figure 2.2). avec : $a = 6$ cm et $q = -2 \cdot 10^{-11}$ C.

$$\vec{E}_0 = \frac{4kq\sqrt{2}}{2a^2} (-\vec{i} - \vec{j}) ; E_0 = 200 (V/m) ; V_0 = 0 (V)$$

$$\vec{E}_0 = \frac{4k|q|\sqrt{2}}{2a^2} (\vec{i} + \vec{j})$$



Exercice 2.3:

Aux sommets d'un carré ABCD de côté $a=2$ cm, sont placées les charges suivantes :

$q_A = q ; q_B = -4q ; q_C = q ; q_D = 2q$ avec $q = +2 \cdot 10^{-8}$ (C).

- 1- Calculez le champ et le potentiel électrique au centre O du carré, dans le repère (o,x,y).
- 2- Calculez le potentiel au point E milieu de AB.

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D = \frac{6kq\sqrt{2}}{a^2} (\vec{i} + \vec{j}) ;$$

$$E_0 = 5410^5 (V/m) ; V_0 = 0 ; V_E = \frac{6kq}{a} \left[\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right] = -29.85 \cdot 10^3 (V).$$

Exercice 2.4:

Soient deux charges ponctuelles q identiques et positives placées de part et d'autre de l'origine d'un axe Ox à une distance a de cette origine (fig2.3)..

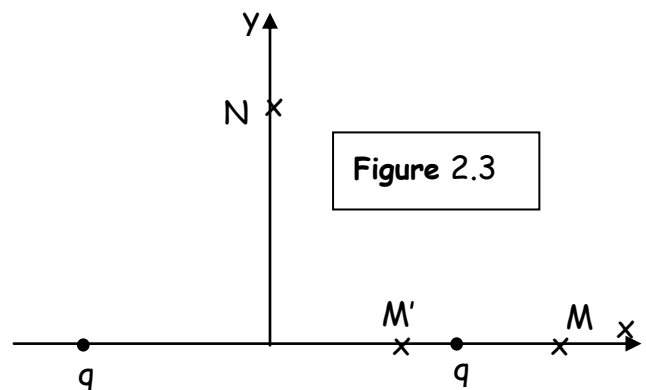
- 1- Déterminer l'expression du potentiel créé par ces deux charges en tout point M de l'axe Ox d'abscisse x en fonction de q, ϵ_0, x et a .
- 2- Justifier le fait que le champ créé en M soit parallèle à Ox.
- 3- Dédurre l'expression de ce champ électrique.
- 4- Donner l'expression du champ électrique créé par ces deux charges en un point N situé sur l'axe Oy d'ordonnée y en fonction de q, ϵ_0, y et a .
- 5- Dédurre celle du potentiel électrique en ce point.

$$1) V_{M'} = \frac{2kqa}{(x^2 - a^2)} ; \text{et } V_M = \frac{2kqx}{(x^2 - a^2)}$$

$$2) \vec{E}_M \text{ est porté par la droite } (q, 0, q) \text{ donc } // \text{ox}$$

$$3) \vec{E}_M = \frac{2kq(x^2 + a^2)}{(x^2 - a^2)^2} ; \text{et } \vec{E}_{M'} = \frac{4kqax}{(x^2 - a^2)^2}$$

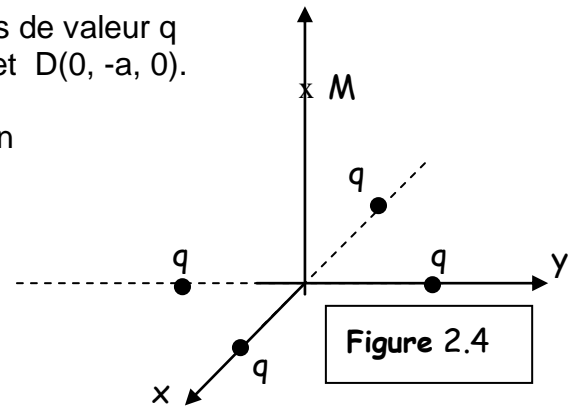
$$4) E_N = \frac{2kqy}{(y^2 + a^2)^{3/2}} ; 5) V_N = \frac{2kq}{(y^2 + a^2)^{1/2}}$$



Exercice 2.5:

On place des charges électriques ponctuelles identiques de valeur q aux points (figure 2.4): $A(a,0,0)$, $B(0,a,0)$, $C(-a,0,0)$ et $D(0,-a,0)$.

- 1- Calculer le champ électrique créé par ces charges en un point M quelconque sur l'axe oz , tel que $OM = z$.
- 2- Calculer le potentiel créé en ce point.
- 3- Que deviennent ces expressions si on met des charges $+q$ en A et C et $-q$ en B et D .



$$1) E_{D,B} = E_{A,C} = \frac{2kqz}{(z^2+a^2)^{3/2}}; \vec{E}_M = \frac{4kqz}{(z^2+a^2)^{3/2}} \vec{k}. \quad 2) V_M = \frac{2kq}{(z^2+a^2)^{1/2}}; \quad 3) E_M = 0; (V/m) \quad V_M = 0(V). \left[\cos \alpha = \frac{z}{(z^2+a^2)^{1/2}} \right]$$

Exercice 2.6:

Soient trois charges ponctuelles Q_A , Q_B et Q_C

placées aux sommets d'un triangle équilatéral ABC de côté $a = \sqrt{3}$ cm. (Figure 2.5). On donne:

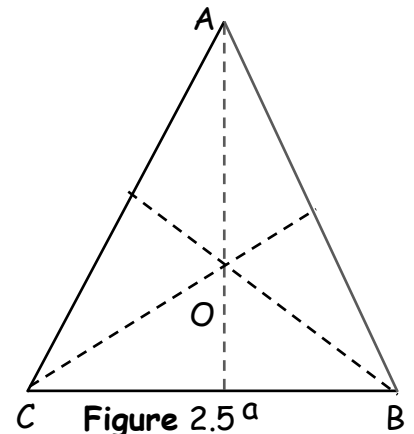
$Q_A = -2q$, $Q_B = q$, $Q_C = q$ et $q = 1$ nC

- 1- Déterminer et représenter le vecteur champ électrique créé par ces trois charges au centre de gravité O du triangle.
- 2- Calculer le potentiel créé par ces trois charges au point O
- 3- Calculer l'énergie interne du système des trois charges.

$$OA=OB=OC=d; \cos 30 = \frac{a/2}{d} \rightarrow d = \frac{a}{\sqrt{3}};$$

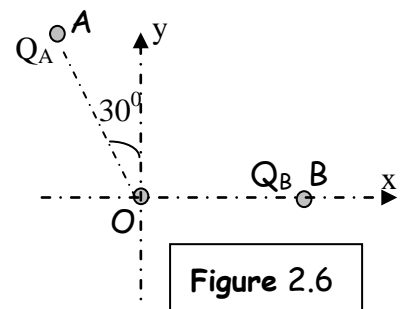
$$1) \vec{E}_O = \frac{3kq}{d^2} \vec{j}; E_O = \frac{9kq}{a^2} = 27 \cdot 10^4 (V/m)$$

$$2) V_O = 0(V); \quad 3) U = \frac{kQ_A Q_B}{a} + \frac{kQ_A Q_C}{a} + \frac{kQ_B Q_C}{a} = -\frac{3kq^2}{a} = -15.6 \cdot 10^{-7} (J)$$

**Exercice 2.7:**

On considère deux charges électriques ponctuelles Q_A et Q_B placées respectivement aux points A et B (voir figure 2.6). On donne : $Q_A = Q_B = -5 \cdot 10^{-6} C$, $OA = OB = 5$ cm, $AB = 8.66$ cm.

- 1°) Déterminer et représenter le champ électrique \vec{E}_O qui s'exerce au point O . Calculer le potentiel en ce point.
- 2°) On place au point O une charge $Q_0 = 10^{-6} C$, en déduire la force électrique \vec{F}_O ainsi que l'énergie potentielle E_p en O .
- 3°) Calculer l'énergie interne du système formé de ces trois charges.



$$OA=OB=d \quad Q_A = Q_B = Q \quad 1) \vec{E}_O = \frac{k|Q|}{2d^2} (\vec{i} + \sqrt{3} \vec{j}); E_O = \frac{k|Q|}{2d^2} 2 = 18 \cdot 10^6 (V/m)$$

$$2) \vec{F}_O = Q_0 \vec{E}_O; F_O = 18(N) \quad 3) U = \frac{kQ_A Q_0}{d} + \frac{kQ_B Q_0}{d} + \frac{kQ_A Q_B}{AB} = 0.8(J).$$

Exercice 2.8 :

On reprend l'exercice 2.7 et on remplace la charge Q_0 par un dipôle électrique \vec{p} dont les charges $q=10^{-12}$ C et $-q$ sont distantes de $a=5$ mm.

- Trouver et représenter le moment du couple du dipôle dans la position de la figure 2.10. Calculer l'énergie potentielle du dipôle.
- Calculer le travail nécessaire pour ramener le dipôle à sa position d'équilibre stable.

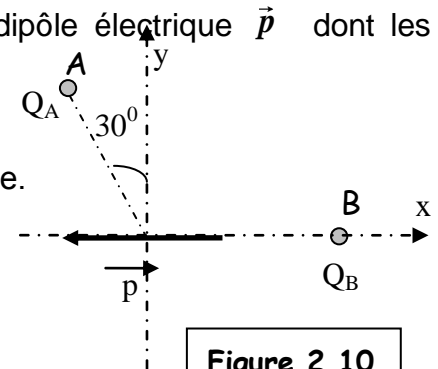


Figure 2.10

$$OA=OB=d; Q_A = Q_B = Q; \vec{E}_0 = \frac{k|Q|}{2d^2} (\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}); a) \vec{P}_0 = -P_0 \vec{i}; \vec{\Gamma}_0 = \vec{P}_0 \times \vec{E}_0 = -P_x E_{0y} \vec{k} = 7.8 \cdot 10^{-8} \vec{k}$$

$$E_p = \vec{E}_0 \cdot \vec{P}_0; E_{Pf} = -9 \cdot 10^{-8} (J); E_{Pi} = 4.5 \cdot 10^{-8} (J) \quad b) W_{\vec{F}} = -\Delta E_p = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l} = E_{Pi} - E_{Pf} = 13.5 \cdot 10^{-8} (J)$$

Exercice 2.9 :

Soient trois charges électriques ponctuelles placées sur trois sommets d'un carré de côté a (figure 2.11)

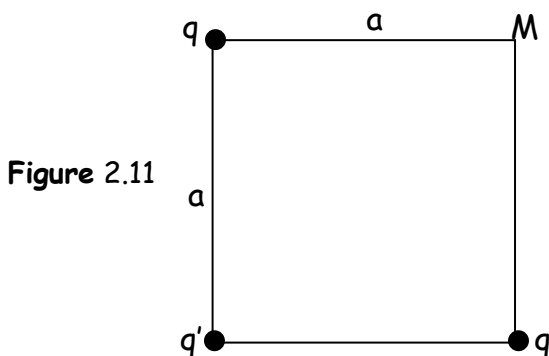


Figure 2.11

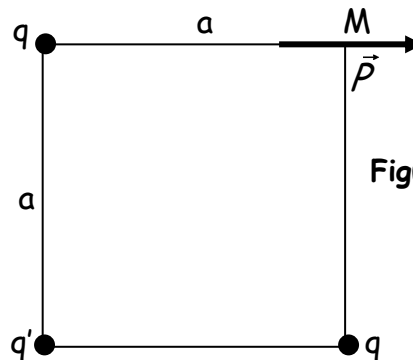


Figure 2.12

- Déterminer le champ électrique \vec{E} et le potentiel V créés par ces charges au point M. On donne : $a = 1$ cm, $q' = 2$ nC et $q = -\frac{q'}{4\sqrt{2}}$.
- Un dipôle électrique de moment dipolaire \vec{p} ($p = 3 \cdot 10^{-29}$ C.m) est placé au point M du carré (figure 2.12). En admettant que ce dipôle est mobile autour de son centre :
 - Déterminer et calculer le moment du couple \vec{C} auquel est soumis ce dipôle.
 - Calculer l'énergie potentielle de ce dipôle.

$$1) \vec{E}_M = \frac{kq'}{4a^2\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{j}); E_M = 4.5 \cdot 10^4 \text{ (V/m)}; V_M = \frac{kq'}{2a\sqrt{2}} = 636.5 \text{ (V)}$$

$$2) a- \vec{\Gamma}_M = \vec{p} \times \vec{E}_M = p E_{My} \vec{k} = 9.55 \cdot 10^{-25} \vec{k} \text{ (J)} \quad b- E_{Pi} = -\vec{p} \cdot \vec{E}_M = -p E_{Mx} = -9.55 \cdot 10^{-25} \text{ (J)}$$

Exercice 2.10 :

Soient trois charges q_1 , q_2 et q_3 placées respectivement aux points A(0, a), B(a, a) et C(a, 0) du plan xoy (figure 2.13): $q_1 = q_3 = +q = 10^{-9}\text{C}$; $q_2 = -q$, $a = 10\text{ cm}$.

1°) Calculer le potentiel électrique total au point O(0, 0).

2°) Calculer les composantes E_x et E_y du champ électrique \vec{E} au point O.

3°) En déduire le champ électrique total \vec{E}_0 au point O.

/Représenter le vecteur \vec{E}_0 . Echelle : $1\text{cm} \rightarrow 200\text{ V/m}$.

4°) On place au point O un dipôle électrique de moment dipolaire $\vec{p} = 10^{-10}(-\vec{i} + \vec{j})\text{ C.m}$.

- Déterminer le moment \vec{L} du couple appliqué au dipôle.
- Représenter le dipôle dans sa position finale d'équilibre stable. Justifier cet état.
- Calculer la variation d'énergie potentielle du dipôle lorsqu'il passe de la position initiale à la position finale.

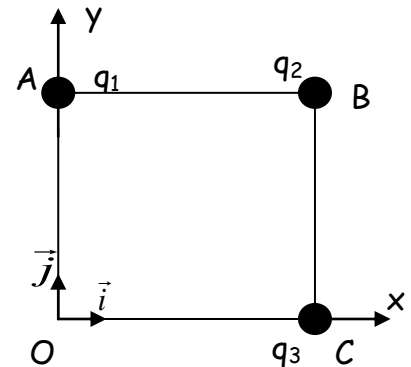


Figure 2.13

$$V_o = \frac{kq_1}{a} - \frac{kq_2}{a\sqrt{2}} + \frac{kq_3}{a} = \frac{kq}{a} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right); \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{kq}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right) (\vec{i} + \vec{j}) = -581 (\vec{i} + \vec{j})$$

$$3) E_o = 823(\text{V/m}); 4) \vec{L} = \vec{p} \times \vec{E} = |\vec{p}| |\vec{E}| \vec{k}; L = 11.610^{-8}(\text{CV/m}^2) \text{ b- } \vec{p} // \vec{E} \text{ et de meme sens c- } \Delta E_p = PE = 11.610^{-8}(\text{J})$$

Exercice 2.11:

Deux charges ponctuelles q_A et q_C sont placées aux sommets A et C d'un triangle équilatéral ABC de côté $2a$ (figure 2.14).

1) Une troisième charge ponctuelle q_B est placée au sommet B du triangle.

- Calculer l'énergie potentielle de q_B au point B.
- Calculer l'énergie interne du système constitué par ces 3 charges.

2) Déterminer le potentiel électrique créé par les 3 charges au point D symétrique du point B par rapport à AC.

3) Une 4^{ème} charge ponctuelle Q est ramenée de l'infini au point D.

- Déterminer l'énergie potentielle de cette charge au point D.
- Calculer le travail de la force électrostatique durant le déplacement de Q. Comparer au résultat de (3-a) et Commenter.

On donne: $a = 2\text{mm}$, $q_A = q_C = q$, $q_B = 2q$, $q = 1\text{pC}$, $Q = 1\text{nC}$, $AB = BC = AD = CD = 2a$.

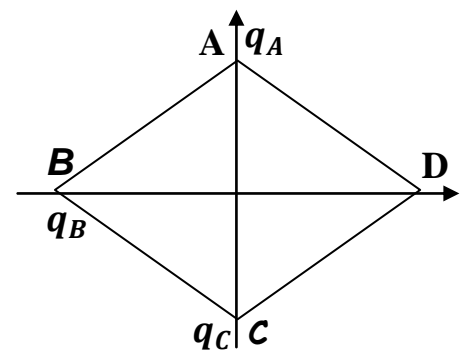


Figure 2.14

$$BO = DO = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a; 1a) E_p = \frac{2kq^2}{2a} = 9 \cdot 10^{-12}(\text{J}) \text{ b) } U = \frac{5kq^2}{2a} = 11.25 \cdot 10^{-12}(\text{J})$$

$$2) V_D = \frac{kq}{a} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 7.09(\text{V}); 3a) E_p = QV_D = 7.09 \cdot 10^{-9}(\text{J}); 3b) W_F = -E_p(D) = -7.09 \cdot 10^{-9}(\text{J})$$

Exercice 2.12 :

On considère deux charges électriques ponctuelles q positives, fixées aux points $A(\sqrt{2}a, 0)$ et $B(0, \sqrt{2}a)$ (figure 2.15).

1°) Déterminer, en fonction de la distance $r = OM$, le potentiel électrique $V(r)$ au point M de la droite (Δ) .

2°) En déduire l'intensité du champ électrique $\vec{E}(r)$ au point M . Représenter qualitativement $\vec{E}(r)$.

3°) Avec quelle énergie cinétique minimale doit-on lancer de l'infini, le long de la droite (Δ) , une charge q' positive pour qu'elle atteigne le point I milieu de AB ?

4°) Déterminer l'énergie interne du système ainsi formé par les trois charges (q' étant au point I).

5°) Que se passe-t-il si on écarte légèrement la charge q' du point I :

a - suivant la droite (Δ) ? Justifier

b - suivant le segment AB ? Justifier.

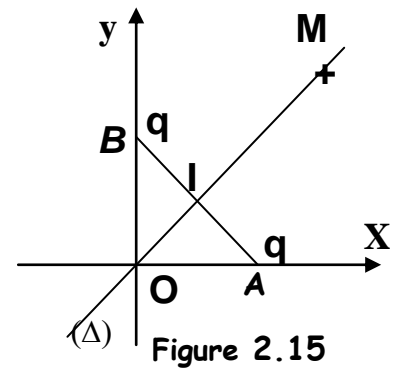


Figure 2.15

$$1) V_M = \frac{2kq}{\sqrt{a^2 + (r-a)^2}}; \quad 2) E_M = \frac{2kq(r-a)}{[(r-a)^2 + a^2]^{3/2}}; \quad 3) E_{Cmin} = \frac{2kqq'}{a}; \quad 4) U_i = \frac{kqq'}{a} + \frac{kqq'}{a} + \frac{kq^2}{2a}; \quad 5) \vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0(N).$$

Exercice 2.13 :

Dans la molécule d'eau, l'atome d'oxygène O et les deux atomes d'hydrogène H, sont disposés aux sommet d'un triangle isocèle dont l'angle en O vaut 2α . Soit l la longueur d'une liaison OH. Nous admettons que chaque liaison OH conserve la symétrie de révolution et que la position moyenne des deux électrons de liaison est un point M de OH à une distance xl de O. la molécule d'eau possède un moment dipolaire permanent P , porté par la bissectrice en O, et dirigé vers l'intérieur de la molécule HOH. Données: $2\alpha = (\text{OH}, \text{OH}) = 105^\circ$; $l = \text{OH} = 0,0958 \text{ nm}$ et $P_{\text{H}_2\text{O}} = 1,84 \text{ D}$. (le debye symbole D équivaut à $1/3 \cdot 10^{-29} \text{ Cm}$).

Exercice 2.14 :

Un segment de droite AB porte une charge totale Q uniformément répartie.

Montrer que le champ, créé au point O, est le même que celui que créerait un arc de cercle portant la même densité de charge, tangent à AB, centré sur O et vu de O sous le même angle que le segment AB (figure 2.16).

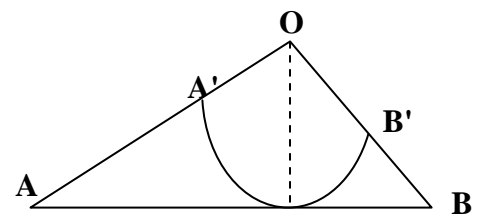


Figure. 2.16

$$dq' = R d\theta \text{ sur } A'B' \text{ de rayon } R; \quad |d\vec{E}| = k \frac{\lambda R d\theta}{R^2}; \quad |d\vec{E}| = k \frac{\lambda dx}{r^2} \text{ sur } AB, \quad x = R \tan \theta \quad dx = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta; \quad \cos \theta = \frac{R}{r}; \quad |d\vec{E}| = k \frac{\lambda d\theta}{R} \text{ donc } |d\vec{E}| = |d\vec{E}'| = k \frac{\lambda d\theta}{R}; \quad \vec{E} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} k \frac{\lambda d\theta}{R} \vec{u}; \quad \vec{E}' = \int_{\theta_{A'}}^{\theta_{B'}} k \frac{\lambda d\theta}{R} \vec{u} \quad \theta_A = \theta_{A'}, \quad \theta_B = \theta_{B'}, \text{ donc } \vec{E} = \vec{E}'$$

Exercice 2.15:

On considère un fil rectiligne de longueur infinie portant une densité de charge uniforme $\lambda > 0$ placé suivant l'axe Oy.

- 1- Ecrire l'expression du champ $d\vec{E}(r)$ créé par un élément de charge $dq = \lambda dy$ en tout point \vec{r} de l'espace.
- 2- En déduire le champ total $\vec{E}(r)$ en tout point \vec{r} de l'espace.
- 3- Calculer le potentiel $V(r)$ en intégrant la distribution de charge et vérifier la relation entre le champ et le potentiel $\vec{E}(r) = -\vec{\text{grad}} V(r)$.
- 4- Calculer le champ créé par un fil de longueur $2L$ en tout point M du plan équidistant des deux extrémités du fil.

Exercice 2.16 :

Soit la carte équipotentielle représentée sur la figure ci-contre. Le montage est constitué de trois conducteurs plans portés au potentiel 0 V (potentiel de référence), un conducteur cylindrique au centre, porté au potentiel 11 V

1-Calculer et représenter le champ moyen aux points: A(-5,0); B(3,-2)

2- Tracer les lignes de champ Passant par les points: C(5,4); D(-5,-6).

a)-Quelle est la valeur de la force moyenne qui s'exerce sur la charge Q au point M?

b)-dessiner la trajectoire suivie par la charge Q lors de son déplacement.

c)-Tracer les courbes d'énergie potentielle $E_p(y)$, d'énergie totale et d' énergie cinétique de la charge Q

d)-Indiquer comment calculer la force élastique qui s'exerce sur la charge Q au point P(0,5) à partir des graphes précédents.

Impossible d'afficher l'image. Votre ordinateur marque peut-être de nouveau pour ouvrir l'image ou l'image est endommagée. Redémarrez l'ordinateur, puis essayez à nouveau le fichier. Si le message est toujours affiché, vous devrez peut-être supprimer l'image avant de la réinsérer.

Exercice 2.17 :

Une boucle circulaire de rayon R et de centre O porte une charge Q positive répartie uniformément et de densité linéique λ .

1°) Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(z)$ le long de l'axe z'oz perpendiculaire au plan de la boucle (voir figure 2.17).

2°) Donner l'expression du potentiel électrique V(z), en utilisant : a- Le calcul direct.

b- L'expression du champ $\vec{E}(z)$. On supposera le potentiel nul à l'infini.

$$1) E(z) = \frac{kQz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} ; 2) V(z) = \frac{kQ}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

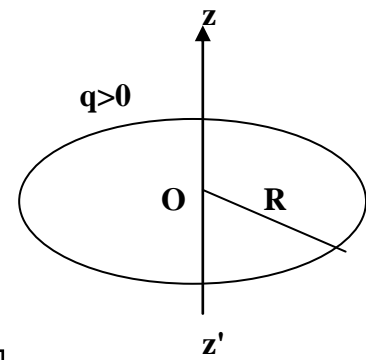


Figure 2.17

Exercice 2.18:

On considère un fil de longueur L, de densité linéique λ positive, qui porte une charge totale Q. Il est placé suivant l'axe des y tel que montré sur la figure 2.18.

1- Donner l'expression des composantes du champ électrique, E_x et E_y , créé par ce fil au point M situé sur l'axe des x, tel que OM = x, en fonction de K, λ , x, α_1 et α_2 .

2- Montrer que ce champ s'écrit $\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x} \vec{i}$ lorsque le fil devient infini.

3- Au point M situé à une distance d du fil infini, on place un dipôle \vec{p} , mobile autour de son milieu et faisant un angle θ avec l'horizontale (figure 2.19).

a- Donner l'expression du moment du couple du dipôle placé dans le champ électrique du fil au point M.

b- Quelle est l'expression de l'énergie potentielle de ce dipôle.

c- Quel est le travail nécessaire pour que ce dipôle arrive à sa position d'équilibre stable.

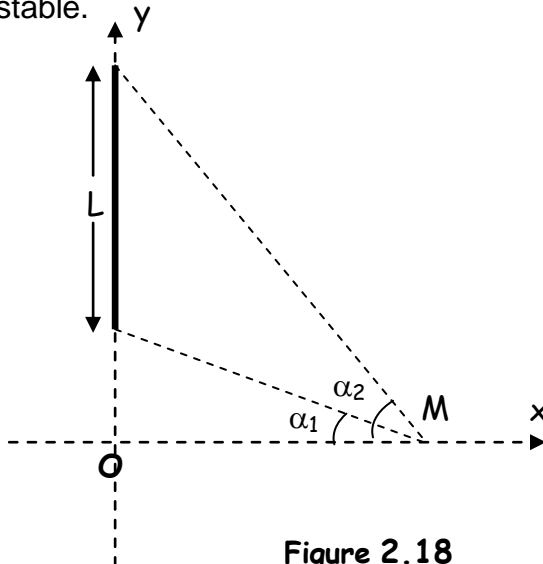


Figure 2.18

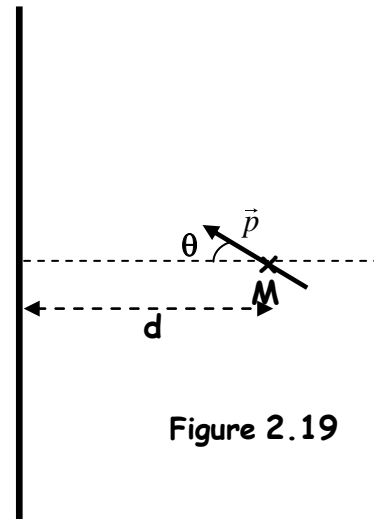


Figure 2.19

$$1) \tan \alpha = \frac{y}{x} ; dy = x \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha} ; \cos \alpha = \frac{x}{r} ; dE = \frac{k\lambda dy}{r^2} = \frac{k\lambda d\alpha}{x} ; \alpha_2 > 0 \text{ et } \alpha_1 > 0$$

$$d\vec{E} \left\{ \begin{array}{l} dE_x = dE \cos \alpha \\ dE_y = -dE \sin \alpha \end{array} \right\} ; \vec{E} \left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{k\lambda}{x} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = \frac{k\lambda}{x} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \\ E_y = \frac{k\lambda}{x} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} -\sin \alpha d\alpha = \frac{k\lambda}{x} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \end{array} \right\} 2) \alpha_2 = -\alpha_1 = \frac{\pi}{2} ; \vec{E} \left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \\ E_y = 0 \end{array} \right\}$$

$$3) a- \vec{L} = \vec{p} \times \vec{E} ; |\vec{L}| = pE \sin(\pi - \theta) = -pE \sin \theta ; \vec{L} = -\frac{\lambda p}{2\pi\epsilon_0 d} \sin \theta \vec{k} ; b- E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -\frac{\lambda p}{2\pi\epsilon_0 d} \cos \theta ; c- W = E_{p_i} - E_{p_f} = \frac{\lambda p}{2\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta - 1)$$

Exercice 2.19 :

On considère un fil de longueur L uniformément chargé, de densité linéique λ positive. Il est placé suivant l'axe des y comme indiqué sur la figure 2.20.

1-Montrer que les composantes du champ électrique créé par ce fil au point M situé sur l'axe des x , tel que $OM = d$, sont : $E_x = \frac{k\lambda}{d}(\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$ et $E_y = \frac{k\lambda}{d}(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$

2-Un second fil identique au précédent est placé parallèlement au premier suivant $O'y$ tel que $O'M=d$ (Figure 2.17). En utilisant le résultat de la première question, donner l'expression du champ \vec{E} créé par les deux fils au point M .

3- Que devient ce champ électrique si $\alpha_1 = 0$ et $\alpha_2 = \pi/4$

4- On place, maintenant, un dipôle \vec{p} au point M , mobile autour de son milieu et faisant un angle θ avec l'horizontale (figure 2.21).

- Donner l'expression du moment du couple \vec{M} du dipôle placé dans le champ électrique au point M en fonction K , λ , L , p et θ .
- Quelle est l'expression de l'énergie potentielle E_p de ce dipôle.
- Quel est le travail W nécessaire pour que ce dipôle arrive à sa position d'équilibre stable.
- Calculer \vec{M} , E_p et W si $p = 10^{-15}$ C.m, $\lambda = 10^{-7}$ C/m, $L = 2$ cm et $\theta = \pi/3$ rd.

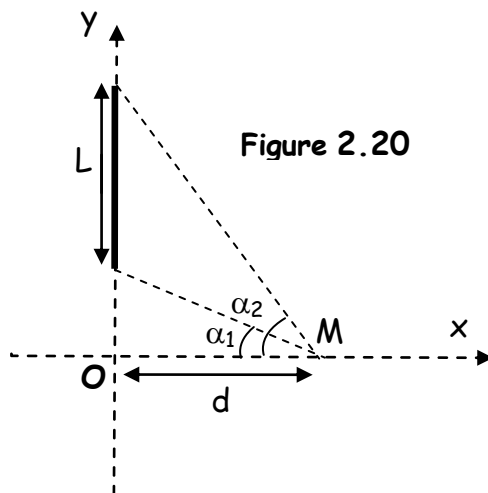


Figure 2.20

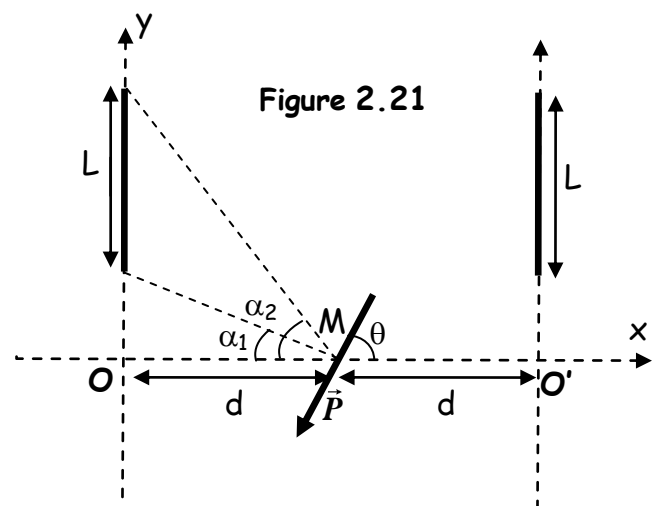


Figure 2.21

1) Même réponse que le 2.14 a avec $x=d$; 2) $\vec{E}_T \left\{ \begin{array}{l} E_x = 0 \\ E_y = \frac{2k\lambda}{d}(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \end{array} \right\}$; 3) $\vec{E}_T \left\{ \begin{array}{l} E_x = 0 \\ E_y = -\frac{0.6k\lambda}{d} \end{array} \right\}$; 4) a- $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}_T$;
 $|\vec{M}| = pE_T \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) \rightarrow \vec{M} = \frac{0.6k\lambda p}{d} \cos \theta \vec{k}$; b- $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_T = -\frac{0.6k\lambda p}{d} \sin \theta$; c- $W = E_{p_i} - E_{p_f} = \frac{0.6k\lambda p}{d}(1 - \sin \theta)$;
d- $\vec{M} = 1.31 \cdot 10^{-11} \vec{k} \text{ (N/m)}$; $E_p = -2.28 \cdot 10^{-11} \text{ (J)}$; $W = -0.35 \cdot 10^{-11} \text{ (J)}$

Exercice 2.20 :

Soient deux plans infinis parallèles et chargés en surface avec des densités respectives 2σ et σ ($\sigma < 0$) (figure 2.22).

1) Déterminer le champ électrique \vec{E} dans les régions A, B et C.

2) On place un dipôle \vec{p} successivement dans ces 3 régions avec une orientation arbitraire θ .

- Déterminer l'énergie potentielle du dipôle, dans les 3 régions, en fonction de σ , θ et \vec{p} .
- En déduire, pour chaque région, les positions d'équilibre stable et instable.

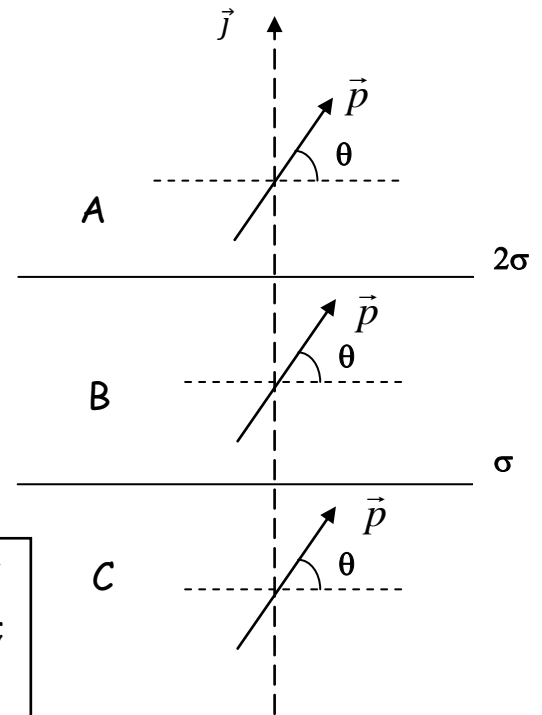


Figure. 2.22

$$\Phi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \rightarrow E_\sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot 1 \rightarrow \vec{E}_A = -\frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \vec{j}; \vec{E}_C = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \vec{j}; \vec{E}_B = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{j}$$

2-a. $E_p = -\vec{E} \cdot \vec{p} = -E p \cos \theta$; A: $E_{pA} = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} P \sin \theta$; B: $E_{pB} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} P \sin \theta$; C: $E_{pC} = -\frac{3\sigma}{2\epsilon_0} P \sin \theta$; 2-b. Equilibre stable: $E_p \text{ min}$ ou $\vec{E} // \vec{p}$ et de même sens (A: $\theta = -\frac{\pi}{2}$; B: $\theta = -\frac{\pi}{2}$; C: $\theta = \frac{\pi}{2}$).

c. Equilibre instable: $E_p \text{ max}$ ou $\vec{p} // \vec{E}$ et de sens opposé (A: $\theta = \frac{\pi}{2}$; B: $\theta = -\frac{\pi}{2}$; C: $\theta = -\frac{\pi}{2}$).

Exercice 2.21:

1) Déterminer l'expression du champ

électrique $\vec{E}(r)$ créé par une sphère uniformément chargée en surface, en utilisant le théorème de Gauss.

2) Deux sphères S_1 et S_2 , concentriques, creuses, d'épaisseurs négligeables et de rayons respectifs R_1 et R_2 , sont chargées uniformément en surface avec des densités respectives $(+4\sigma)$ et $(-\sigma)$ (figure 2.23). Calculer la charge Q_1 et Q_2 portée par chacune des 2 sphères. En déduire le

champ électrique $\vec{E}(r)$ dans les régions A, B et C (A: $r \leq R_1$; B: $R_1 \leq r \leq R_2$; C: $r \geq R_2$).

3) Soit un point M situé à 15cm du centre O des 2 sphères. Le potentiel en M par ces 2 sphères est de 12 Volts. Déterminer les expressions du potentiel électrique dans les régions A, B et C.

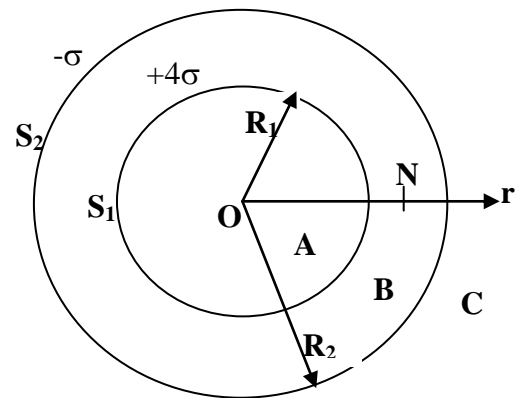


Figure 2.23

- Quelle est la forme des surfaces équipotentielles dans les régions A, B et C?
- En déduire les positions r_1 et r_2 des équipotentielles $V_1 = 24$ Volts et $V_2 = 6$ Volts. Conclusion. (On donne : $R_2 = 2R_1 = 20$ cm et $\sigma = 10^{-8}/4\pi$ C/m²)

$$1) r < R_1: \sum q_i = 0 \rightarrow \vec{E}_i(r) = \vec{0} \cdot r > R_1: E_e(r) = \frac{\sigma a^2}{\epsilon_0 r^2} \quad 2) Q_1 = 4\pi R_1^2 \sigma_1; Q_2 = 4\pi R_2^2 \sigma_2 = -Q_1;$$

$$r < R_1: \sum q_i = 0 \rightarrow \vec{E}_A(r) = \vec{0} \rightarrow V(r) = V_A = Cst; r > R_2: \sum q_i = 0 \rightarrow \vec{E}_C(r) = \vec{0} \rightarrow V(r) = V_C = Cst;$$

$$R_1 < r < R_2: \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{Q_1}{\epsilon_0} \rightarrow E_B(r) = \frac{Q_1}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{kQ_1}{r^2} \rightarrow V_B(r) = \frac{kQ_1}{r} + Cst.$$

3) a- $V_B(R') = 12(V), R' = 15\text{cm}. V_B(r) = kQ_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R'} \right) + 12; V_A(r) = V_B(R_1) = 24(V);$
 $V_C(r) = V_B(R_2) = 6(V);$ b- $r_1 = R_1, r_2 = R_2.$

Exercice 2.22:

Un cylindre conducteur de rayon R et de longueur infini porte une densité superficielle σ .

a)-Par application du théorème de GAUSS calculer le champ créé par cette répartition à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.

b)-En déduire le potentiel électrique dans tout l'espace, sachant que le potentiel auquel est porté le cylindre est V_0

Exercice 2.23 :

On considère qu'un atome de cuivre crée dans l'espace un champ électrique variable tel que :

- A l'intérieur du noyau de rayon R_n ($r \leq R_n$) le champ électrique varie de manière linéaire en fonction de r sur l'axe radial,
- Dans tout l'espace entourant le noyau ($r \geq R_n$), le nuage électronique possède une densité de

charge de la forme : $\rho(r) = \frac{A}{r^6}$

- 1) En utilisant le fait que l'atome est électriquement neutre, déterminer la valeur de la constante A
- 2) Etablir à l'aide du théorème de Gauss, l'expression du champ électrique $\vec{E}(r)$:
 - a- Juste à la surface du noyau ($r = R_n$).
 - b- Autour du noyau ($r > R_n$).
- 3) a- Représenter qualitativement la variation du champ électrique pour r variant de 0 à l'infini.
- b- En déduire la variation du potentiel $V(r)$.

$$1) Z_e + Q_e = 0 \rightarrow A = -\frac{3Z_e R_n^3}{4\pi} \quad 2) r < R_n : \sum q_i = Z_e \text{ et } E(r) = \alpha r \text{ avec } \alpha = \frac{Z_e}{4\pi \epsilon_0 R_n^3} \quad r > R_n : \sum q_i = Z_e + Q_e(r) \rightarrow E(r) = \frac{Z_e R_n^3}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^5} \quad 3) b- r < R_n : V(r) = -\alpha \frac{r^2}{2} + C \text{ avec } C = \frac{3Z_e}{16\pi \epsilon_0 R_n} ; r > R_n : V(r) = \frac{Z_e R_n^3}{16\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^4}.$$

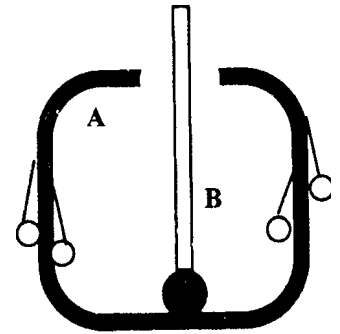
III-Conducteurs

Exercice 3.1 :

Des petits pendules métalliques sont fixés aux parois intérieure et extérieure d'un conducteur creux, A, initialement neutre. Un deuxième conducteur B, chargé, est introduit dans A en le tenant par un manche isolant et on réalise le contact.

Représentez, qualitativement, les positions prises par les pendules avant et pendant le contact.

Obtient-on un résultat différent si on réalise le même travail sur la paroi extérieure du conducteur A?

**Exercice 3.2 :**

Soit une sphère conductrice, de rayon a , portant une charge Q .

1) Calculer son énergie interne.

2) On décharge cette sphère en la reliant à la terre par un fil conducteur. Que devient l'énergie préalablement emmagasinée?

Cette sphère avait été chargée à l'aide d'un générateur de F.é.m. constante V . Quelle est l'énergie fournie par le générateur? La retrouve-t-on sous forme d'énergie potentielle? Expliquer.

$$1) C = 4\pi \epsilon_0 a; E_p = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}. 2) V = 0 \rightarrow E_p \text{ dissipée par effet Joule; } W_G = QV \rightarrow \frac{1}{2} QV \text{ emmagasinée dans la sphère et } \frac{1}{2} QV \text{ dissipée par effet Joule.}$$

Exercice 3.3 :

Soit une sphère conductrice A portée à un potentiel constant par rapport au sol, par l'intermédiaire d'un générateur (figure a).

1) Que doit-on supposer pour admettre que la charge est uniformément répartie sur la sphère? Représenter qualitativement la répartition de la charge.

2) On approche de A un conducteur B neutre et isolé (figure b). Décrire de façon qualitative ce qui se passe sur les conducteurs A, B et dans le générateur pendant le rapprochement. Représenter qualitativement les répartitions des charges sur A et sur B:

a) pour une distance donnée d .

b) pour une distance infinie (préciser l'infini).

Les deux conducteurs étant immobiles et distants l'un de l'autre d'une longueur d , on relie B à la terre au moyen d'un fil conducteur (figure c).

Décrire qualitativement ce qui se passe. Représenter les nouvelles répartitions des charges, après le branchement. Comparer les charges portées par A dans les cas de figures a, b et c. Conclusion?

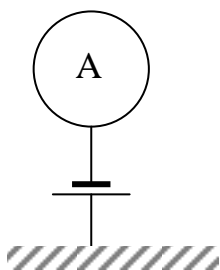


Figure a

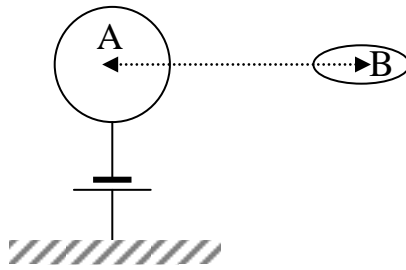


Figure b

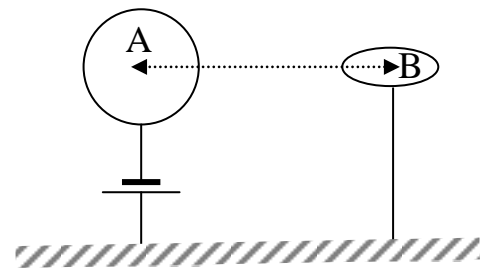


Figure c

3°) On se propose maintenant de reprendre le problème précédent dans un cas particulier qui permet l'évaluation des charges et donc, une conclusion quantitative.

- A est une sphère conductrice de rayon R_1 , portée au potentiel V .

- B est une sphère creuse, de rayons intérieur R_2 et extérieur R_3 , concentrique à la sphère A. On donne: $V = 1000 \text{ V}$; $R_1 = 10 \text{ cm}$; $R_2 = 11 \text{ cm}$ et $R_3 = 20 \text{ cm}$.

a) Calculer la charge Q_0 de A dans le cas de la figure d.

b) Calculer la charge Q_1 de A dans le cas de la figure e et déterminer, en fonction de Q_1 , les charges Q_2 et Q_3 portées par les deux faces de B. Exprimer, toujours en fonction de Q_1 , les champs électriques \vec{E}_e et \vec{E}_i créés dans les régions: $r > R_3$, et $R_1 < r < R_2$, respectivement. En faisant circuler \vec{E}_e et \vec{E}_i entre les bornes où ils sont définis, en déduire Q_1 . Noter que $V_B = V_2 (r = R_2) = V_3 (r = R_3)$ et prendre égal à zéro le potentiel à l'infini et au sol.

c) Calculer la charge Q'_1 portée par A dans le cas de la figure f où B est relié au sol par un fil conducteur (utiliser la même méthode).

d) Comparer Q_0 ; Q_1 ; et Q'_1 ; en conclure. Sur quel paramètre et dans quel sens faudrait-il jouer pour augmenter Q'_1 , V et R_1 gardant les mêmes valeurs ?

e) Décrivez qualitativement ce qui se passerait, si, à partir des cas e et f, on reliait A et B par un fil conducteur. Quelle charge circulerait dans chacun des cas? Faire le calcul numérique des charges et des potentiels finaux de A et B, de même que les énergies libérées dans chacun des cas ?

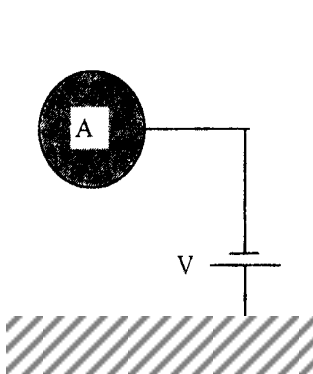


Figure d

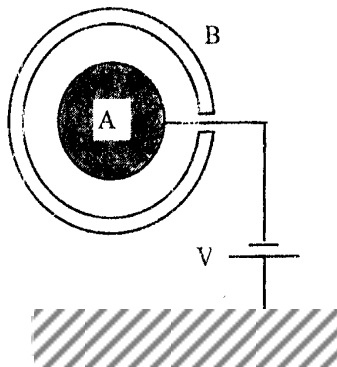


Figure e

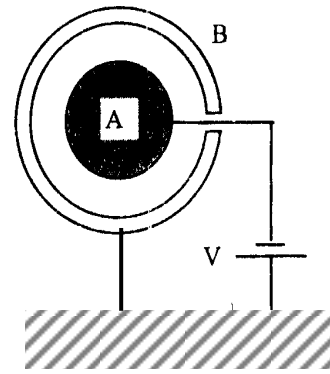


Figure f

Exercice 3.4 :

Une sphère A, reliée au sol, est placée au centre d'une coquille sphérique B portée à un potentiel V_B par rapport au sol (figure 3.2).

1°) Donner les expressions du champ et du potentiel électriques:

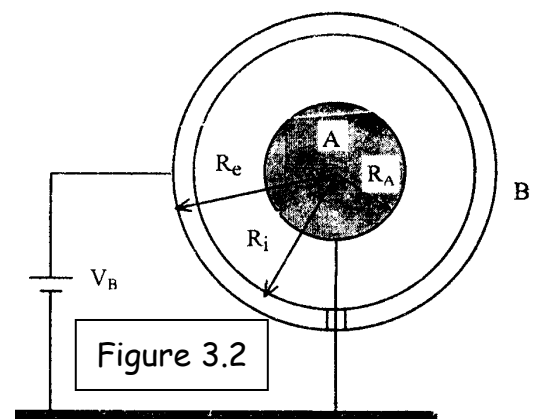
a) dans la région comprise entre les deux sphères ($R_A < r < R_i$);

b) à l'extérieur de B ($r > R_o$).

2°) Trouver les expressions des charges portées par les surfaces intérieure et extérieure de la sphère B.

$$1. a) E_i = \frac{Q_A}{4\pi \epsilon_0 r^2}; V_i = kQ_A \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_A} \right) \quad b) E_e = \frac{Q_{Be}}{4\pi \epsilon_0 r^2}; V_e = \frac{kQ_{Be}}{r}$$

$$2. Q_A = -Q_{Bi} = \frac{V_B}{k} \cdot \frac{R_i R_A}{R_A - R_i}; Q_{Be} = \frac{V_B R_e}{k}$$



Exercice 3.5 :

La figure ci-dessous représente un condensateur sphérique formé de deux conducteurs A (de rayon R_1) et B (de rayons R_2 et R_3) séparés par un milieu isolant de permittivité ϵ et résistivité ρ (figure 3.3)

1. Représenter la répartition de charge sur les conducteurs A et B.
2. Déterminer le champ électrique à l'intérieur du condensateur ($R_1 \leq r \leq R_2$).
3. Trouver l'expression de la différence de potentielle entre les deux conducteurs.
4. Déduire la capacité de ce condensateur.

$$1) Q_A, Q_B, Q_{Be}, 2) E_i = \frac{kQ}{r^2}, 3) V = kQ \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}, 4) C = \frac{4\pi \epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

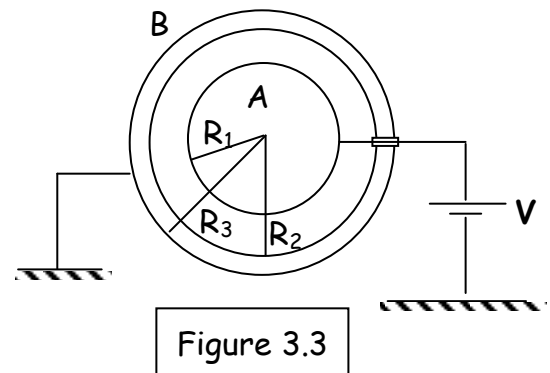


Figure 3.3

Exercice 3.6 :

On considère deux sphères concentriques de même centre O et de rayons respectifs R_1 et $R_2 = \sqrt{2.5} R_1$ (figure 3.4), telles que:

- La sphère interne (O, R_1) porte une densité de charges volumique $\rho = \frac{2.5}{r} \text{ (C/m}^3\text{)}$
 - La sphère externe (O, R_2) porte une densité de charge surfacique $\sigma = -0.5 \text{ C/m}^2$.
- 1- Calculer les charges totales portées par chaque sphère.
 - 2- Déterminer le champ électrique en tout point de l'espace ($0 < r < \infty$).
 - 3- Déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace.

$$\begin{aligned} 1) Q_1 &= \int_0^{R_1} \rho dv = 5\pi R_1^2 (C); \quad Q_2 = \sigma 4\pi R_2^2 = -5\pi R_1^2 (C); \\ r > R_2: \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} &= 0; \quad E(r) = 0 \quad V(r) = Cst \\ R_2 < r < R_1: q_i &= Q_1; \quad E(r) = \frac{5R_1^2}{4\epsilon_0} \frac{1}{r^2}; \quad V(r) = \frac{5R_1^2}{4\epsilon_0} \left(\frac{1}{r}\right) + Cst \\ r < R_1: q_i &= \int_0^r \rho dv = 5\pi r^2; \quad E(r) = \frac{5}{4\epsilon_0}; \quad V(r) = -\frac{5}{4\epsilon_0} r + Cst \end{aligned}$$

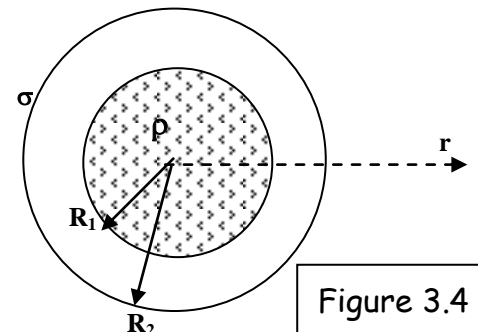


Figure 3.4

Exercice 3.7 :

On considère un condensateur idéal, constitué de deux conducteurs plans, de surfaces S et distants de e_0 . On applique une d.d.p. V_0 entre ses armatures.

1°) Calculer:

- la charge Q du condensateur;
- l'énergie potentielle emmagasinée;

- la force agissant sur chacune des armatures.

2°) On isole le condensateur de la source. Une des armatures étant fixe, on approche l'autre jusqu'à e_1 ($e_0 > e_1$), (figure 3.5).

Expliquer, qualitativement, les phénomènes qui se produisent au cours de ce déplacement (transport de charge, variation de potentiel, de capacité,.....)

Montrer, à travers un bilan précis, que le principe de conservation de l'énergie est vérifié.

3°) On réalise maintenant le même déplacement tout en gardant le générateur branché au condensateur (figure 3.6). Mêmes questions que précédemment (ne pas oublier de tenir compte, dans le bilan, de l'énergie mise en jeu dans le générateur)

4°) Refaire les bilans d'énergie du 2°) et du 3°) dans le cas d'un déplacement de e_0 à e_1 lorsque $e_0 < e_1$.

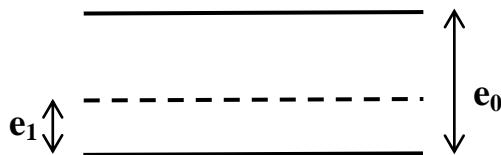


Figure 3.5

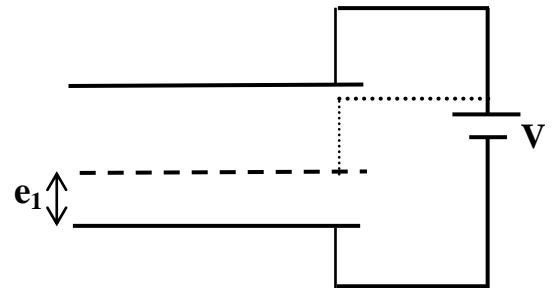


Figure 3.6

Exercice 3.8 :

Soit un condensateur plan idéal formé par deux armatures (P_1) et (P_2) conductrices de surfaces $S = 226\text{cm}^2$ et séparées par du vide d'épaisseur $d = 0.3\text{mm}$.

1°) Le condensateur est branché à un générateur de F.é.m. $E = 120\text{V}$.

- Retrouver l'expression de la capacité du condensateur et la calculer.
- Calculer la charge portée par chaque armature ainsi que l'énergie emmagasinée.
- Déterminer les forces qui s'exercent sur les armatures.

2°) On introduit parallèlement entre les armatures une plaque conductrice (L), neutre, de même dimensions et d'épaisseur h (figure 3.7). Le générateur étant branché:

- Expliquer qualitativement ce qui se passe et représenter la nouvelle répartition des charges.
- Donner l'expression de la capacité équivalente du système.
- Quelle est l'épaisseur h de la plaque si la capacité équivalente vaut 1 nF ?

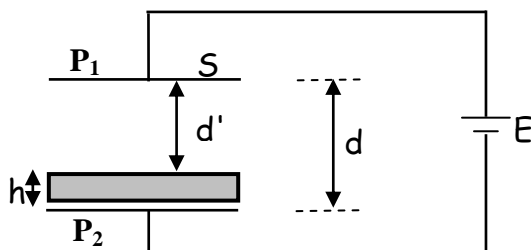


Figure 3.7

$$\begin{aligned} 1 \text{ a) } C_0 &= \frac{\epsilon_0 S}{d} ; \text{ b) } Q_0 = C_0 (V_A - V_B) \\ W_0 &= \frac{1}{2} Q_0 (V_A - V_B) \text{ c) } F_1 = F_2 = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0} ; \\ 2 \text{ a) influence totale ; b) } C &= \frac{\epsilon_0 S}{d-h} ; \\ \text{ c) } h &= 0.1\text{mm} \end{aligned}$$

Exercice 3.9 :

I- Un conducteur de forme quelconque homogène, en équilibre électrostatique, porte une charge Q .

- Que vaut le champ électrique à l'intérieur de ce conducteur ?
- Que vaut le potentiel électrique à l'intérieur de ce conducteur ?
- Où est située la charge Q ?

II- Nous disposons maintenant d'un câble coaxial, cylindrique, constitué de deux cylindres conducteurs infiniment longs, séparés par le vide. Le premier est plein de rayon R_1 , de potentiel V_0 et porte une densité de charge σ_1 . Le second est creux, de rayon interne R_2 et externe R_3 relié au sol (voir figure 3.8)

- 1- Quel est le signe de Q_1 ?
- 2- L'ensemble étant à l'équilibre, quelle est la charge Q_2 de la face interne du cylindre externe.
- 3- Déterminer, à l'aide du théorème de Gauss, la direction, et le module du champ électrique entre les deux conducteurs ($R_1 < r < R_2$).
- 4- a- En utilisant la circulation du champ électrique ($dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$) donner l'expression de la charge Q_1 pour une longueur L finie.
b- Dédurre l'expression de la capacité du câble coaxial. $R_1 = 1 \text{ mm}$, $R_2 = 3 \text{ mm}$, $\ln 3$
c- Calculer cette capacité par unité de longueur.

$$\begin{aligned}
 &1) \vec{E} = \vec{0}, 2) V = \text{Cst}, 3) \text{face externe, } 1) Q_1 > 0 \\
 &2) Q_1 = -Q_2 \quad 3) E(r) = \frac{Q_1}{2\pi \epsilon_0 r L} \quad 4) a. Q_1 = \frac{2\pi \epsilon_0 V_0 L}{\ln(R_2/R_1)}, \\
 &b. C = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}, c. C_1 = C/L \quad 5) R = \frac{1}{2\pi L \gamma} \ln(R_2/R_1) \\
 &6) R.C = \epsilon_0 / \gamma = \rho \epsilon_0.
 \end{aligned}$$

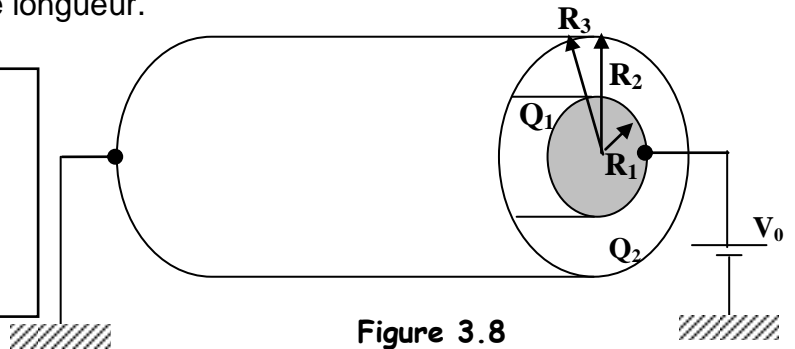
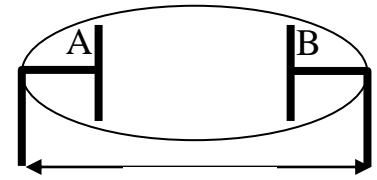


Figure 3.8

IV-Conduction

Exercice 4.1:

A) **Déplacement des électrons dans le vide:** Dans un tube à vide se trouve deux plaques parallèles A et B, soumises à une différence de potentiel positif $V_A - V_B = V_0$ (figure 4.1). On considère que les électrons quittent la plaque B par effet thermoélectrique avec une vitesse supposée nulle.



$V_0 > 0$
Figure 4.1

1) Quelle est la nature du mouvement des électrons.

2) Donner l'énergie cinétique des électrons lorsqu'ils atteignent A.

B) **Déplacement des électrons dans un milieu conducteur :** Lois d'Ohm et de Joule

I) On considère un conducteur homogène de forme cylindrique et de section S. On soumet les deux extrémités A et B du cylindre à une d.d.p. V_0 . On constate que le conducteur est traversé par un courant électrique d'intensité I donnée par: $I = V_0/R$ où R est une constante caractéristique du conducteur appelée résistance.

1) Représenter les lignes de courant et montrer que le vecteur densité de courant \vec{j} est constant.

2) Etablir la relation qui lie le vecteur densité de courant \vec{j} au vecteur champ électrique \vec{E} .

3) En déduire le vecteur vitesse de dérive \vec{v} des électrons dans le conducteur.

4) Comparer au résultat obtenu en A.

II) Lors de leur déplacement dans un conducteur; les électrons, de vitesse \vec{v} sont soumis à une force de frottement de type visqueux $\vec{f} = -k\vec{v}$, où k représente une constante caractéristique du matériau conducteur.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement des électrons soumis à la force électrique et la force de frottement.

2) Vérifier que la fonction: $v = v_{\text{lim}}[1 - \exp(-t/\tau)]$, est solution de l'équation précédente. Déterminer la vitesse limite v_{lim} et la constante de temps τ en fonction du champ électrique \vec{E} , de la masse de l'électron m, de sa charge électrique e et du coefficient k.

3) Déterminer le travail de la force de frottement lorsque l'électron se déplace de B à A. Sous quelle forme d'énergie se retrouve-t-il?

4) Quelle est la puissance calorifique dégagée dans le conducteur lorsqu'il est parcouru par un courant I.

A-1: $\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E} = cte$; M.R.U.A ; 2- $E_{CA} = eV_0$; $\vec{f} = -k\vec{v}$; B-I-1 : même sens que les charges + et // à l'axe du cylindre de V_A à V_B
et $i = I/S$; 2- $\vec{j} = -\gamma\vec{E}$; 3- $\vec{v} = -\frac{\gamma}{ne}\vec{E}$; 4- dans A v varie, **là il est constant** ; BII-1 $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{e}{m}E$; 2- $v_{\text{lim}} = eE/k$ et $\tau = m/k$; 3-
 $W_A^B = -kv_{\text{lim}}(x_B - x_A) = -eEL$; 4- $Wf = -R I^2 t$

Un conducteur cylindrique de cuivre, de section $s = 1 \text{ mm}^2$ et de longueur $L = 10 \text{ m}$, est parcouru par un courant constant de 5 A, lorsque la d.d.p. entre ses deux bases vaut 0,85V.

1. Calculer le module du vecteur densité de courant.

2. Calculer le nombre d'électrons libres par unité de volume sachant qu'un atome de cuivre libère un électron. **On donne :** La masse atomique du cuivre $M = 64 \text{ g}$, sa masse volumique $\rho_{\text{Cu}} = 8900 \text{ kg/m}^3$ et le nombre d'Avogadro $N = 6.023 \times 10^{23}$.

3. Calculer la valeur de la vitesse de dérive des électrons libres.

4. Calculer la résistivité du conducteur.

1- $|\vec{j}| = \frac{I}{S} = 5 \times 10^6 (\text{A/m}^2)$; 2- $n = N_A \rho_{\text{Cu}} / M = 8,37 \times 10^{28} (\text{e/m}^3)$; 3- $v = \frac{j}{ne} = 3,73 \times 10^{-4} (\text{m/s})$; 4- $\rho = \frac{VS}{I\ell} = 17 \times 10^{-9} (\Omega \cdot \text{m})$

Exercice 4.3 :

Un cylindre homogène en argent de diamètre d égal à 1.2 mm et de longueur l égale à 42cm, est parcouru par un courant $I=50A$ lorsque la ddp, appliquée entre ses deux bases vaut $V=0.3$ V.

- 1) Calculer la conductivité γ de l'argent.
- 2) Sachant que chaque atome d'argent libère un électron pour la conduction, trouver le nombre n d'électrons libres par mètre cube. On rappelle que pour l'argent le nombre de masse est $A=108$ et la masse volumique $\rho = 10.5 \text{ g/cm}^3$.
- 3) À partir de deux expressions différentes du vecteur densité de courant, trouver la vitesse de dérive des électrons de conduction.
- 4) Calculer la mobilité μ des porteurs de charges libres pour l'argent.

$$1- \gamma = \frac{4LI}{V\pi d^2} = 6,2 \cdot 10^7 \Omega^{-1}m^{-1} ; 2- n = N_A d / A = 0.585 \cdot 10^{29} e / m^3 ; 3- v = \frac{I}{neS} = 4.72 \cdot 10^{-4} m/s ; 4- \mu = \frac{Lv}{V} = 6,6 \cdot 10^{-2} MKSA$$

Exercice 4.4 :

Un fil de cuivre, de section $S=1\text{mm}^2$ et de longueur $l=58\text{cm}$, transporte une charge de 22500 C en 1h15mn. Le cuivre contient $8.4 \cdot 10^{22}$ électrons par cm^3 .

- 1) Quelle est l'intensité du courant qui parcourt le fil?
- 2) Trouver la vitesse de dérive \vec{v} des électrons.
- 3) Au cours de leur mouvement, les électrons sont soumis, de la part des ions du réseau, à une force de frottement de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$. Sachant que la constante k est égale à $3.7 \cdot 10^{-17}$ (MKSA), calculer la résistance du fil de cuivre.

Exercice 4.5 :

Un solénoïde de longueur 10 cm porte 8 couches de spires circulaires de diamètre 10 cm à raison de 2500 spires par mètre. Le fil est un conducteur dont la conductivité $\gamma = 10^8 \Omega^{-1}m^{-1}$.

- 1) Calculer la résistance du solénoïde.
- 2) Quelle est l'intensité du courant dans le solénoïde quand il est soumis à une d.d.p de 100V?

Exercice 4.6 :

Un fil de cuivre cylindrique de diamètre $d = 1\text{mm}$ et de longueur $l = 1\text{m}$ est parcouru par un courant constant d'intensité $I = 1$ A. Il satisfait la loi d'Ohm microscopique $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

Données concernant le cuivre: masse molaire $M = 63.4\text{g/mol}$, masse volumique $\mu = 8.9\text{g/cm}^3$; numéro atomique: $Z = 29$ résistivité à 200°C : $r = \gamma^{-1} = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega.m$ où γ est la conductivité. Il y a un électron de conduction par atome de cuivre. La charge de l'électron: $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C; nombre d'Avogadro: $N = 6.02 \cdot 10^{23}$ molécules/mole

1 Quel est la forme des lignes de champ électrique et des lignes de courant dans les deux cas suivants:

- 1) le fil est rectiligne;
- 2) le fil forme une boucle circulaire ($l \gg d$).
- 3) Donner l'expression algébrique de la densité volumique de charge mobile ρ (m) en fonction de e , μ , M , et N . Comparer aux densités volumiques de charge positive ρ^+ et de charge négative ρ^- .
- 4) En utilisant la loi d'Ohm microscopique, retrouver la loi d'Ohm macroscopique, puis l'expression algébrique de la résistance du fil en fonction de d , l et r .
- 5) Evaluer numériquement:
 - a. La résistance R du fil.
 - b. La densité de courant j .

- c. La chute de potentiel V entre les extrémités du fil et la puissance dissipée.
- d. La densité volumique de charge mobile.
- e. La vitesse moyenne des électrons de conduction. La comparer à leur vitesse d'agitation thermique et à la vitesse de la lumière.

Exercice 4.7 :

La conductivité électrique dans les métaux est due à la présence d'électrons libres. Le cuivre, à l'état métallique libère un électron par atome. On considère un fil de cuivre de section $S = 1 \text{ mm}^2$, de masse volumique $\rho = 8.9 \text{ g.cm}^{-3}$ et de masse molaire $m_{\text{Cu}} = 63.6 \text{ g/mol}$. On rappelle que le nombre d'Avogadro est $N = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ at/mol}$.

- 1- Calculer la densité électrique dans le fil.
 - 2- Le fil étant parcouru par un courant électrique $I = 10 \text{ A}$, calculer la densité de courant j et la vitesse des électrons.
 - 3- On crée une différence de potentiel aux bornes du fil et donc un champ électrique uniforme E dans le métal. Les électrons sont soumis à l'action de la force électrique et à une force de frottement visqueux de la forme $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$ qui rend compte, en moyenne, des collisions entre les électrons et les impuretés du cuivre, τ est le temps moyen entre deux chocs.
 - a- Etablir la loi de variation de la vitesse des électrons en fonction du temps sachant que la vitesse est nulle à $t = 0 \text{ s}$.
 - b- Calculer la vitesse des électrons à l'équilibre.
 - c- Calculer la densité de courant dans le fil et déduire la conductivité électrique du cuivre.
- A.N : $\tau = 4.22 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ et $m = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.
- d- Calculer la résistance d'un mètre de fil.

Exercice 4.8 : On reprend ensuite l'exercice 3.9 et on demande : En appliquant l'expression locale de la loi d'Ohm ($\vec{j} = \gamma \vec{E}$) donner l'expression de la résistance de fuite de ce câble.

Donner la relation liant la résistance à la capacité.

$$1- E = -\frac{dV}{dr} = \frac{I}{\gamma 2\pi r h} \Rightarrow V = RI = \frac{I}{2\pi \lambda h} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad R = \frac{1}{2\pi \sigma h} \ln \frac{R_2}{R_1} ; 2- RC = \rho \epsilon_0$$

V-Réseaux électriques

Exercice 5.1 :

La différence de potentiel aux bornes d'une batterie d'accumulateurs est de 8.5 V lorsqu'un courant de 3 A la traverse du pôle négatif au pôle positif. Quand un courant de 2 A la traverse en sens inverse, la différence de potentiel devient 11 V.

1- Quelle est la résistance interne de la batterie ?

2- Quelle est la force électromotrice ?

$$r=0.5\Omega \text{ et } E=10V$$

Exercice 5.2 :

On considère le circuit électrique de la figure 5.1 comprenant un générateur G et une batterie B de F.é.m. E et E', de résistances internes r_g et r_b , respectivement. R_1 et R_2 sont des résistances extérieures.

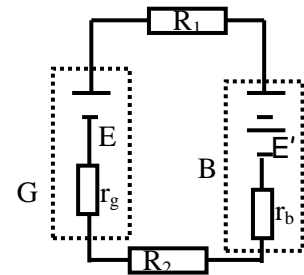
1- Calculer le courant circulant dans le circuit.

2- Déterminer la d.d.p. aux bornes du générateur G et aux bornes de la batterie B.

3- a- Quelle est la puissance électrique fournie ?

b- Quelle est la puissance électrique totale dissipée par effet Joule ?

c- A quelle vitesse l'énergie chimique s'emmagasine-t-elle et où ?



$$E = 16V ; E' = 12V ; R_1 = 1.5\Omega \\ R_2 = 1.2\Omega ; r_g = 0.2\Omega ; r_b = 0.1\Omega$$

Figure 5.1

$$1- I = \frac{E - E'}{R_1 + R_2 + r_g + r_b} = 1.33A ; 2- V_g = E - r_g I = 15.74V , V_b = E' + r_b I = 12.13V ; 3- P_f = EI = 21.33W , \\ P_j = \sum r_i I^2 = 5.33W , P_c = W/t = E'I = 16W \text{ dans la batterie.}$$

Exercice 5.3 :

Le circuit de la figure 5.2, comporte, deux générateurs identiques de F.é.m. E et de résistance interne r, une résistance variable x et un assemblage de résistances entre B et C. ($E=6V$, $r = 1\Omega$ et $R=14\Omega$)

1- Trouver la résistance R_{BC} équivalente à la portion (BC) du circuit.

2- Exprimer l'intensité du courant traversant la résistance x en fonction de E, r, x et R_{BC} .

3- a- Trouver la puissance dissipée dans la résistance x.

b- Pour quelle valeur de la résistance x cette puissance est-elle maximale ?

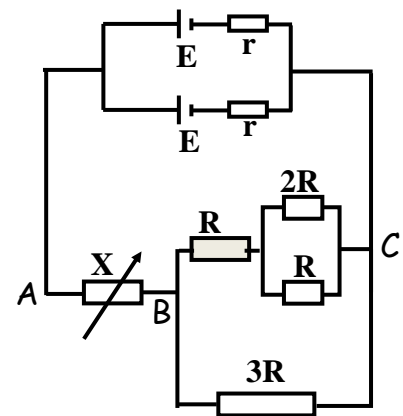


Figure 5. 2

$$1- R_{BC} = \frac{15}{14} R = 15\Omega ; 2- I = 2E / (r + 2R_{BC} + 2x) ; 3- a- P_x = xI^2 = \frac{144x}{(31+2x)^2} \text{ b- } \frac{dP_x}{dx} = 0 \Rightarrow x = R_{BC} + r/2 = 15.5\Omega$$

Exercice 5.4 :

Le circuit de la figure 5.3 est constitué d'un générateur et de plusieurs résistances.

On donne : $E = 25 \text{ V}$, $e = 10 \text{ V}$ $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 10\Omega$, $R_3 = 5\Omega$ $R_6 = R_7 = 20\Omega$

Partie I :

- 1- Calculer la résistance équivalente R_{AD} entre les points A et D.
- 2- En déduire les valeurs des courants I_3 et I_6 .
- 3- Calculer les valeurs des courants I_{R_1} , I_{R_2} , I_{R_4} et I_{R_5} .

Partie II :

On considère le circuit de la figure 5.4 dans lequel on introduit une F.é.m e entre A et B.

- 1- Calculer le courant I_3 qui traverse la résistance R_3

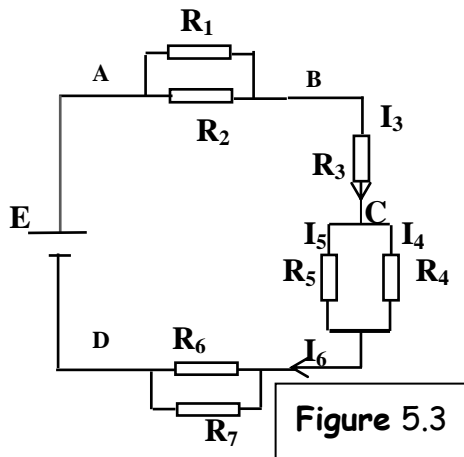


Figure 5.3

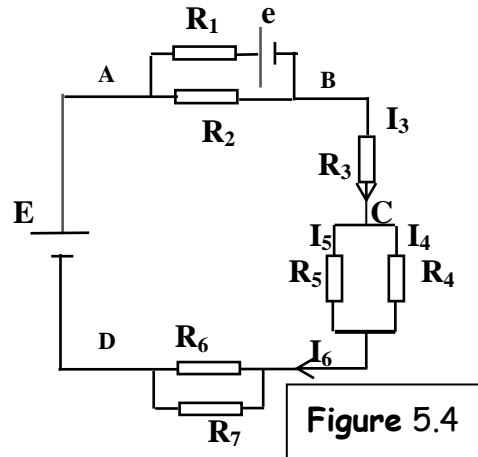


Figure 5.4

$$\text{I-1- } R_{AB} = \frac{35}{12} \Omega; \quad 2- I_3 = I_6 = E / R_{equiv} = 1. A; \quad 3- \alpha- I_{R_1} = I_{R_2} = I_{R_4} = I_{R_5} = I_3 / 2 = 0.5 A$$

$$\text{II-1- } I_3 = (2E - e) / (R_1 + 2R_{BD}) = 0.8 A$$

Exercice 5.5 :

On considère le circuit de la figure 5.5 comportant un générateur de F.é.m. $E_1 = 100 \text{ V}$ et un générateur réversible de F.é.m. $E_2 = 50 \text{ V}$, de résistances internes respectives $r_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $r_2 = 2 \text{ k}\Omega$ et un récepteur de F.c.é.m. e et de résistance interne $r' = 1000\Omega$.

- 1- Etablir les expressions des intensités des courants I_1 , I_2 et I_3
- 2- circulant dans les différentes branches du circuit.
- 3- Quelle condition doit vérifier la F.c.é.m. e du récepteur pour que le dispositif puisse fonctionner ?

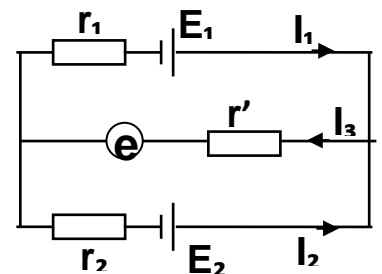


Figure 5.5

4- Calculer I_1 , I_2 et I_3 pour $e = 60 \text{ V}$.

5- L'élément de F.é.m. E_2 fonctionne-t-il comme générateur ou comme récepteur ? Justifier votre réponse.

$$1- I_1 = \frac{(r' + r_2)(E_1 - e) - r'(E_2 - e)}{\Delta}; \quad I_2 = \frac{(r' + r_1)(E_2 - e) - r'(E_1 - e)}{\Delta}; \quad I_3 = \frac{r_1(E_2 - e) - r_2(E_1 - e)}{\Delta} \text{ et } \Delta = r_1 r_2 + r_1 r' + r_2 r'$$

$$2- I_3 > 0 \Rightarrow e < 83.33 \text{ V}; \quad 3- I_1 = 36.5 \text{ mA}, \quad I_2 = -6.5 \text{ mA}, \quad I_3 = 30 \text{ mA}; \quad 4- E_2 \text{ est récepteur car } I_2 < 0$$

Exercice 5.6 :

On considère le circuit électrique représenté sur la figure 5.6 ci-dessous.

1- Calculer les intensités des courants I_1 , I_2 et I_3 circulant respectivement dans les résistances r_1 , r_2 et R .

2- La résistance R est, en réalité, constituée par l'association de résistances comme l'indique la figure 5.7.

a- Calculer la résistance R_3 .

b- Déterminer la puissance dissipée dans la résistance R_3 .

$$E_1=12V ; E_2=6V ; r_1= r_2=2\Omega ; R=5\Omega ; R_1=10\Omega.$$

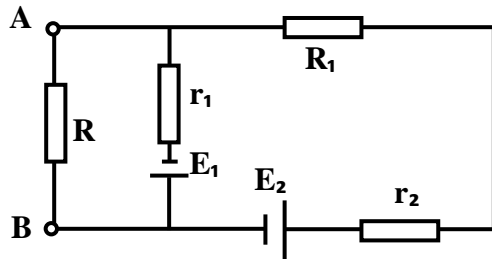


Figure 5.6

$$R_2=10\Omega ; R_4= R_5=4\Omega ;$$

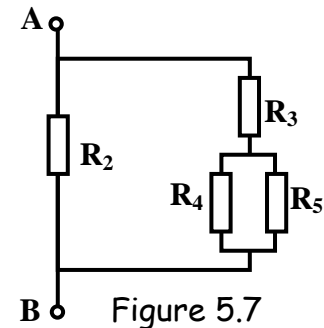


Figure 5.7

$$1-I_1 = 2.49A, I_2 = 1.08A, I_3 = 1.40A; \quad 2-a-R_3 = 8\Omega; \quad b-P = 3.94W$$

Exercice 5.7 :

Le circuit de la figure 5.8 ci-dessous est constitué d'un condensateur de capacité C et sa résistance de fuite r , en série avec une résistance R et un générateur de tension E .

1- Le condensateur étant complètement chargé, déterminer les courants dans chaque branche du circuit.

2- Quelle est la charge Q_0 du condensateur C .

3- Si à $t = 0$ s, le condensateur était complètement déchargé. Déterminer l'équation différentielle de la charge du condensateur.

4- Dédurre l'expression de la charge $q(t)$ en fonction du temps.

Préciser les expressions de la charge finale Q_f et de la constante de temps τ .

5- Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans C .

$$1-I_C = 0; I_R = I_r = E/(R+r); \quad 2-Q_0 = rI_r C; \quad 3-\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{E}{R}; \quad 4-q(t) = Q_0(1-e^{-t/\tau}) \text{ et } \tau = \frac{RrC}{R+r}; \quad 5-E_C = \frac{1}{2}Q_0^2/C$$

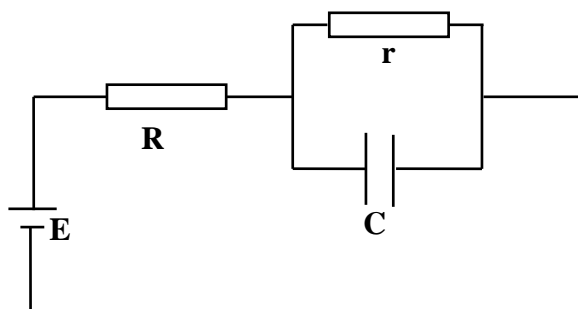


Figure 5.8

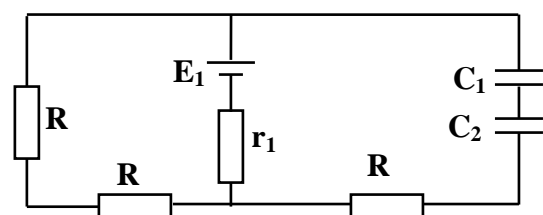


Figure 5.9

Exercice 5.8 :

Le circuit électrique suivant est constitué d'un générateur réversible E_1 , de deux capacités C_1 et C_2 ainsi que quatre résistances (figure 5.9 ci-dessus). On donne : $E_1 = 5V$, $C_1 = C_2 = 4 \mu F$, $R = 2r_1 = 2 \Omega$

- 1- Les condensateurs C_1 et C_2 sont complètement chargés. Déterminer les courants dans les différentes branches.
- 2- Déduire les charges et les tensions de chaque condensateur.
- 3- On suppose maintenant que C_1 et C_2 sont complètement déchargés. Ecrire l'équation différentielle régissant la charge du condensateur équivalent C .
- 4- Donner l'expression de la charge de C en fonction du temps en précisant les valeurs de la charge finale Q_f et la constante de temps τ .
- 5- Quelle est l'énergie emmagasinée dans C ?

$$1 - I_C = 0; I = E_1 / (2R + r_1) = 1A; 2 - V_1 = V_2 = (E_1 - r_1 I) / 2 = 2V; Q_1 = Q_2 = 8\mu C; 3 - \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{4E}{14r_1}; 4 - q(t) = Q_f (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\text{et } \tau = \frac{14r_1 C}{10} = 5.6\mu s; Q_f = Q_1 = \frac{4E_1 C}{10} \text{ (avec : } C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = 2\mu F); E_C = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C} = 8\mu J$$

Exercice 5.9:

Le circuit de la figure 5.10 est constitué d'un générateur E , de trois résistances R , d'une capacité C et d'un interrupteur K .

I- A l'instant $t = 0$ s on ferme l'interrupteur et C est complètement déchargé.

- 1- Ecrire les lois des nœuds et les lois des mailles du circuit.
- 2- Donner l'expression de l'équation différentielle régissant la charge de C .
- 3- Déduire l'expression de la charge en fonction du temps.
- 4- Déduire la charge finale et la constante de temps du circuit.
- 5- Quelle est la tension finale aux bornes du condensateur ?

II- On ouvre l'interrupteur K , que se passe-t-il pour le condensateur ?

- 1- Ecrire la nouvelle équation différentielle de la charge $q(t)$ de C .
- 2- Déduire l'expression de la charge $q'(t)$ de C en précisant la nouvelle constante de temps et la charge finale de C . On donne : $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \mu F$ et $E = 15$

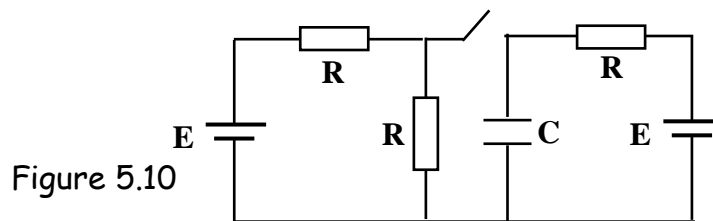


Figure 5.10

$$I - 2 - \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{2E}{R}; 3 - q(t) = Q_f (1 - e^{-t/\tau}); 4 - \tau = \frac{RC}{3} = 0.33s; Q_f = \frac{2EC}{3} = 1mC; 5 - V_C = \frac{2E}{3} = 10V,$$

$$II - E > V_C \text{ Cse charge encore } 1 - \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau'} = \frac{E}{R} \text{ avec } \tau' = RC; 2 - q'(t) = Q_f' (1 - e^{-t/\tau'}) + Q_f e^{-t/\tau'} \text{ et } Q_f' = EC$$

Exercice 5.10:

Soit le circuit électrique suivant (figure 5.11). Il est constitué de deux générateurs réversibles, d'un récepteur pur, d'un condensateur et de résistances : $E = 25 \text{ V}$, $r = 0.5 \text{ k}\Omega$ et $C = 2 \mu\text{F}$

I- On met l'interrupteur K en position 1.

- 1- Déterminer les expressions des courants qui circulent dans chaque branche en fonction de E , e et r .
- 2- Quelle est la condition pour que le circuit fonctionne.
- 3- Donner les valeurs des courants pour $e = 30 \text{ Volts}$.
- 4- Déterminer le rendement du récepteur dans ce cas.

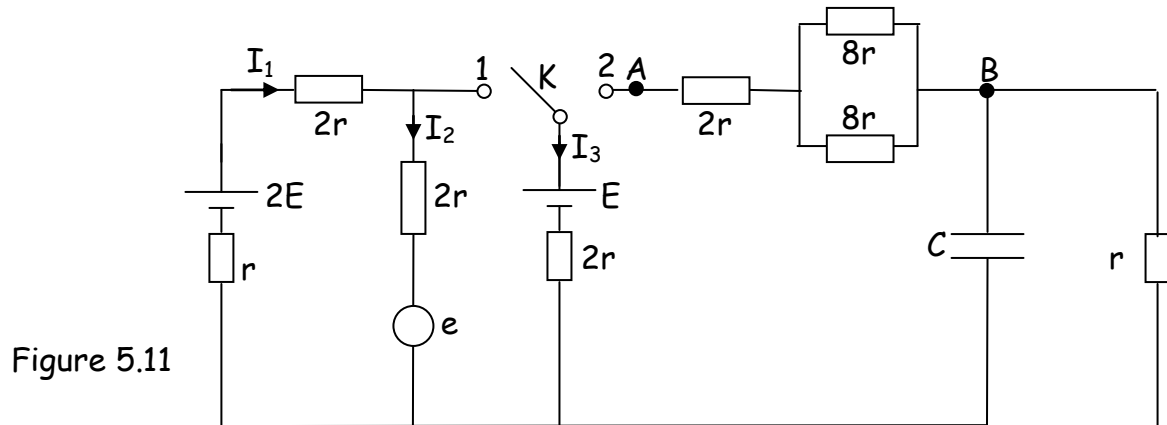


Figure 5.11

II- On met l'interrupteur en position 2

A $t = 0 \text{ s}$ le condensateur est déchargé.

- 1- Déterminer la résistance équivalente R_{AB} entre les points A et B.
- 2- Donner l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C.
- 3- Dédire l'expression de la charge $q(t)$ en fonction du temps.
- 4- Préciser les valeurs de la charge finale et de la constante de temps τ .

$$1- I_1 = \frac{6E - 2e}{16r}; \quad I_2 = \frac{7E - 5e}{16r}; \quad I_3 = \frac{3e - E}{16r} \quad 2- I_2 > 0 \text{ donc } e < 35, \quad 3- I_1 = 11.25 \text{ mA}; \quad I_2 = 3.125 \text{ mA}; \quad I_3 = 8.125 \text{ mA}$$

$$4- R = \frac{P_u}{P_f} = \frac{e}{e + 2rI_2} = 90.5\% \quad \text{II}$$

$$1- R_{AB} = 6r; \quad \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{E}{8r}; \quad q(t) = Q_f(1 - e^{-t/\tau}); \quad Q_f = EC/9 = 5.55 \mu\text{C}; \quad \tau = 8rC/9 = 0.89 \text{ ms}$$

Exercice 5.11:

Le circuit électrique de la figure 5.12 est constitué d'un générateur de f.e.m E , de quatre résistances R_1 , R_2 , R_3 et R_4 et de deux condensateurs C_1 , C_2 .

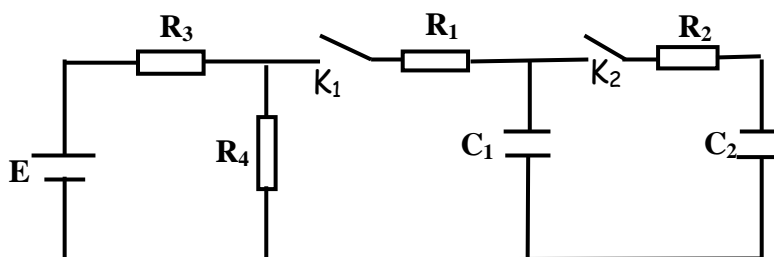


Figure 5.12

Partie I A $t = 0$, le condensateur C_1 est complètement déchargé, on ferme l'interrupteur K_1 , K_2 reste ouvert.

1- a- Ecrire l'équation différentielle régissant la charge $q_1(t)$ du condensateur.

b- Donner l'expression de la charge $q_1(t)$ de ce condensateur.

Préciser la constante de temps τ_1 et la charge finale Q_{1f} .

2- Le condensateur C_1 étant complètement chargé, donner la valeur des courants dans chaque branche du circuit. On donne : $R_1=R_2=2R=100 \Omega$, $R_3=R_4=4R$, $C_1=2C_2=2\mu F$ et $E = 12$ Volts

Partie II: On ferme l'interrupteur K_2 et on ouvre, instantanément, l'interrupteur K_1 .

1- Le condensateur C_1 va-t-il se charger ou se décharger ? Justifier.

2- Ecrire l'équation différentielle régissant la charge $q_2(t)$ du condensateur C_2 .

3- Donner l'expression de $q_2(t)$. Donner les valeurs de τ_2' et Q_{2f} .

4- Quelle est la charge finale de chaque condensateur (état d'équilibre) ?

Exercice 5.12:

Le circuit électrique de la figure 5.13 comprend un générateur de F.é.m. E , une résistance R , un condensateur de capacité C et un récepteur (e , r) dont le rendement (R) maximum est de 60%.

Le condensateur est initialement déchargé.

On donne : $R = 8 \Omega$, $r = 2 \Omega$, $e = 6 V$ et $C = 0.5 \mu F$.

A l'instant $t=0s$, on ferme l'interrupteur K .

1- Calculer l'intensité du courant débité par le générateur quand le récepteur fonctionne à plein régime (rendement maximum).

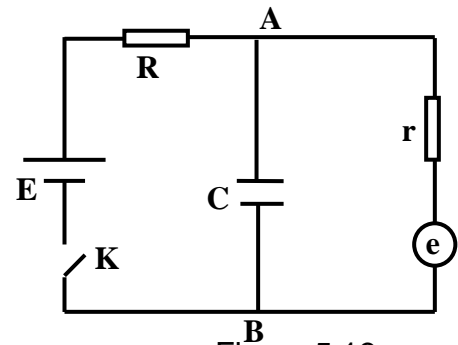


Figure 5.13

2- Dans ces conditions, déterminer la valeur de la F.é.m. E du générateur.

3- A partir de l'instant $t=0s$ (fermeture de K), donner la loi d'évolution de la charge $q(t)$ du condensateur. Pour simplifier les expressions on pose $R = 4r$. Précisant les valeurs de la charge finale Q_f et de la constante de temps τ .

4- Trouver l'instant t_1 tel que $q(t_1) = \frac{Q_f}{2}$ ou Q_f est la charge finale du condensateur.

$$1-R = \frac{e}{(V_A - V_B)} \cdot I = \frac{(V_A - V_B) - e}{r} \cdot 2 \cdot E = (V_A - V_B) + RI \cdot 3 - \frac{dq}{dt} + \frac{R+r}{RrC} q = \frac{Er+Re}{Rr} ; q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ avec } : Q_f = \frac{(E+4e)C}{5} ; \tau = \frac{4rC}{5} \cdot 4 - q(t_1) = \frac{Q_f}{2} \rightarrow t_1 = \tau \ln 2.$$

Exercice 5.13 :

Nous réalisons le groupement de condensateurs donné sur la figure 5.14. On Donne : $C_1=6 \mu\text{F}$; $C_2=3 \mu\text{F}$; $C_3=C_4=4 \mu\text{F}$, $V_A - V_B = 100 \text{ V}$, $E=101\text{V}$, $r=1 \Omega$ et $R=100 \Omega$

1. Calculer la capacité équivalente C de ce groupement.
2. Déterminer la d.d.p et la charge aux bornes de chaque condensateur.

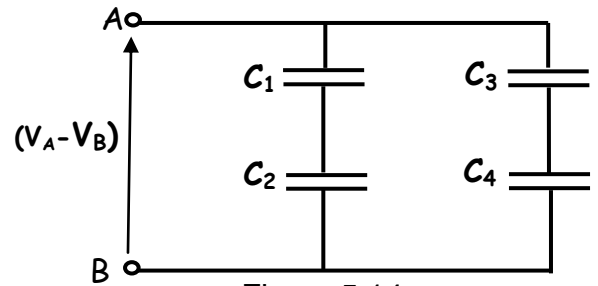


Figure 5.14

Nous considérons, maintenant, le réseau électrique de la figure 5.15, contenant un générateur de f.é.m. E et de résistance interne r , du condensateur équivalent C , d'une résistance R et d'un interrupteur K .

I. En régime transitoire :

Le condensateur C est initialement déchargé, à $t = 0 \text{ s}$ on ferme K , déterminer :

- a) L'équation différentielle régissant l'évolution de la charge du condensateur.
- b) La loi d'évolution de la charge $q(t)$ du condensateur C .
- c) En déduire les valeurs de la charge finale Q_f et de la constante de temps du circuit.

II. En régime permanent (C est complètement chargé) déterminer :

- a) Le courant qui circule dans chaque branche du circuit.
- b) La charge du condensateur C .
- c) L'énergie emmagasinée dans le condensateur.

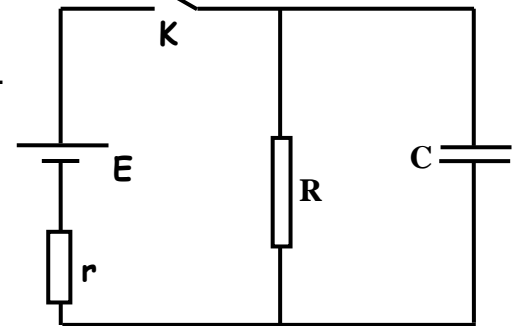


Figure 5.15

$$1-C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \quad 2-Q_1 = Q_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (V_A - V_B); Q_3 = Q_4 = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} (V_A - V_B) \quad V_1 = \frac{Q_1}{C_1}; V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \quad \text{I-a. } \frac{dq}{dt} + \frac{R+r}{RrC} q = \frac{E}{r}$$

$$\text{b. } q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \text{c. } \tau = \frac{RrC}{R+r}, Q_f = \frac{RCE}{R+r} \quad \text{II-a-I} = I_R = \frac{E}{R+r}; \text{b. } Q_1 = C(E - rI); \text{c. } W = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C}$$

Exercice 5.14 :

Le circuit électrique suivant est constitué d'un générateur de force électromotrice E , de résistance interne r , de trois résistances d'un interrupteur K et d'un condensateur de capacité C (figure 5.16)

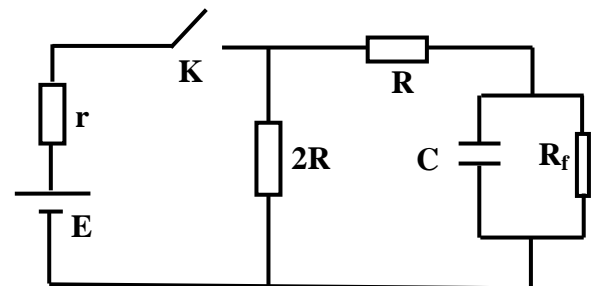


Figure 5.16

L'interrupteur K est fermé :

- I- Régime permanent : Le condensateur est complètement chargé.
 - a. Déterminer le courant circulant dans chaque branche du circuit.
 - b. Donner l'expression de la puissance fournie par le générateur.
 - c. Quelle est la puissance dissipée par effet joule dans le circuit ?
 - d. Donner la tension aux bornes du condensateur C .

II- Régime transitoire : Le condensateur étant initialement déchargé.

- a- Ecrire les équations de Kirchhoff.
- b- Déduire l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C .

c- Dédurre l'expression de la charge en fonction du temps.

Préciser les expressions de la charge finale et de la constante de temps.

d- Quelle est l'énergie totale emmagasinée dans le condensateur C

$$\begin{aligned} \text{I-a)} I_1 &= \frac{2ER}{2Rr+(R+R_f)(2R+r)}, I_2 = \frac{E(R+R_f)}{2Rr+(R+R_f)(2R+r)} \quad I = I_1 + I_2 = \frac{E(R+R_f+2R)}{2Rr+(R+R_f)(2R+r)} \\ \text{b)} P_f &= EI = \frac{E^2(R+R_f+2R)}{2Rr+(R+R_f)(2R+r)} \\ \text{c)} P_J &= R_{eq} I^2 = \left[r + \frac{2R(R+R_f)}{(2R+R+R_f)} \right] I^2 \\ \text{d)} V_C &= R_f I_1 \quad \text{II-a) loi des nœuds : } i = i_1 + i_2 \quad i_1 = i_c + i_f \text{ et } i_c = \frac{dq}{dt}; \\ \text{loi des mailles : } 2Ri_2 + ri &= E \quad * \quad Ri_1 + \frac{q}{C} - 2Ri_2 = 0, * \quad R_f i_f - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{b)} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{E}{R_{eq}}, * \\ \tau &= \frac{(3r+2R)RR_f C}{[R_f(r+2R)+R(3r+2R)]} \text{ et } R_{eq} = \frac{(3r+2R)}{2} \quad \text{c)} q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ et } Q_f = \frac{2RR_f CE}{[R_f(r+2R)+R(3r+2R)]} \\ \text{d)} U &= \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C} \end{aligned}$$

Exercice 5.15:

Soit le circuit suivant constitué de deux générateurs réversibles de f.é.m. E_1 et E_2 respectivement et de résistances internes r_1 et r_2 ; un condensateur C initialement déchargé est monté en série avec une résistance R (figure 5.17).

1- On ferme K_1 (K_2 étant ouvert) :

- Etablir l'équation différentielle régissant la charge de C.
- Trouver la valeur de la charge finale Q_f .
- Calculer l'énergie interne du condensateur (W_c).
- Dédurre l'énergie dissipée par effet joule (W_j).

2- On ouvre K_1 et on ferme K_2 :

- Etablir l'équation différentielle régissant la variation de la charge de C.
- Calculer la constante de temps τ .
- Donner la nouvelle valeur de la charge finale Q'_f de C.
- En déduire la quantité de charge transférée.

Quel est le rôle du générateur réversible E_2 ? Justifier.

Donne : $E_1=8V$, $E_2=5V$, $r_1=r_2=1\Omega$, $C=0.5\mu F$, $R=1k\Omega$.

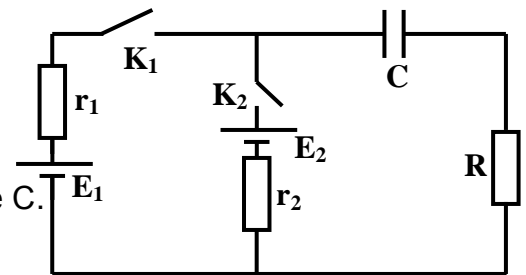


Figure 5.17

$$1\text{-a)} (R + r_1)i + \frac{q}{C} = E_1 \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{(R+r_1)C} = \frac{E_1}{(R+r_1)}; \text{b)} Q_f = CE_1; \text{c)} W_c = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C}; \text{d)} W_j = W_G - W_c.$$

$$\text{II-a)} (R + r_2)i' - \frac{q'}{C} + E_2 = 0 \rightarrow \frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{(R+r_2)C} = \frac{E_2}{(R+r_2)}; \text{b)} \tau = (R + R_2)C; \text{c)} Q'_f = CE_2; \text{d)} \Delta Q = Q'_f - Q_f; \text{e)} \Delta Q < 0 \rightarrow C \text{ se décharge et } E_2 \text{ joue le rôle de récepteur.}$$

Exercice 5.16 :

Soit le circuit électrique de la figure 5.18 comportant trois générateurs réversibles de résistances internes r .

On donne : $E_1 = 2E_2 = 3E_3 = 12V$;

$r = 5\Omega$ $R = 15\Omega$ $C = 10\mu F$.

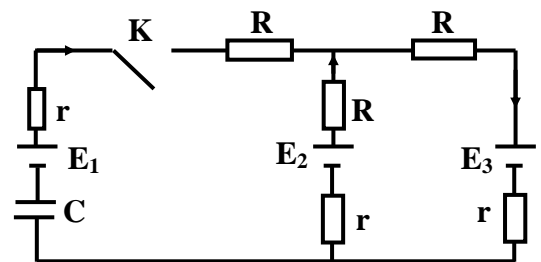


Figure 5.18

A l'instant $t = 0s$, on ferme l'interrupteur K.

I- Le condensateur C étant entièrement chargé :

- 1- Calculer les intensités des courants électriques débités par les générateurs en respectant les sens donnés sur la figure 5.18.
- 2- Quelle est la charge Q_0 du condensateur ? Déduire alors la d.d.p aux bornes du condensateur.
- 3- Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur ?
- 4- Quels sont les générateurs qui fonctionnent comme des récepteurs ?
- 5- Etablir le bilan d'énergie du circuit.

II- Le condensateur étant initialement entièrement déchargé, on ferme alors l'interrupteur K à $t = 0s$.

- 1- Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$ au cours du temps
- 2- Déterminer l'expression de la charge $q(t)$.
- 3- Au bout de combien de temps le condensateur est-il chargé à 99.9 % ?
- 4- Faire le bilan d'énergie du circuit

$$\begin{aligned} \text{I-1) } I=i_2=i_3 &= \frac{E_2-E_3}{2(R+r)} \quad i_1=0, \quad 2) V_{C_0} = (E_1 - E_2) + (R+r)I \quad Q_0 = CV_{C_0} \quad 3) W = \frac{1}{2} Q_0 V_{C_0} \quad 4) E_3 \text{ récepteur} \\ 5) W_G &= E_2 I, \quad W_J = (R+R+r+r)I^2, \quad W_{E_3} = E_3 I, \quad W_G = W_{E_3} + W_J. \text{II-1) } \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\frac{3}{2}(R+r)C} = \frac{2E_1-E_2-E_3}{3(R+r)}, \quad 2) q(t) = Q_f(1 - e^{-t/\tau}) \\ \text{avec } Q_f &= \frac{C}{2}(2E_1 - E_2 - E_3) \quad \text{et } \tau = \frac{3}{2}(R+r)C. \quad 3) \text{ à } t=t_1 \text{ on a } q(t_1) = 99.9\% Q_f \rightarrow t_1 = 3\tau \ln 10, \quad 4) \int_0^\infty E_1 i_1 dt + \int_0^\infty E_2 i_2 dt = \\ U_C &+ (R+r) \int_0^\infty i_1^2 dt + (R+r) \int_0^\infty i_2^2 dt + (R+r) \int_0^\infty i_3^2 dt + \int_0^\infty E_3 i_3 dt \end{aligned}$$

Exercice 5.17 :

On considère le circuit de la figure 5.19, formé d'un générateur de f.e.m E et de deux résistances R_1 et R_2 ; C_1 et C_2 sont les capacités de deux condensateurs initialement non chargés.

1- L'interrupteur K étant en position 1 :

- a- Etablir l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C_2 .
- b- En déduire l'expression de la charge $q_2(t)$ et celles des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ traversant respectivement les résistances R_1 et R_2 .

2- Le condensateur C_2 étant entièrement chargé :

- a- Quelle est l'énergie W_G fournie par le générateur ?
- b- Quelle est l'énergie W_{C_2} emmagasinée par C_2 ?
- c- Quelle a été l'énergie W_J dissipée par effet Joule dans le réseau ?
- d- Quelles sont les charges Q_1 et Q_2 respectives de C_1 et C_2 ?

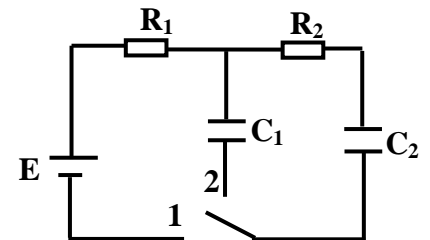


Figure 5.19

3- Le condensateur C_2 étant toujours entièrement chargé, on met l'interrupteur K en position 2, déterminer à l'état d'équilibre final :

- a- Les charges Q'_1 et Q'_2 de C_1 et C_2 , respectivement.
- b- Les énergies W'_{C_1} et W'_{C_2} emmagasinées respectivement par C_1 et C_2 .
- c- En déduire l'énergie W'_J dissipée dans le réseau

$$\begin{aligned} 1\text{-a) } \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{(R_1+R_2)C_2} &= \frac{E}{(R_1+R_2)}, \quad b) q_2 = Q_2(1 - e^{-t/\tau}) \text{ avec } Q_2 = EC_2 \text{ et } \tau = (R_1 + R_2)C_2, \\ i_1(t) = i_2(t) &= \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-t/\tau}, \quad 2\text{-a) } W_G = C_2 E^2, \quad b) W_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 E^2, \quad c) W_J = W_G - W_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 E^2, \\ d) Q_1 &= 0, \quad Q_2 = C_2 E, \quad 3\text{-a) } Q'_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E, \quad Q'_2 = \frac{C_2^2}{C_1 + C_2} E, \quad b) W'_{C_1} = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2^2}{(C_1 + C_2)^2} E^2, \quad W'_{C_2} = \frac{1}{2} \frac{C_2^3}{(C_1 + C_2)^2} E^2, \\ c) W'_J &= \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E^2 \end{aligned}$$

Exercice 5.18 :**Détermination de la vitesse d'un projectile :**

On considère le circuit de la figure 5.20, dans lequel E est un générateur continu de f.é.m. 300 V, r et R des résistances de valeurs respectives 5000 Ω et 10000 Ω et C un condensateur de capacité 0.3 μF . B₁ et B₂ sont deux points séparés par une distance de 4 cm.

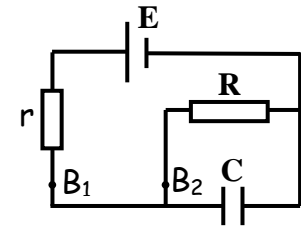


Figure 5.20

1- Initialement, la capacité est supposée entièrement chargée. Calculer la d.d.p et la charge aux bornes du condensateur

2- Un projectile coupe successivement les deux fils aux points B₁ et B₂ et, pendant le temps mis pour aller de B₁ à B₂, le condensateur se décharge partiellement dans la résistance R. La différence de potentiel entre ses armatures diminue ainsi de 12 V. Quelle est, en m/s, la vitesse du projectile entre B₁ et B₂ ?

3- On réalise la mesure de B₁B₂ à ± 1 mm et celles des tensions initiale et finale aux bornes de C à $\pm 0.1\text{V}$. Quelle incertitude relative résulte-t-il sur la détermination de la vitesse ? (Négliger les incertitudes sur C et R).

$$1) V_C = V_R = RI = \frac{RE}{R+r}; V_0 = \frac{RE}{R+r} = 200(V); Q = CV_C = 60\mu\text{C}; \quad 2) V_C(t) = \frac{RE}{R+r} e^{-t/\tau}, \tau = RC; \text{ à } t=t_1$$

$$V = V_1 = 200 - 12 = 188(V), \quad V_1 = \frac{RE}{R+r} e^{-t_1/\tau} = V_0 e^{-t_1/\tau} \rightarrow \frac{V_1}{V_0} = e^{-t_1/\tau}, \quad t_1 = RC \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right), \quad v = \frac{B_1 B_2}{t_1} = 215 \text{ m/s}$$

VI-Interaction Magnétique

Exercice 6.1 :

Dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme perpendiculaire au plan de la feuille et sortant, trois particules de masses m_1 , m_2 et m_3 et de charges q_1 , q_2 et q_3 animées des vitesses \vec{V}_1 , \vec{V}_2 et \vec{V}_3 dont les directions sont perpendiculaires à \vec{B} , décrivent les trajectoires indiquées sur la figure 6.1. (r_1 et r_3 sont les rayons des trajectoires circulaires; la trajectoire de la particule (m_2, q_2) est une droite.

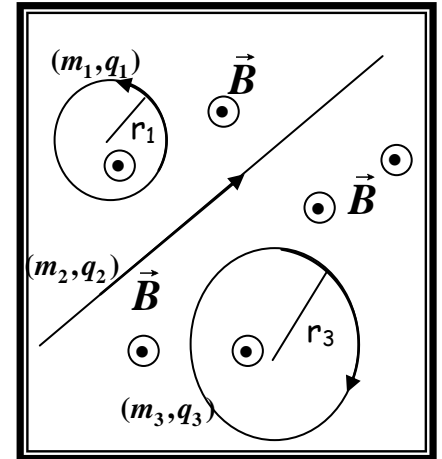


Figure 6.1

- 1- Quel est le signe des trois charges? Justifier votre réponse et représenter les forces magnétiques.
- 2- Donner les expressions des rapports q_1/m_1 et q_3/m_3 .
- 3- Déterminer les vitesses angulaires des particules (m_1, q_1) et (m_3, q_3) en fonction de B , q_i et m_i ($i=1$ ou 3). En déduire la condition pour que ces particules aient la même vitesse angulaire.

Exercice 6.2 :

Une particule de charge q positive se déplace dans un champ magnétique \vec{B} . Quand sa vitesse \vec{V}_1 est dans le plan (OY,OZ) et fait un angle θ par rapport à l'axe OY, la force magnétique \vec{F}_1 est portée par l'axe OX. Lorsque la vitesse \vec{V}_2 de la particule est dirigée suivant l'axe des OX, la force \vec{F}_2 est dirigée suivant l'axe OY (figure 6.2).

- 1) Quelles sont la grandeur et la direction du champ magnétique \vec{B} .
- 2) Déterminer la force \vec{F}_1 .

On donne: $q_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $\vec{V}_1 = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, $\theta = \pi/4$, $\vec{V}_2 = 2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, $\vec{F}_2 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.

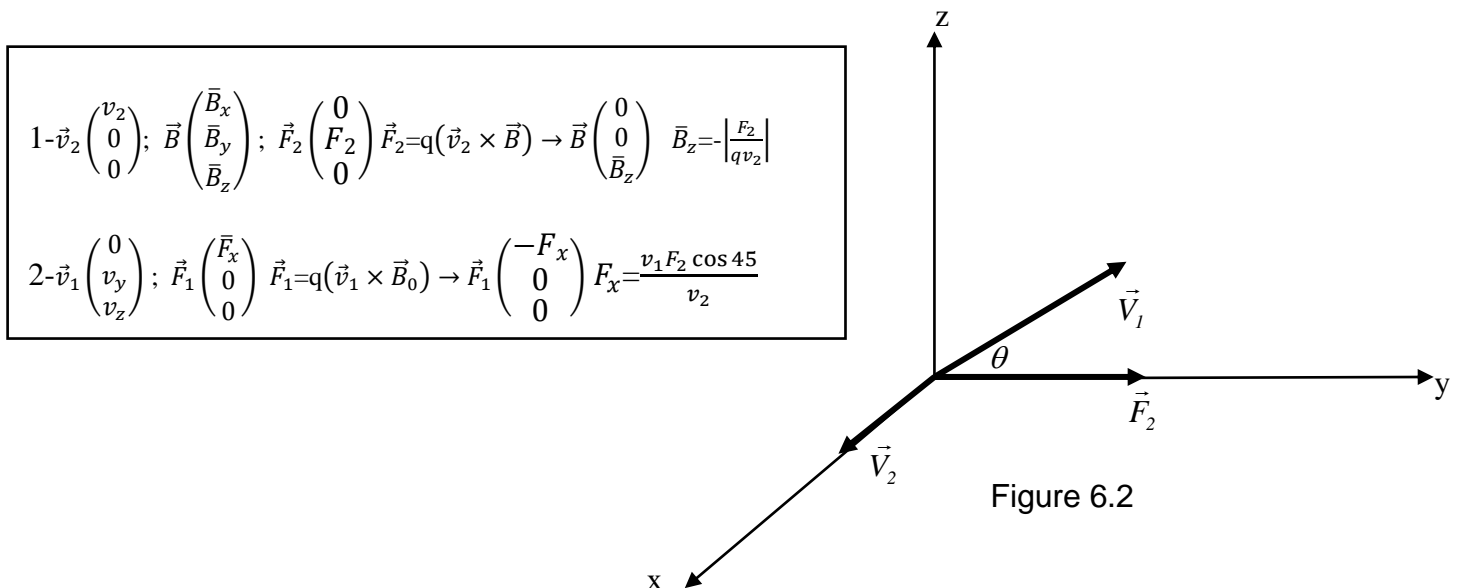


Figure 6.2

Exercice 6.3 :

On considère un fil infini parcouru par un courant d'intensité I (figure 6.3) :

- 1- Déterminer l'expression du champ magnétique d'induction \vec{B} créé en un point M.
- 2- Une charge (+q) passe par le point M avec une vitesse \vec{v} parallèle au fil infini :
 - a- Dans quel sens sera déviée cette charge ?
 - b- Déterminer le rayon de courbure ρ de la trajectoire suivie par la charge.

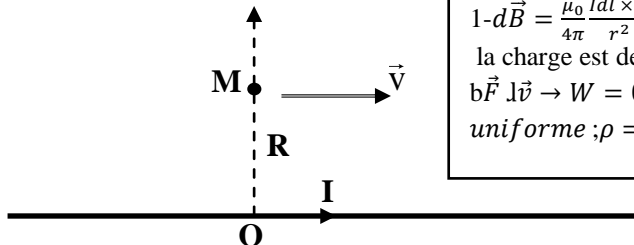


Figure 6.3

$$1-d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad 2-a. \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \text{ en appliquant la règle de la main droite, la charge est déviée vers le bas ;}$$

$$b \vec{F} \perp \vec{v} \rightarrow W = 0 \rightarrow v = Cst \rightarrow \text{mouvement circulaire uniforme ; } \rho = \frac{mv}{qB}$$

Exercice 6.4:

Un ruban fin en cuivre de largeur L et d'épaisseur d est placé perpendiculairement à un champ magnétique \vec{B} . Le ruban est parcouru par un courant électrique I (figure 6.4).

1°-a- Identifier la nature des porteurs de charge responsables du courant électrique.

-b- Représenter à l'équilibre les forces agissant sur les porteurs.

2°-a- Représenter à l'équilibre la vitesse de déplacement des porteurs de charge.

-b- Calculer le module du champ électrique de Hall E_H . En déduire la force électrique \vec{F}_e agissant sur chaque porteur.

On donne: $L = 2\text{cm}$, $d = 1.5\text{mm}$, $B = 1.8\text{ Tesla}$, $I = 80\text{A}$.

Dans le cuivre le nombre de charges par unité de volume est $n = 8.5 \cdot 10^{28} \text{ élec/m}^3$.

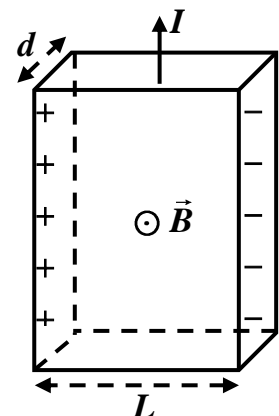


Figure 6.4

Exercice 6.5 :

Un cristal de sodium a une largeur l et une épaisseur e . On effectue sur ce cristal une mesure d'effet Hall. Quand ce cristal est parcouru par I et placé dans un champ magnétique \vec{B} perpendiculaire à sa surface, on mesure une tension de Hall V_H entre ses deux bords (figure 6.5).

1- Quels sont les porteurs de charge responsables du passage du courant électrique (électrons négatifs ou trous positifs) ? Représenter les forces qui agissent sur eux.

2- Sachant que $I = 1\text{A}$, $B = 1\text{T}$, $V_H = 25\mu\text{V}$, $l = 1\text{cm}$, $e = 10\mu\text{m}$:

a- Calculer le nombre n de charges par unités de volume.

b- Calculer la vitesse d'entraînement des charges libres.

3- Montrer que le rapport entre le champ électrique de hall E_H et le champ électrique E

responsable du courant électrique est : $\frac{E_H}{E} = \frac{B}{nq\rho}$ où ρ est la résistivité du matériau.

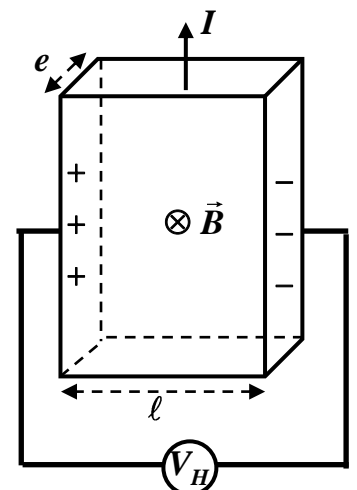


Figure 6.5

Exercice 6.6 :

Un ruban métallique de section rectangulaire d'épaisseur a et de largeur b est parcouru par un courant continu I est placé comme indiqué sur la figure 6.6.

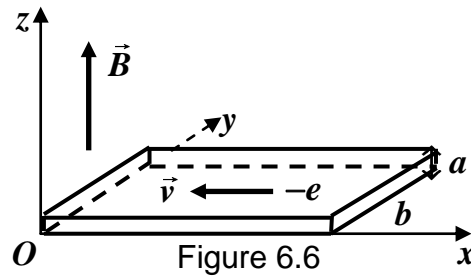


Figure 6.6

- 1- Les électrons de conduction sont animés d'une vitesse de dérive \vec{v} de sens opposé à l'axe ox .
 - a- Sachant qu'il y a n électrons de conduction par unité de volume, donner les expressions de la densité de courant \vec{j} et l'intensité du courant I .
 - b- Exprimer la vitesse \vec{v} en fonction de I , n , e , a et b .
- 2- Le ruban est maintenant plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{k}$.
 - a- Donner l'expression de la force magnétique \vec{F}_m à laquelle est soumis un électron. Représenter cette force.
 - b- Dans quel sens sont déviés les électrons ?
 - c- Donner l'expression du champ électrique de Hall E_H , entre les deux faces du barreau, en fonction de j , B , e et n .
 - d- Déduire la différence de potentiel de Hall V_H .
 - e- La mesure de V_H permet de déterminer expérimentalement la valeur de B . Exprimer B en fonction de V_H . Calculer la valeur de B .

On donne: $V_H = 5.2 \cdot 10^{-6} \text{ V}$, $n = 6 \cdot 10^{28} \text{ elect/m}^3$, $I = 5 \text{ A}$, $a = 0.1 \text{ mm}$.

Exercice 6.7 :

Dans le spectromètre de Dempster, les ions $^{79}\text{Br}^-$ pénètrent en O dans un champ électrique uniforme \vec{E}_0 créée par une différence de potentiel $U = 2 \cdot 10^3 \text{ Volts}$.

Arrivés en A, ces ions sortent avec une vitesse \vec{v} et sont soumis à un champ magnétique \vec{B} perpendiculaire à la vitesse (figure 6.7).

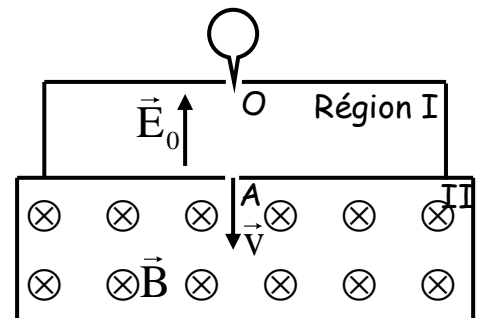


Figure 6.7

- 1- Quelle est la nature du mouvement des ions dans les régions I et II ?
- 2- Déduire leur vitesse au point A sachant que la vitesse en O est nulle.
- 3- Quelle intensité faut-il donner à \vec{B} pour que ces ions décrivent une trajectoire circulaire de rayon $R = 57.24 \text{ cm}$?
- 4- Quelle est la variation du rayon ΔR de la trajectoire circulaire lorsque les ions $^{79}\text{Br}^-$ sont remplacés par des ions $^{81}\text{Br}^-$? On donne :

$\|\vec{B}\| = 0.1 \text{ Tesla}$ $m_{79} = 1.3104 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ et $m_{81} = 1.3436 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$

$$\begin{aligned}
 &1\text{-région I: M.R.U.A avec } \vec{a} = \frac{q\vec{E}_0}{m}. \text{ région II : M.C.U car } a_t = \frac{dv}{dt} = 0. \quad 2\text{-} E_{TA} = E_{TA} \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2|q|(V_A - V_0)}{m}}. \\
 &3\text{-} B = \frac{mv}{|q|R}. \quad 4\text{-} R = \frac{m}{|q|B} \sqrt{\frac{2|q|U}{m}} \rightarrow R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2U}{|q|}} \sqrt{m_{79}} \quad R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2U}{|q|}} \sqrt{m_{81}}. \Delta R = R_2 - R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2U}{|q|}} (\sqrt{m_{81}} - \sqrt{m_{79}}) = 0.72 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Exercice 6.8 :

Soit un faisceau d'électrons qui se déplace avec une vitesse constante $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ sans être dévié dans une région où règne simultanément un champ électrique $\vec{E} = -E \vec{j}$ et un champ magnétique $\vec{B} = -B \vec{k}$ uniformes (figure 6.8).

- 1- Exprimer et représenter les forces agissant sur ce faisceau d'électron dans cette région de l'espace.
- 2- Quelle est la vitesse de ces électrons.
- 3- On supprime maintenant le champ électrique, décrire la nature du mouvement des électrons.

On donne : $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $E = 3.4 \cdot 10^5$ V/m

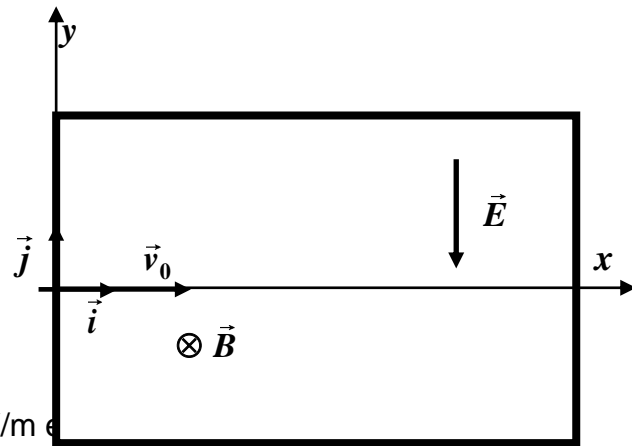


Figure 6.8

Exercice 6.9 :

Un faisceau d'ions monovalents de charge positive $q = +e$ est soumis à l'action simultanée de deux champs constants existants dans la région I, l'un électrique E et l'autre magnétique B_0 (figure 6.9).

- 1-a- Représenter les forces agissant sur un ion dont la trajectoire est le segment OO' .
- b- Cet ion sort de la région I par l'orifice O' avec une vitesse mesurée $V_0 = 3 \cdot 10^5$ m/s. Calculer alors la valeur du champ magnétique \vec{B}_0 .
- 2- A la sortie de la région I, l'ion est soumis de nouveau à l'action d'un champ magnétique \vec{B}_1 constant régnant dans la région II, il subit alors une déviation dont l'impact est donné sur une plaque photo (voir figure ci-dessous impact pas évident).
- a- De quel côté de O' se trouve l'impact? Expliquer.
- b- Déterminer la nature de la trajectoire de la particule.
- c- La distance mesurée entre l'orifice O' et la trace de l'ion sur la plaque est $x = 150$ mm. Calculer la masse m de l'ion (isotope) en question.

$$E = 1.5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$B_1 = 0.5 \text{ Tesla}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

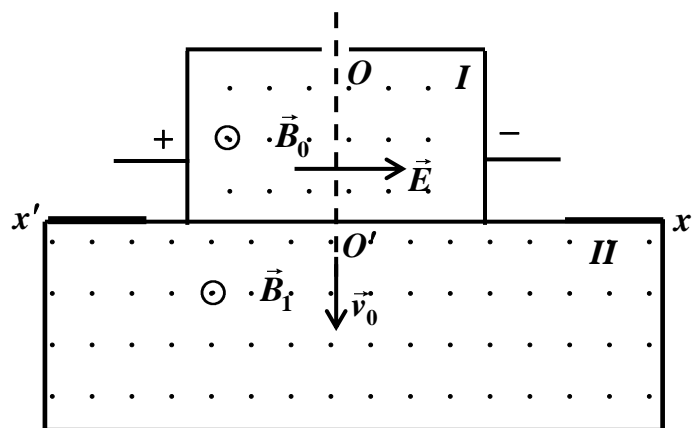


Figure 6.9

Exercice 6.10:

Le sélecteur de vitesse d'un spectromètre (figure 6.10) est constitué par la superposition d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B}_1 . Les ions qui traversent le sélecteur sont positifs et monovalents mais peuvent avoir des masses différentes.

1- Montrer que seuls les ions ayant une certaine vitesse v_0 peuvent passer à travers la fente S_2 .

Calculer v_0 et dire ce qui arrive aux ions de vitesse $v < v_0$ et $v > v_0$.

2- A la sortie du sélecteur des ions pénètrent dans une région où règne un champ magnétique \vec{B}_2 .

a- Dans quel sens sont déviés les ions et quelle est la nature de la trajectoire suivie? Justifier votre réponse.

b- A quelle distance x de la fente S_2 les ions arrivent sur la plaque (P).

3- Calculer v_0 et x pour l'isotope 25 du magnésium.

On donne: $B_1=B_2=0.6\text{T}$; $E=1.2 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; $e=1.6 \cdot 10^{-19}$; $M=25 \text{ g}$; $N=6.02 \cdot 10^{23} \text{ mole}^{-1}$.

$$1-f_E = f_M \text{ passent par } S_2 \text{ donc } qE=qv_0B_1 \rightarrow v_0 = \frac{E}{B_1}. v > v_0 \text{ dévie vers P}$$

$$v < v_0 \text{ dévie de l'autre côté. 2-a. } F_{M_2} \perp v_0 \rightarrow W=0$$

$$\rightarrow \text{M.C.U. } F_M = \frac{mv_0^2}{R} = qv_0B_2 \rightarrow R = \frac{mv_0}{qB_2} = \frac{mE}{qB_1B_2}.$$

$$3-v_0 = \frac{E}{B_2}. x=2R=2 \frac{m_i E}{qB_1B_2} \text{ avec } m_i = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{N}$$

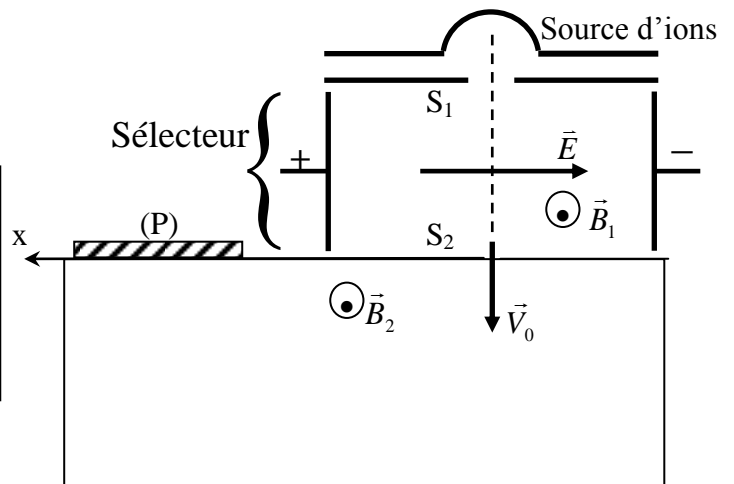


Figure 6.10

Exercice 6.11 :

Un cadre rigide, carré de côté a , placé horizontalement, est solidaire d'une tige (M O N) mobile autour d'un axe (Δ) horizontal (figure 6.11). Ce cadre parcouru par un courant d'intensité I est plongé dans un champ magnétique \vec{B} uniforme et parallèle aux côtés Ad et BC. On réalise l'équilibre du système en plaçant une masse m sur le plateau (N).

1 -a- Préciser le sens du courant I circulant dans le cadre.

-b- Trouver l'expression du moment du couple τ agissant sur le cadre.

3- Calculer la valeur du champ magnétique \vec{B} .

On donne: $l=ON=0.2\text{m}$; $a=2\text{cm}$; $m=20\text{mg}$; $I=1\text{A}$; $g=10\text{m/s}^2$.

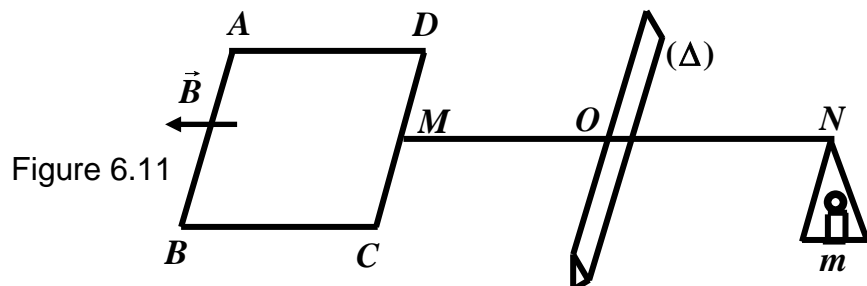
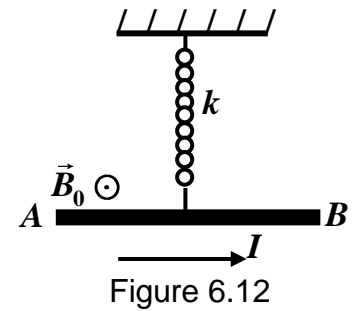


Figure 6.11

Exercice 6.12 :

Une tige (AB) homogène à l'équilibre, est accrochée en son milieu à un ressort isolant de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 .

- 1- Le système étant à l'équilibre, on fait circuler dans cette tige, en l'absence de champ magnétique, un courant d'intensité I . Que se passe-t-il ?
- 2- La tige étant traversée par le même courant I , on la soumet à un champ magnétique \vec{B}_0 uniforme, comme indiqué sur la figure 6.12. Trouver l'allongement du ressort par rapport à sa position d'équilibre. On donne $AB = 20\text{cm}$, $k = 20\text{N/m}$, $I = 2\text{A}$, $B_0 = 0.1\text{ T}$.



$$1-\vec{B}=\vec{0} \text{ la barre reste en équilibre. } 2-\vec{F} = I(\vec{AB}) \times \vec{B}. F=I(AB).B \text{ et } T=kx \text{ avec } F=T \rightarrow x = \frac{I(AB).B}{k} = 2\text{mm}$$

Exercice 6.13 :

Une spire carrée de surface $S = a^2$ est parcourue par un courant d'intensité I , dans le sens représenté sur la figure 6.13. Elle est placée dans un champ magnétique radial \vec{B} d'intensité constante et peut tourner autour d'un axe rigide OO' . Le fait que le champ soit radial signifie qu'au niveau des côtés MQ et NP le champ est toujours parallèle au plan du cadre de la spire. La figure est une vue de dessus de cette spire placée dans le champ \vec{B} .

- 1- Calculer et représenter les forces agissant sur les côtés MN , PQ , MQ et NP de la spire.
- 2- En déduire par rapport à l'axe OO' le couple magnétique agissant sur le cadre, dans la position indiquée sur la figure 6.14.
- 3- On remplace cette spire par un cadre de N spires carrées de surface a^2 parcourues par le même courant d'intensité I .
 - 3-1 Calculer et représenter les forces agissant sur les côtés MN , PQ , MQ et NP .
 - 3-2 En déduire le couple magnétique agissant sur le cadre.
- 4- On fixe l'extrémité O de l'axe à un ressort spiral de constante de torsion C et on place sous O' une aiguille perpendiculaire au plan du cadre et solidaire à celui-ci (figure 6.15). On donne $B = \pi \cdot 10^{-2}\text{ T}$; $C = 10^{-7}\text{ N.m/rd}$; $N = 1000$; $S = 10^{-4}\text{ m}^2$.
 - 4-1 Déterminer la déviation de l'extrémité de l'aiguille lorsqu'un courant d'intensité I traverse le cadre.
 - 4-2 La déviation maximum de l'aiguille est $\alpha_m = \pi/4$. Quel est le courant maximum I_m qui traverse alors le cadre ?
- 5- Dans la question précédente, on a construit un galvanomètre. On se propose de l'utiliser pour mesurer des courants d'intensité I_0 pouvant atteindre une valeur maximale de 10 mA .
 - 5-1 Si le galvanomètre a une résistance interne $g = 1000\ \Omega$, quelle résistance doit-on associer en parallèle avec g pour que l'intensité I_0 traversant le galvanomètre soit inférieure à I_m ? (valeur calculée à la question 4-2).

5-2 En déduire l'expression de la déviation de l'aiguille en fonction de l'intensité I_0 du courant à mesurer.

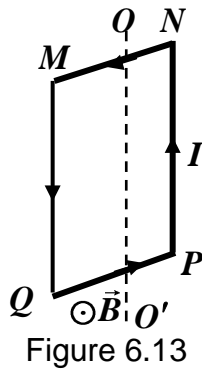


Figure 6.13

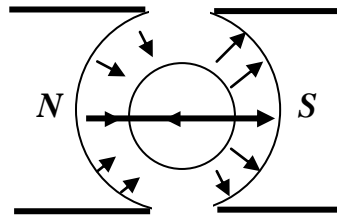


Figure 6.14

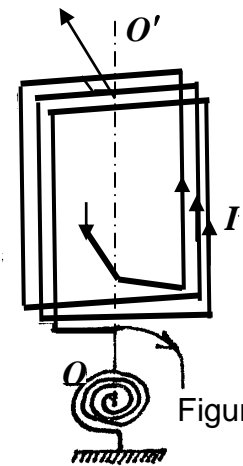


Figure 6.15

Exercice 6.14 :

La spire conductrice de la figure 6.16 a une masse de 0.1 g par cm et est montée sur le côté AB comme pivot. Le courant qui la parcourt est de 10 A suivant le sens des flèches. Le circuit est placé dans un champ magnétique $B = \sqrt{3} \cdot 10^{-2}$ T. $AD=BC=L=40$ cm $AB=CD=l=20$ cm. Déterminer les positions d'équilibre de la spire par rapport à la verticale dans les 2 cas suivants :

1. \vec{B} est parallèle et dans le même sens que OY.
2. \vec{B} est parallèle et dans le même sens que OX.

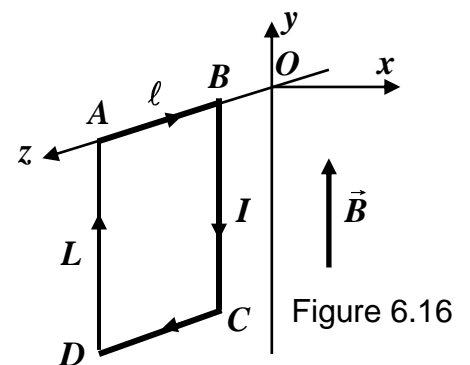


Figure 6.16

Exercice 6.15_:

Le fil conducteur représenté sur la figure 6.17 est parcouru par un courant $I=5$ A. Déterminer et représenter qualitativement la force magnétique appliquée à chaque segment du fil lorsque celui-ci est plongé dans un champ magnétique $B=0.1$ T.

On donne: $AB=30$ cm, $BC=20$ cm, $CD=40$ cm, $DE=25$ cm, $\theta=\pi/3$

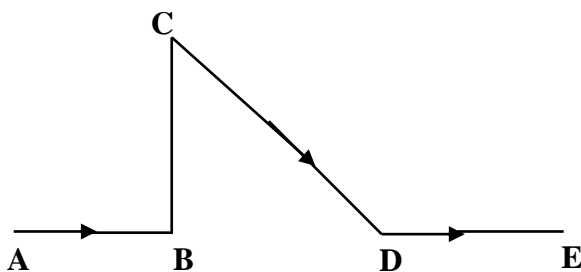


Figure 6.17

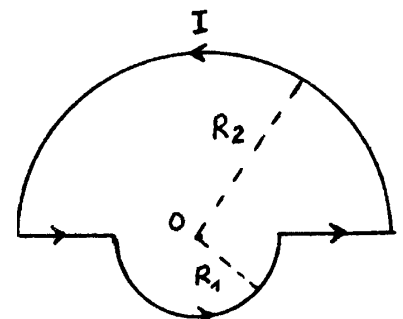


Figure 6.18

$$\begin{aligned}\vec{F}_{AB} &= I(\vec{AB}) \times \vec{B} = \vec{0}; \vec{F}_{DE} = I(\vec{DE}) \times \vec{B} = \vec{0}; \\ \vec{F}_{BC} &= I(\vec{BC}) \times \vec{B} \rightarrow F_{BC} = 0.1 \text{ N}; \\ \vec{F}_{CD} &= I(\vec{CD}) \times \vec{B} \rightarrow F_{CD} = 0.17 \text{ N}. \\ \vec{F}_{BC} &\text{ rentrant}; \vec{F}_{CD} \text{ sortant}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d\vec{B} &= K_M \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}, \text{ pour les deux fils } (\vec{l} \times \vec{u}) = 0, \\ \text{pour une boucle } R &= r \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^\pi dl = \frac{\mu_0 I}{2R} \\ B &= B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)\end{aligned}$$

Exercice 6.19:

Soit une portion de fil rectiligne parcourue par un courant I . Les extrémités sont repérées par les angles θ_1 et θ_2 par rapport à un point M situé à une distance r du fil (figure 6.22).

1- Montrer que le champ magnétique créé par ce fil au point M s'écrit :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

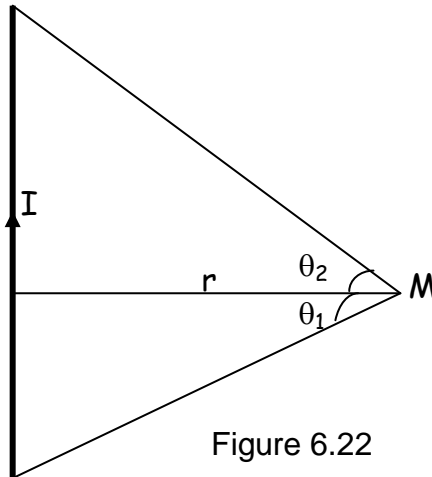


Figure 6.22

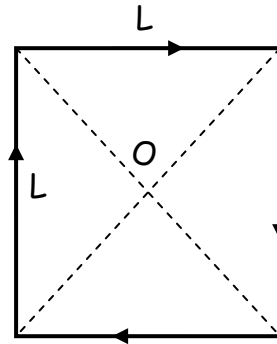


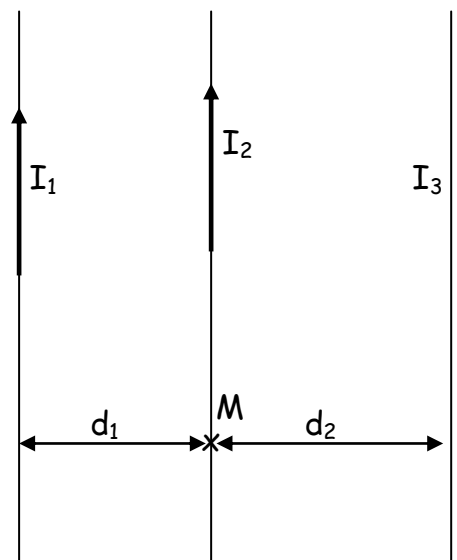
Figure 6.23

- 2- Quel est sens et la direction de ce champ ?
- 3- Retrouver l'expression de champ créé par un fil infini.
- 4- Dédurre le champ créé au centre d'une spire carrée de côté a parcourue par un courant d'intensité I (figure 6.23).

Exercice 6.20:

Soit un fil très long rectiligne parcouru par un courant I_1 .

- 1- Donner l'expression du champ magnétique \vec{B}_1 créé par ce fil en un point M situé à une distance d_1 .
- 2- On place parallèlement au premier fil un second fil parcouru par un courant I_2 de même sens que I_1 et passant par le point M . Quelle est la force par unité de longueur ($\frac{dF}{dl}$) qui agit sur chaque fil ?
- 3- On place un troisième fil parcouru par un courant I_3 à une distance d_2 du second fil. Quels doivent être le sens et l'intensité de I_3 pour que la force agissant sur le second fil soit nulle ?



$$1-B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}, \quad 2-\frac{dF_1}{dl} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi d_1}, \quad 3-B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi d_2}, \quad \frac{dF_3}{dl} = I_2 B_3 = \frac{\mu_0 I_2 I_3}{4\pi d_2} \quad I_3 \text{ même sens que } I_1 \text{ et } I_2.$$

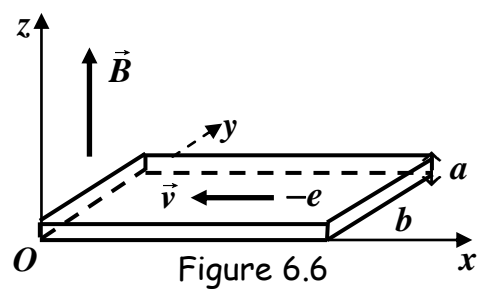


Figure 6.6

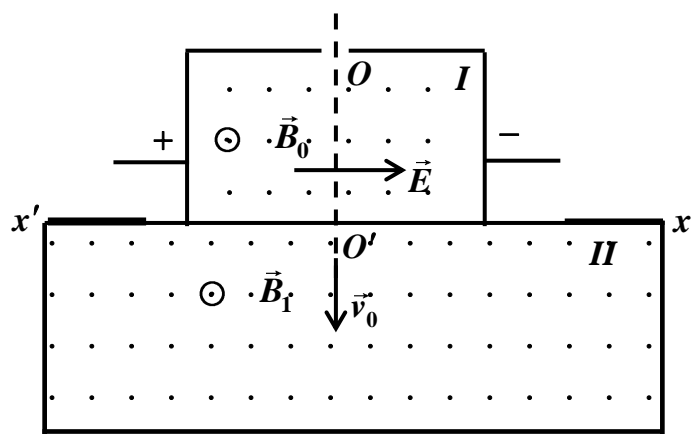
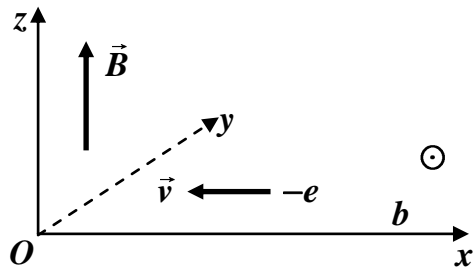
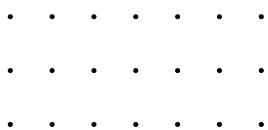


Figure 6.8

$\vec{B}_0 \vec{B}_0$



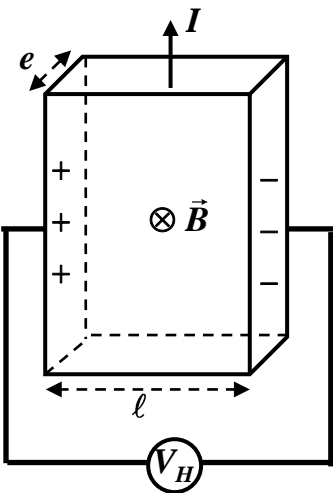
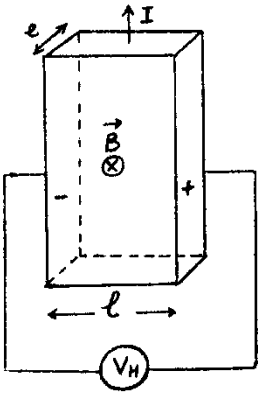


Figure 6.5



I

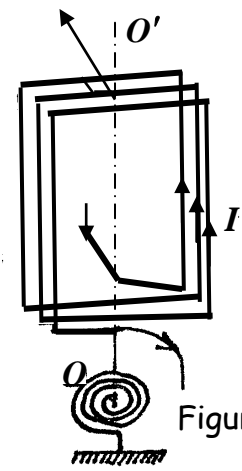
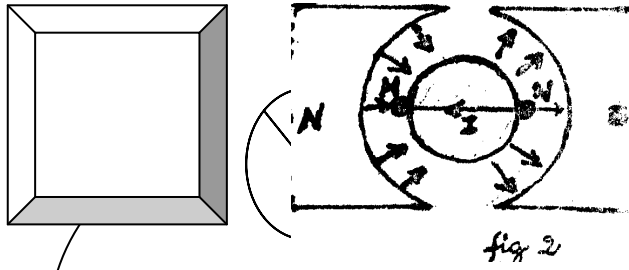


Figure 6.15

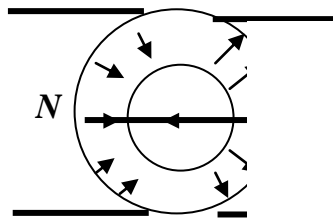
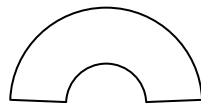


Figure 6.

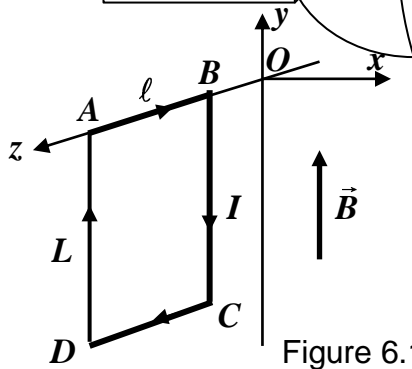
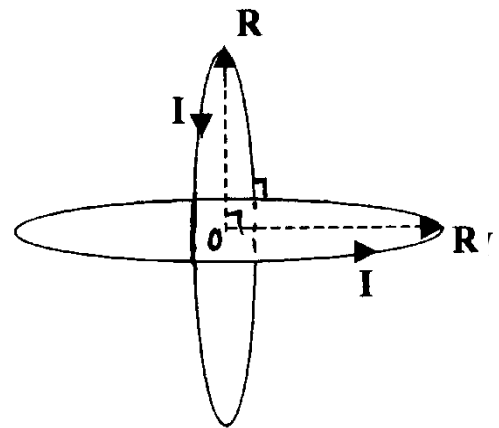


Figure 6.16

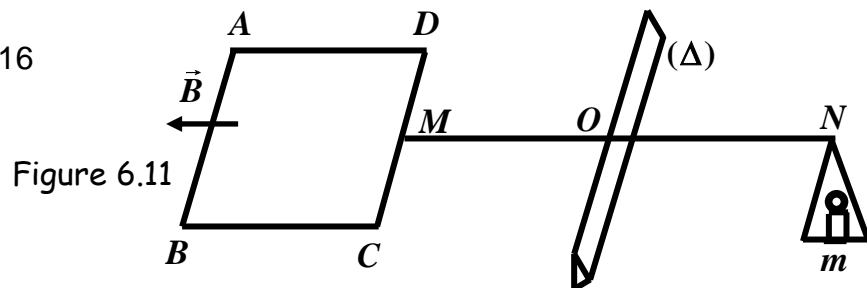


Figure 6.11

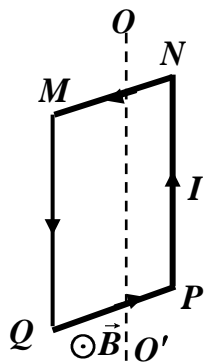


Figure 6.13

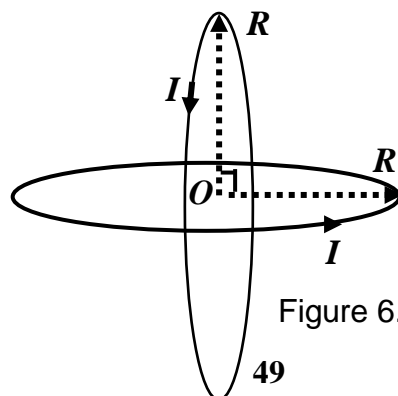


Figure 6.20

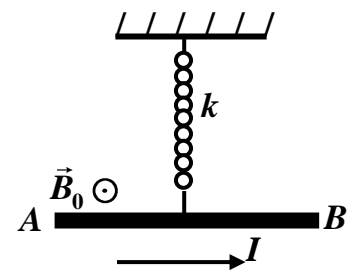


Figure 6.12