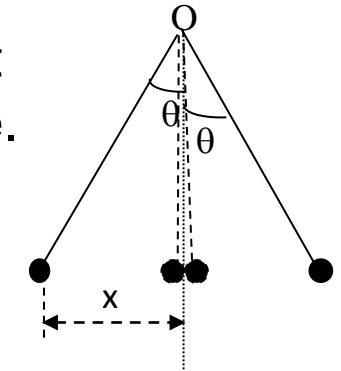


Electrostatique

TD

Exercice: 1

Deux sphères conductrices identiques de masse $m=10\text{g}$ portent des charges q_1 et q_2 ; on les met en contact, puis on les sépare.



1°) Calculer les charges q_1' et q_2' qu'elles prennent dans les cas suivants :

a) $q_1 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ et $q_2 = 0 \text{ C}$

Comme les deux sphères sont identiques elles porteront la même charge.

Le système électrique formé par les deux charges est isolé, la charge totale du système est conservée: **$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$**

a) $q_1 + q_2 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ C} = q_1' + q_2' \Rightarrow q_1' = q_2' = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

b) $q_1 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ et $q_2 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

b) $q_1 + q_2 = 11 \cdot 10^{-8} \text{ C} = q_1' + q_2' \Rightarrow q_1' = q_2' = 5.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

c) $q_1 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ et $q_2 = -8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

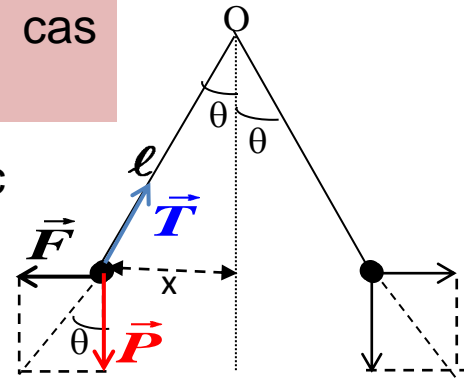
c) $q_1 + q_2 = -5 \cdot 10^{-8} \text{ C} = q_1' + q_2' \Rightarrow q_1' = q_2' = -2.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

2°) Les deux masses sont suspendues au même point O par deux fils identiques de Nylon de longueur $\ell=80\text{cm}$. En négligeant la masse des fils.

Calculer la distance $2x$ séparant les deux sphères pour les 3 cas précédents (on supposera que l'angle θ est suffisamment petit).

Les deux sphères portent la même charge et se repoussent donc par une force: $\vec{F}_{avec} : |\vec{F}| = \frac{kq'_1q'_2}{(2x)^2}$

$$R.F.D : \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$$



l'angle θ est suffisamment petit: $\sin \theta = \tan \theta = \frac{F}{P} = \frac{x}{\ell} = k \frac{q_1'^2}{mg(2x)^2} \Rightarrow$

$$x^3 = k \frac{\ell q_1'^2}{4mg}$$

$$a) - x = 1.93 \text{ cm}; \quad b) - x = 3.79 \text{ cm}; \quad c) - x = 2.24 \text{ cm};$$

Exercice: 2

Deux sphères conductrices identiques portant des charges de signes opposés s'attirent avec une force de 0.108 N, quand la distance qui les sépare est $d = 0.5$ m. On les relie à l'aide d'un fil conducteur.

Après avoir enlevé le fil, elles se repoussent avec une force de 0.036 N, en restant à la même distance.

Quelle était la charge initiale de chaque sphère ? (Les rayons des sphères sont négligeables devant la distance d)

Les charges initiales sont q_1 et q_2 et finales, q'_1 et q'_2 . $q'_1 = q'_2 = q' = \frac{q_1 + q_2}{2}$

$$q_1 q_2 = -\frac{F d^2}{k} = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C} \quad \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right)^2 = \frac{F' d^2}{k} \Rightarrow q_1 + q_2 = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \text{ ou } 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

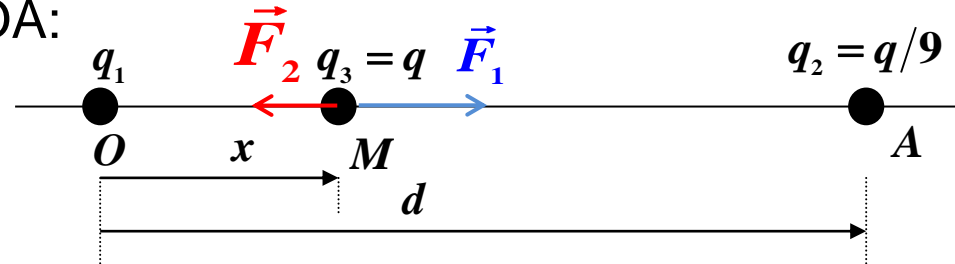
$$1^\circ) \begin{cases} q_1 q_2 = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C} \\ q_1 + q_2 = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases} \text{ ou } 2^\circ) \begin{cases} q_1 q_2 = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C} \\ q_1 + q_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases}$$

1°) système: $q_1 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ et $q_2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ou $q_1 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ et $q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

2°) système: $q_1 = -1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ et $q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ou $q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ et $q_2 = -1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

Exercice: 3

On considère le système de charges ponctuelles, représenté sur la figure. Les charges positives q_1 et q_2 sont fixées respectivement aux points O et A distants de d . Soit une charge q_3 , assujettie à se déplacer le long du segment OA:



1°) Donner l'expression de la force qui s'exerce sur q_3 au point M.

$$F_M = kq^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{9(d-x)^2} \right)$$

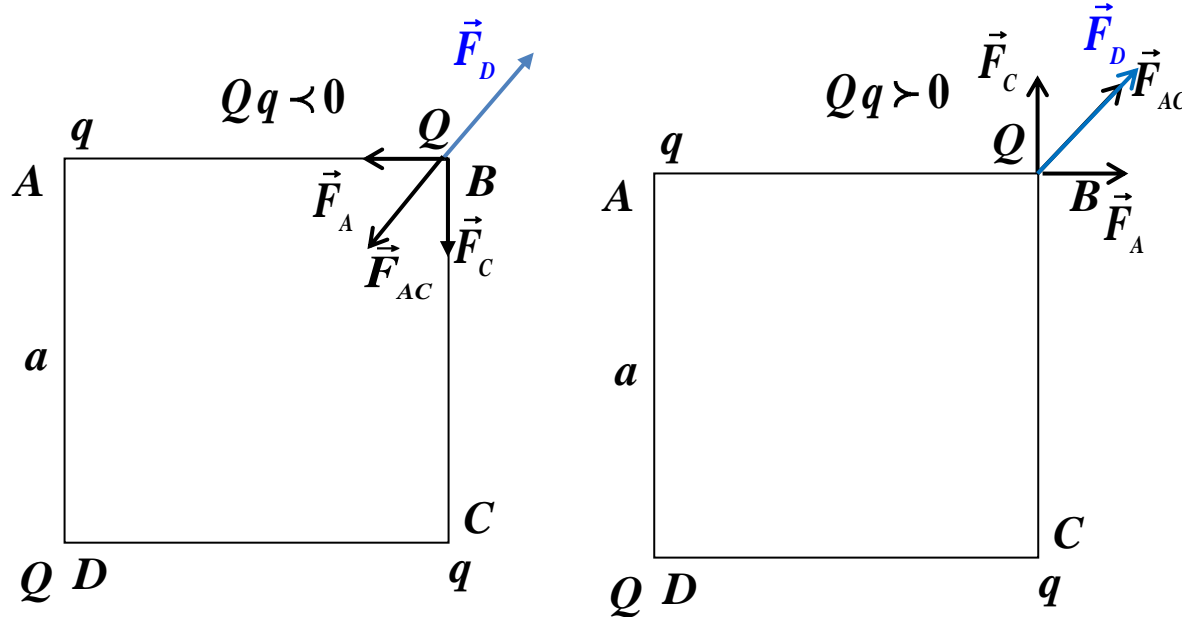
2°) A quelle abscisse x_0 , la charge q_3 est dans une position d'équilibre ? **A.N:** $d = 4\text{cm}$.

$$\text{Position d'équilibre: } F_M = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{3d}{4} = 3\text{cm}$$

Exercice: 4

Deux **charges** ponctuelles Q sont placées aux deux coins opposés d'un carré de côté a . Deux autres charges q sont placées aux autres coins du même carré.

1-Déterminer l'expression de la force électrique qui s'exerce sur la charge Q du point B.



$$\vec{F}_A = k \frac{qQ}{a^2} \begin{pmatrix} \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{F}_C = k \frac{qQ}{a^2} \begin{pmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix};$$

$$|\vec{F}_D| = k \frac{Q^2}{2a^2} \quad |\vec{F}_{AC}| = k \frac{qQ}{a^2} \sqrt{2}$$

$$|\vec{F}_B| = k \frac{Q}{a^2} \left(\frac{Q}{2} \pm q\sqrt{2} \right)$$

$\vec{F}_B = \vec{F}_{AC} + \vec{F}_D$: \vec{F}_B est dans le sens de la plus grande force.

2-Quelle doit – être la relation ente Q et q pour que cette force soit nulle.

$$|\vec{F}_B| = k \frac{Q}{a^2} \left(\frac{Q}{2} \pm q\sqrt{2} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = 2\sqrt{2}q$$

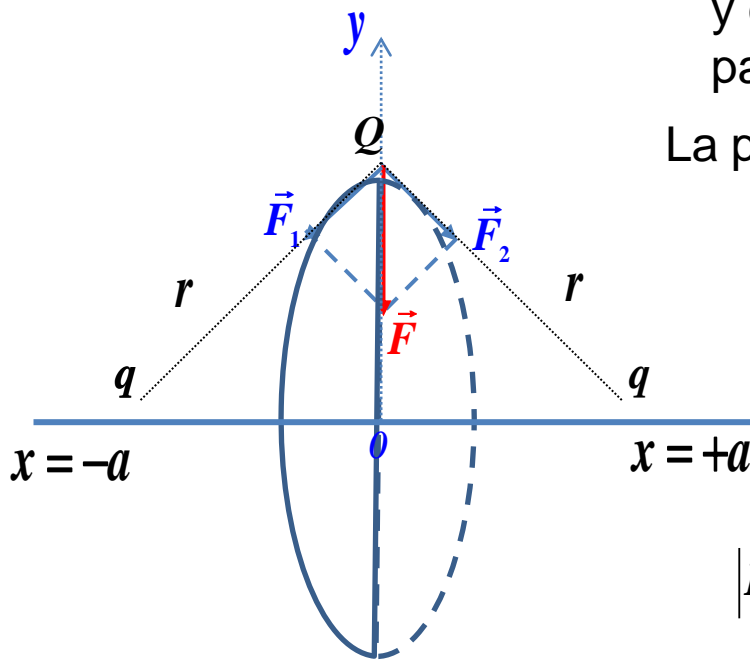
Exercice: 5

Deux charges électriques ponctuelles (+q) sont séparées par une distance 2a. On place une autre charge ponctuelle mobile dans le plan médiateur du segment 2a.

Montrer qu'il existe dans ce plan un cercle pour lequel la charge mobile est soumise à une force maximale. Déterminer son rayon.

y est la position de la troisième charge Q, par exemple de signe opposé à q.

La présence de la troisième charge Q, donne:



$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = k \frac{qQ}{r^2}$$

$$|\vec{F}| = 2k \frac{qQ}{r^2} \cos \alpha = 2k \frac{qQ}{r^2} \frac{y}{r} = 2k \frac{qQ y}{(y^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$|\vec{F}|_{\max} \Rightarrow \frac{dF}{dy} = -2kqQ \frac{2y^2 - a^2}{(y^2 + a^2)^{5/2}} = 0 \Rightarrow y = \pm a / \sqrt{2}$$

Si l'on place la charge Q sur n'importe quel autre point du cercle perpendiculaire à x'ox, de centre O et de rayon R=y, on aura une force de même module dirigée vers O.

$$|\vec{F}_{\max}| = \frac{4\sqrt{3}k}{9} \frac{qQ}{a^2}$$