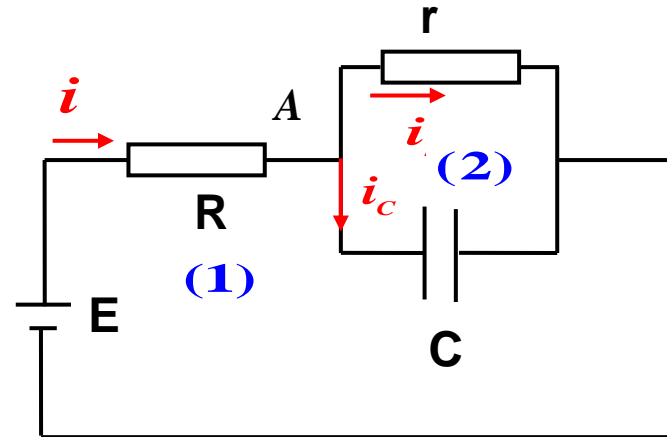
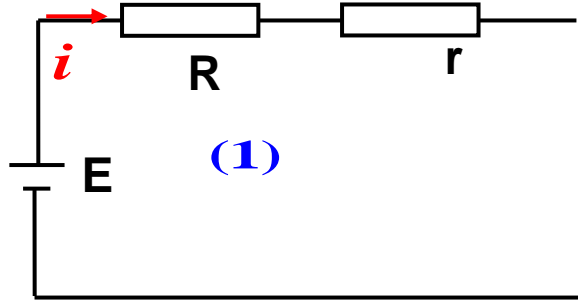


EXERCICE:5.7

Le circuit de la figure est constitué d'un condensateur de capacité C et sa résistance de fuite r , en série avec une résistance R et un générateur de tension E .



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.7



1- Le condensateur étant complètement chargé, déterminer les courants dans chaque branche du circuit.

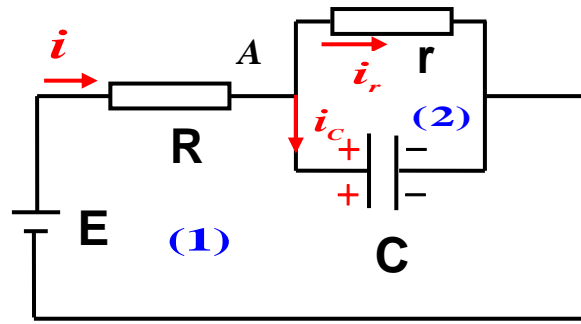
complètement chargé : $\Rightarrow i_c = 0 \Rightarrow i = i_r = I$

Maille $-E + RI + rI = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{R + r}$

2-Quelle est la charge Q_0 du condensateur C.

$$Q_0 = CV_c = CrI = \frac{Er}{R + r} C$$

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.7



Si à $t = 0$ s, le condensateur était complètement déchargé.

3- Déterminer l'équation différentielle de la charge du condensateur

complètement déchargé :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Maille 1} \quad -E + Ri + \frac{q}{C} = 0 \\ \text{Maille 2} \quad ri_r - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow ri_r = \frac{q}{C} \\ \text{Nœud :A} \quad i = i_r + i_c \end{array} \right\} \Rightarrow -E + R \frac{dq}{dt} + R \frac{q}{rC} + \frac{q}{C} = 0$$

avec $i_c = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{E}{R} = \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau}$$

avec

$$\tau = \frac{Rr}{R+r} C$$

4- Déduire l'expression de la charge $q(t)$ en fonction du temps.

solution : $q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ avec $Q_f = \tau \frac{E}{R} = \frac{Er}{R + r} C$

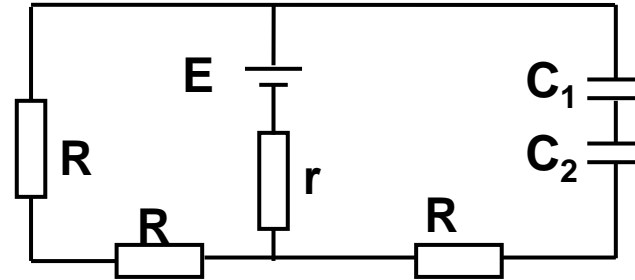
5- - Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans C.

En régime permanent , C complètement chargé $q(t)=Q_0= Q_f$

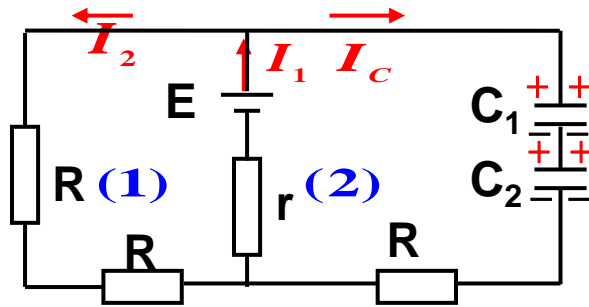
$$W_c = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C} = \frac{C}{2} \left[\frac{Er}{R + r} \right]^2$$

EXERCICE:5.8

Le circuit électrique suivant est constitué d'un générateur réversible E_1 , de deux capacités C_1 et C_2 ainsi que quatre résistances. On donne : $E = 5V$, $C_1 = C_2 = 4 \mu F$, $R = 2r = 2 \Omega$



CORRIGE DE L'EXERCIC E:5.8



1-Les condensateurs C_1 et C_2 sont complètement chargés. Déterminer les courants dans les différentes branches.

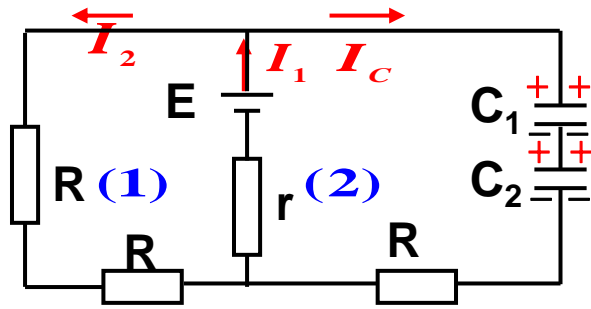
C_1 et C_2 complètement chargés : $i_c = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 = I$

Maille 1 $V_A - V_A = 0 = E - rI - 2RI$

\Downarrow

$$I = \frac{E}{2R + r} = 1A$$

CORRIGE DE L'EXERCIC E:5.8



2-Déduire les charges et les tension de chaque condensateur

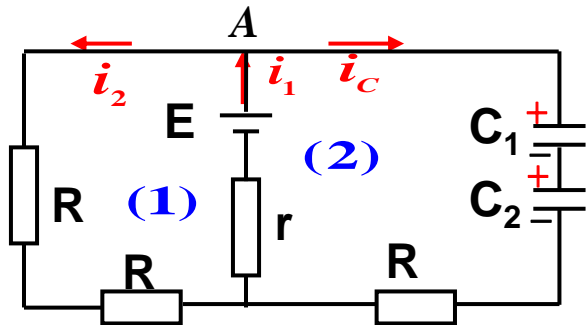
$$Q_1 = Q_2 = Q_f$$

$$V_{c_1} = V_{c_2} = \frac{E - rI}{2} = 2V$$

$$Q_f = C_1 V_{c_1} = 8 \mu\text{C}$$

On suppose maintenant que C_1 et C_2 sont complètement déchargés.

3- Ecrire l'équation différentielle régissant la charge du condensateur équivalent C.



C_1 et C_2 complètement déchargés :

$$i_c = \frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

Maille 1 $V_A - V_A = 0 = E - ri_1 - 2Ri_2 \Rightarrow ri_1 + 2R(i_1 - i_c) = E : 1$

Maille 2 $V_A - V_A = 0 = E - ri_1 - Ri_c - \frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow i_1 = E - Ri_c - \frac{2q}{C} : 2$

Nœud A: $i_1 = i_2 + i_c : 1 \Rightarrow i_1 = \frac{E}{2R + r} + \frac{2R}{2R + r} i_c$

$: 2 \Rightarrow \frac{rE}{2R + r} + \frac{2Rr}{2R + r} i_c = E - Ri_c - \frac{2q}{C}$

$$\frac{rE}{2R+r} + \frac{2Rr}{2R+r} i_c = E - Ri_c - \frac{2q}{C}$$

$$\frac{3Rr + 2R^2}{2R+r} i_c + \frac{2q}{C} = \frac{2RE}{2R+r}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{2RE}{3Rr + 2R^2}$$

avec

$$\tau = \frac{3Rr + 2R^2}{2(2R+r)} C = \frac{14rC}{10} s$$

4- Donner l'expression de la charge de C en fonction du temps en précisant les valeurs de la charge finale Q_f et la constante de temps τ .

solution

$$q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

avec

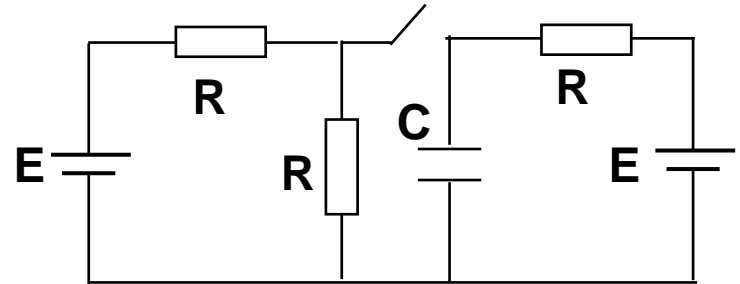
$$Q_f = \tau \frac{2RE}{3Rr + 2R^2} = \frac{4EC}{10} = 8\mu\text{C}$$

5- Quelle est l'énergie emmagasinée dans C ?

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C} = 8\mu\text{J}$$

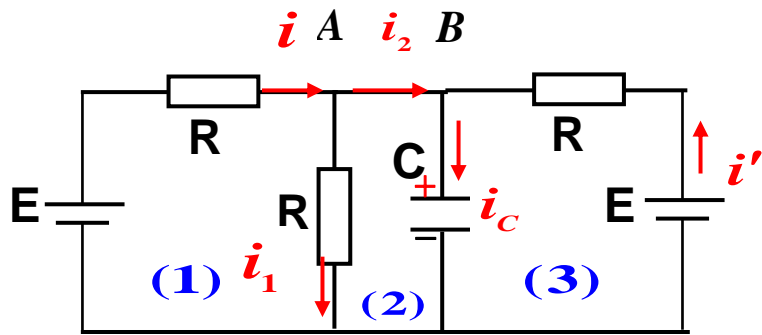
EXERCICE:5.9

Le circuit de la figure est constitué d'un générateur E , de trois résistances R , d'une capacité C et d'un interrupteur K .



I- A l'instant $t = 0$ s on ferme l'interrupteur et C est complètement déchargé.

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.9



1- Ecrire les lois des nœuds et les lois des mailles du circuit.

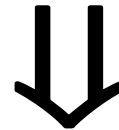
2- Donner l'expression de l'équation différentielle régissant la charge de C.

C complètement déchargé :

Maille 1 $-E + R(i + i_1) = 0 \Rightarrow E = R(i + i_1) = 2Ri_1 + R(i_c - i')$

Maille 2 $-Ri_1 + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow Ri_1 = \frac{q}{C}$

Maille 3 $-\frac{q}{C} - Ri' + E = 0 \Rightarrow Ri' = E - \frac{q}{C}$



Nœud :A $i = i_1 + i_2$

$$E = 2Ri_1 + R \frac{dq}{dt} - Ri' = \frac{2q}{C} + R \frac{dq}{dt} - E + \frac{q}{C}$$

Nœud :B $i_c = i_2 + i' = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{3q}{RC} = \frac{2E}{R}$$

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.9

3- Déduire l'expression de la charge en fonction du temps.

solution : $\frac{dq}{dt} + \frac{3q}{RC} = \frac{2E}{R} \Rightarrow q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$

4- Déduire la charge finale et la constante de temps du circuit.

$$\tau = \frac{RC}{3}$$

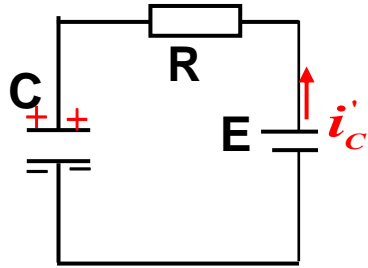
et

$$Q_f = \tau \frac{2E}{R} = \frac{2EC}{3} = 10^{-3} \text{ C}$$

5- Quelle est la tension finale aux bornes du condensateur ?

$$V_c = \frac{Q_f}{C} = \frac{2E}{3} = 10\text{V}$$

II- On ouvre l'interrupteur K, que se passe – t – il pour le condensateur ?



C se charge encore car $E > V_C$ ($15 > 10$) :

$$\Rightarrow E + R i'_C + \frac{q'}{C} = 0 \Rightarrow \frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{RC} = \frac{E}{R}$$

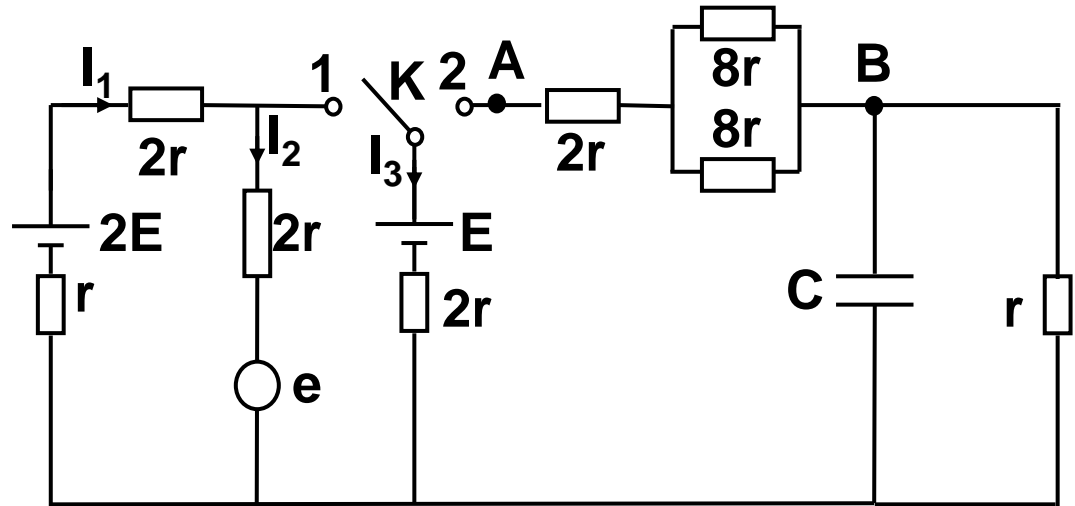
avec $\tau' = RC$ et $Q'_f = EC$

solution : $q'(t) = A e^{-\frac{t}{\tau'}} + Q'_f$ à $t=0$ $q'(0) = Q_f \Rightarrow A = Q_f - Q'_f$

$$q'(t) = Q'_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau'}} \right) + Q_f e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

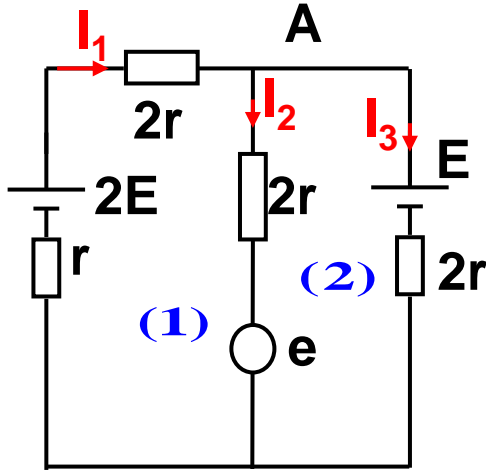
EXERCICE:5.10

Soit le circuit électrique suivant, Il est constitué de deux générateurs réversibles, d'un récepteur pur, d'un condensateur et de résistances : $E = 25 \text{ V}$, $r = 0.5 \text{ k}\Omega$ et $C = 2 \mu\text{F}$



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.10

I-On met l'interrupteur en position 1



1-Déterminer les expressions des courants qui circulent dans chaque branche en fonction de E , e et r .

Maille 1 $2rI_2 + e + 3rI_1 - 2E = 0 \Rightarrow 5rI_2 + 3rI_3 = 2E - e \times 2$

Maille 2 $2rI_2 + e - 2rI_3 - E = 0 \Rightarrow 2rI_2 - 2rI_3 = E - e \times 3$

Nœud :A $I_1 = I_2 + I_3$

$$16rI_2 = 7E - 5e$$

\Downarrow

$$I_1 = \frac{6E - 2e}{16r}$$

\Leftarrow

$$I_3 = \frac{3e - E}{16r}$$

\Leftarrow

$$I_2 = \frac{7E - 5e}{16r}$$

2-Quelle est la condition pour que le circuit fonctionne.

Pour que e fonctionne il faut que $I_2 > 0$ donc $e < 35.3$

3-Donner les valeurs des courants pour $e = 30$ Volts.

$$I_1 = 11,25mA$$

$$I_2 = 3,125mA$$

$$I_3 = 8.125mA$$

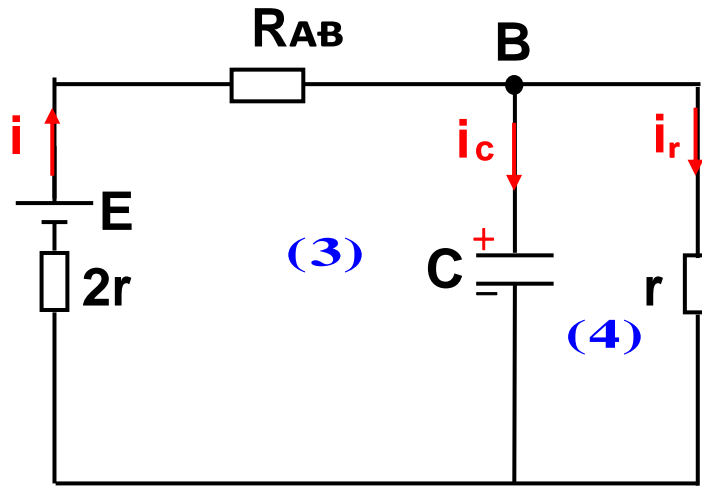
4-Déterminer le rendement du récepteur dans ce cas.

$$R = \frac{P_u}{P_f} = \frac{e I_2}{(e + 2r I_2) I_2} = 0,905$$

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.10

II-On met l'interrupteur en position 2

A $t = 0$ s le condensateur est déchargé.



1- Déterminer la résistance équivalente R_{AB} entre Les points A et B.

$$R_{AB} = 6r$$

2- Donner l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C.

Maille 3 $R_{AB}i + \frac{q}{C} + 2ri - E = 0 \Rightarrow (R_{AB} + 2r)i + \frac{q}{C} = E$

Maille 4 $\frac{q}{C} - ri_r = 0 \Rightarrow i_r = \frac{q}{rC}$

Nœud :B $i = i_c + i_r \Rightarrow i = i_c + \frac{q}{rC}$

$$(R_{AB} + 2r)i_c + (R_{AB} + 2r)\frac{q}{rC} + \frac{q}{C} = E$$

$$(R_{AB} + 2r)\mathbf{i}_c + (R_{AB} + 2r)\frac{q}{rC} + \frac{q}{C} - E = 0$$

⇓

$$\frac{dq}{dt} + \frac{(R_{AB} + 3r)q}{(R_{AB} + 2r)rC} = \frac{E}{(R_{AB} + 2r)}$$

3-Déduire l'expression de la charge q(t) en fonction du temps.

4-Préciser les valeurs de la charge finale et de la constante de temps τ .

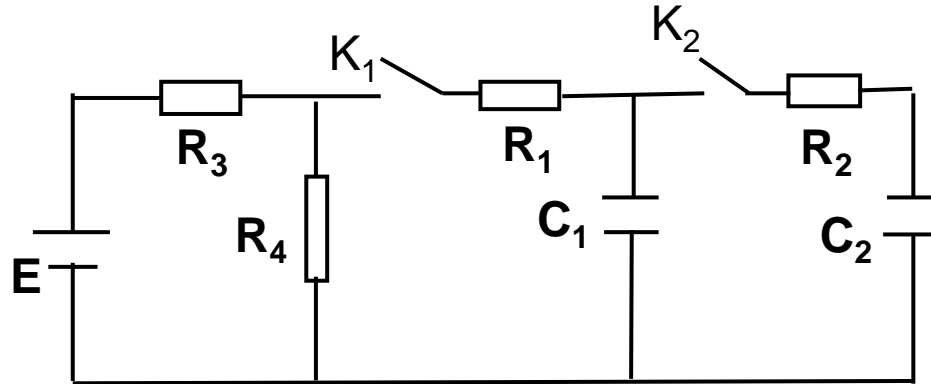
$$q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{Avec}$$

$$\tau = \frac{(R_{AB} + 2r)rC}{(R_{AB} + 3r)}$$

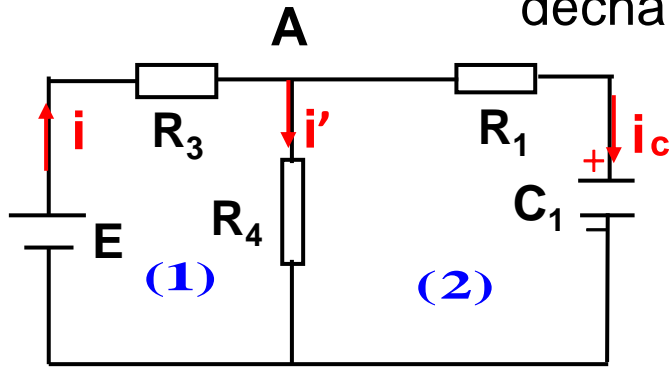
$$Q_f = \frac{ErC}{(R_{AB} + 3r)}$$

EXERCICE:5.11

Le circuit électrique de la *figure* est constitué d'un générateur de f.e.m E , de quatre résistances R_1 , R_2 , R_3 et R_4 et de deux condensateurs C_1 , C_2 .



Partie I A $t = 0$, le condensateur C_1 est complètement déchargé, on ferme l'interrupteur K_1 , K_2 reste ouvert.



1a- Ecrire l'équation différentielle régissant la charge $q_1(t)$ du condensateur.

Maille 2 $R_1 i_c + \frac{q}{C} - R_4 i' = 0 \implies i' = \frac{R_1}{R_4} i_c + \frac{q}{R_4 C}$

Maille 1 $R_3 i + R_4 i' = E \implies R_3 i_c + (R_3 + R_4) i' = E$

Nœud :A $i = i_c + i'$

$$i_c = \frac{q}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$R_3 i_c + \frac{(R_3 + R_4) R_1}{R_4} i_c + \frac{(R_3 + R_4) q}{R_4 C} = E$$

$$i_c + \frac{(R_3 + R_4)q}{C(R_3R_4 + R_3R_1 + R_4R_1)} = \frac{R_4E}{R_3R_4 + R_3R_1 + R_4R_1}$$

1b- Donner l'expression de la charge $q_1(t)$ de ce condensateur.

Préciser la constante de temps τ_1 et la charge finale Q_{1f} .

$$q(t) = Q_{1f} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \text{ avec}$$

$$\tau_1 = \frac{C(R_3R_4 + R_3R_1 + R_4R_1)}{(R_3 + R_4)}$$

$$Q_{1f} = \frac{C_1 R_4 E}{(R_3 + R_4)}$$

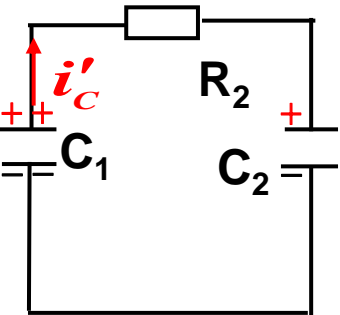
2-Le condensateur C_1 étant complètement chargé, donner la valeur des courants dans chaque branche du circuit.

On donne : $R_1=R_2=2R=100\ \Omega$, $R_3=R_4=4R$, $C_1=2C_2=2\mu\text{F}$ et $E = 12\text{ Volts}$

$$i_c = 0 \Rightarrow i = i' = I = \frac{E}{R_3 + R_4} = 1,5\text{ A}$$

Partie II: On ferme l'interrupteur K_2 et on ouvre, instantanément, l'interrupteur K_1 .

1-Le condensateur C_1 va-t-il se charger ou se décharger ? Justifier.



1- C_1 va se déchargé dans C_2 : $V_{C_2} < V_{C_1}$

2-Ecrire l'équation différentielle régissant la charge $q_2(t)$ du condensateur C_2 .

$$R_2 \dot{i}_c + \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_1}{C_1} = 0 \Rightarrow R_2 \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_1}{C_1} \Rightarrow \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{R_2 C_2} = \frac{q_1}{R_2 C_1}$$

$$\dot{i}_c = \frac{dq_2}{dt}$$

La charge totale du système est conserve :

$$Q_{1f} = q_1 + q_2$$

$$\frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2(C_1 + C_2)}{R_2 C_1 C_2} = \frac{Q_{1f}}{R_2 C_1} \quad \Leftarrow \quad \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{R_2 C_2} = \frac{Q_{1f} - q_2}{R_2 C_1}$$

3-Donner l'expression de $q_2(t)$. Donner les valeurs de τ_2' et Q_{2f}' .

$$q_2(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_2'}} + Q_{2f}' \quad \text{à } t=0 \quad q_2(0) = Q_{1f} \Rightarrow A = Q_{1f} - Q_{2f}'$$



$$\tau_2' = \frac{R_2 C_1 C_2}{(C_1 + C_2)}$$

et

$$Q_{2f}' = Q_{1f} \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{Q_{1f}}{3}$$

$$q_2(t) = Q_{2f}' \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2'}} \right)$$

4-Quelle est la charge finale de chaque condensateur (état d'équilibre)?

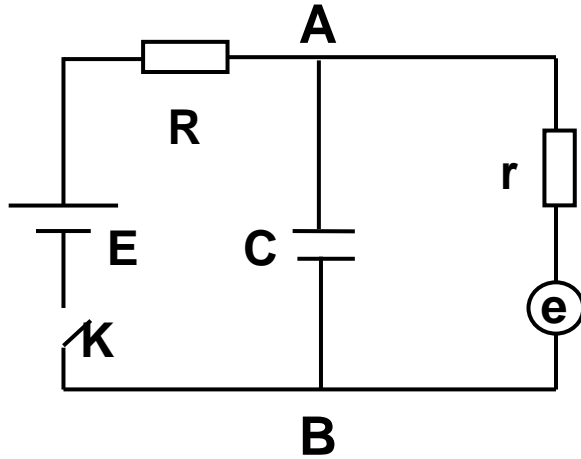
état d'équilibre donc $i_c'=0$ et : $V' = V_{C_1}' = V_{C_2}' = \frac{Q_f}{3C_2} = \frac{2Q_f}{3C_1}$

$C_1 + C_2 = 3C_2$ Q_{1f} : Charge finale de C_1

$$Q_{2f}' = C_2 V' = \frac{Q_{1f}}{3}$$

$$Q_{1f}' = C_1 V' = \frac{2Q_{1f}}{3}$$

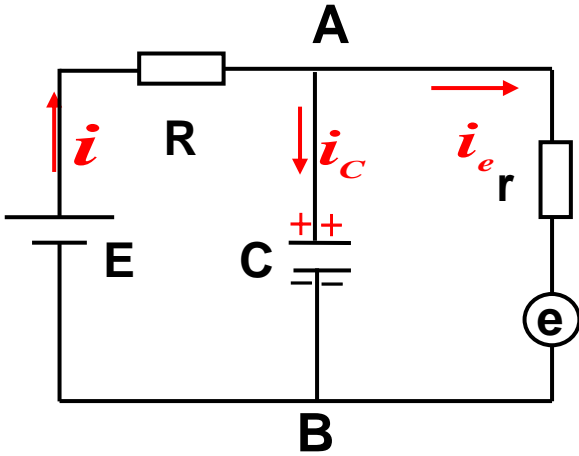
EXERCICE:5.12



Le circuit électrique de la figure comprend un générateur de f.e.m E , une résistance R , un condensateur de capacité C et un récepteur (e , r) dont le rendement (R) maximum est de 60%. Le condensateur est initialement déchargé. On donne : $R = 8 \, \Omega$, $r = 2 \, \Omega$, $e = 6 \, \text{V}$ et $C = 0.5 \, \mu\text{F}$.

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.12

A l'instant $t=0s$, on ferme l'interrupteur K.



1- Calculer l'intensité du courant débité par le générateur quand le récepteur fonctionne à plein régime (rendement maximum).

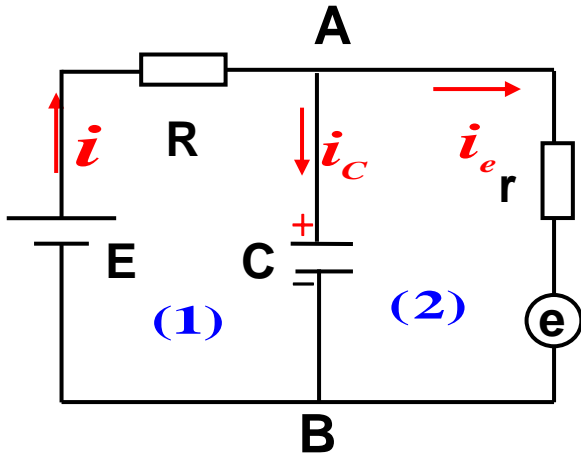
rendement maximum , donc $i_c=0$ $R = \frac{eI}{(V_A - V_B)I} = 0.6$

$$i = i_e = I = \frac{(V_A - V_B) - e}{r}$$

2- Dans ces conditions, déterminer la valeur de la f.e.m E du générateur.

$$E = (V_A - V_B) + RI$$

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.12



3-A partir de l'instant $t=0s$ (fermeture de K), donner la loi d'évolution de la charge $q(t)$ du condensateur. Pour simplifier les expressions on pose $R = 4r$. Précisant les valeurs de la charge finale Q_f et de la constante de temps τ .

Maille 1 $Ri + \frac{q}{C} - E = 0 \Rightarrow Ri_e + Ri_c + \frac{q}{C} - E = 0 \times r$

Maille 2 $ri_e + e - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow ri_e + e - \frac{q}{C} = 0 \times R$

Nœud :A $i = i_c + i_e$

$$i_c = \frac{dq}{dt}$$

$$Rri_c + \frac{(R+r)q}{C} = Re + rE$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{(R+r)q}{RrC} = \frac{Re+rE}{Rr} \Rightarrow q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

avec

$$\tau = \frac{RrC}{R+r}$$

et

$$Q_f = \frac{C(Re+rE)}{R+r}$$

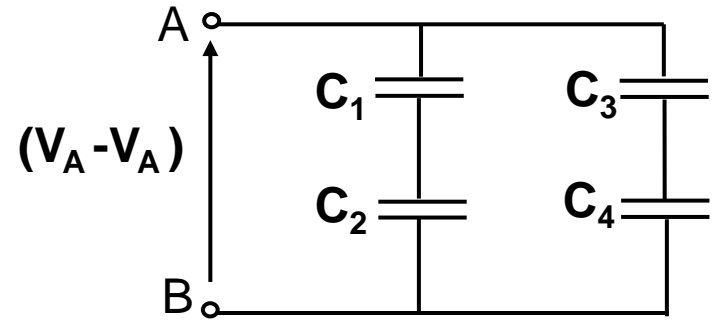
2- Trouver l'instant t_1 , tel que $q(t_1) = Q_f/2$ ou est la charge finale du condensateur.

$$q(t_1) = Q_f/2 = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) \Rightarrow Q_f e^{-\frac{t_1}{\tau}} = Q_f/2 \Rightarrow \frac{-t_1}{\tau} = -\ln 2$$

$$q(t_1) = \frac{Q_f}{2} \Rightarrow t_1 = \tau \ln 2$$

EXERCICE:5.13

Nous réalisons le groupement de condensateurs donné sur la figure. On Donne : $C_1=6\ \mu\text{F}$; $C_2=3\ \mu\text{F}$; $C_3=C_4=4\ \mu\text{F}$, $V_A - V_B = 100\ \text{V}$, $E=101\text{V}$, $r=1\ \Omega$ et $R=100\ \Omega$



1-Calculer la capacité équivalente C de ces condensateurs.

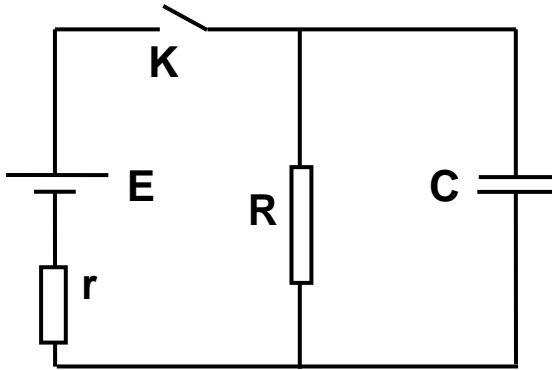
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = 4\mu F$$

2-Déterminer la d.d.p et la charge aux bornes de chaque condensateur.

$$Q = C(V_A - V_B) = 400.\mu c \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 2(V_A - V_B) = 200.\mu c$$

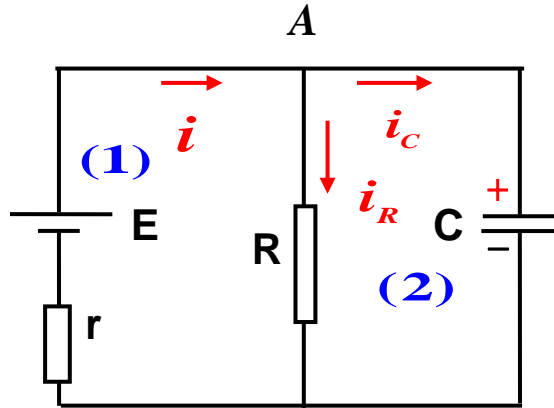
$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \dots V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \dots V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 50V$$

Nous considérons, maintenant, le réseau électrique de la figure, contenant un générateur de f.é.m. E et de résistance interne r , du condensateur équivalent C , d'une résistance R et d'un interrupteur K .



I. En régime transitoire :

Le condensateur C est initialement déchargé, à $t = 0$ s on ferme K , déterminer :



I. En régime transitoire :
 Le condensateur C est initialement déchargé, à $t = 0$ s on ferme K, déterminer :

a)-Les lois de KIRCHOF.

Maille: 1 $V_A - V_A = 0 = R i_R + r i - E$

Maille: 2 $V_A - V_A = 0 = R i_R - \frac{q}{C}$

Nœud: A $i_R + i_C = i$

$$i_C = \frac{dq}{dt}$$

b)-L'équation différentielle régissant l'évolution de la charge du condensateur.

$$R\mathbf{i}_R = \frac{q}{C}$$

$$r(\mathbf{i}_R + \mathbf{i}_c) - E + \frac{q}{C} = 0 \quad (= r(\frac{q}{RC}) + r\mathbf{i}_c - E + \frac{q}{C} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$r \frac{q}{RC} + r\mathbf{i}_c - E + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{(R+r)q}{RrC} = \frac{E}{r}$$

avec

$$\tau = \frac{RrC}{R+r}$$

c)-La loi d'évolution de la charge $q(t)$ du condensateur C.

$$q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

avec

$$Q_f = \frac{RCE}{R + r}$$

II. En régime permanent (C est complètement chargé) déterminer $i_c = 0$

a)-Le courant qui circule dans chaque branche du circuit.

Maille 1

$$RI + rI - E = 0 \Rightarrow$$

$$I = \frac{E}{R + r} = 1A$$

b)-La charge du condensateur C.

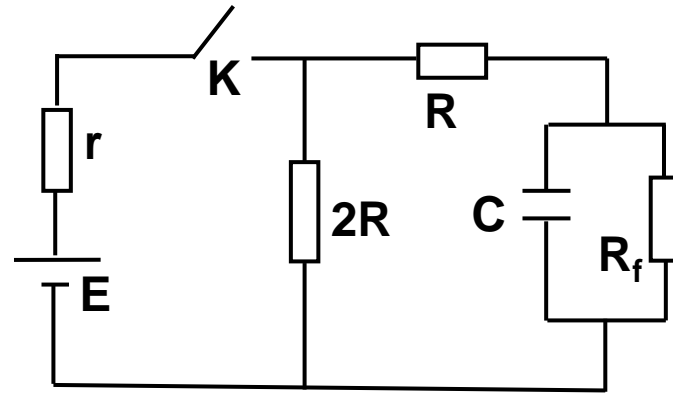
$$Q_f = CV_c = CRI = C(E - rI) = \frac{RCE}{R + r} = 400.\mu c$$

b)- L'énergie emmagasinée dans le condensateur.

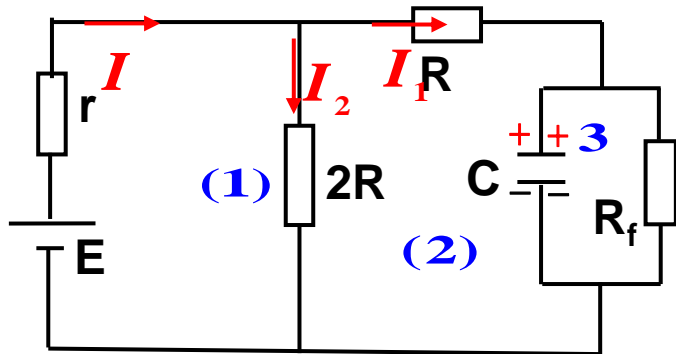
$$W_c = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C} = 4 \cdot 10^4 \mu J$$

EXERCICE:5.14

Le circuit électrique suivant est constitué d'un générateur de force électromotrice E , de résistance interne r , de trois résistances d'un interrupteur K et d'un condensateur de capacité C .



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.14



L'interrupteur K est fermé:

Régime permanent : Le condensateur est complètement chargé:

a-Déterminer le courant circulant dans chaque branche du circuit.

Maille 1 $-E + rI + 2RI_2 = 0$

Maille 2 $(R + R_f)I_1 - 2RI_2 = 0$

$$\begin{cases} rI_1 + (2R + r)I_2 = E \\ (R + R_f)I_1 - 2RI_2 = 0 \end{cases}$$

Nœud : $I = I_1 + I_2$

$$\Delta_P = -\left(2Rr + (R + R_f)(2R + R)\right)$$

$$\Delta_{I_1} = -2RE \quad \Delta_{I_2} = -E(R + R_f)$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_{\mathbf{I}_1}}{\Delta_p} = \frac{-2RE}{-\left(2Rr + (R + R_f)(2R + R)\right)} \quad \mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_{\mathbf{I}_2}}{\Delta_p} = \frac{-E(R + R_f)}{-\left(2Rr + (R + R_f)(2R + R)\right)}$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = \frac{E(3R + R_f)}{\left(2Rr + (R + R_f)(2R + R)\right)}$$

b-Donner l'expression de la puissance fournie par le générateur.

$$P_f = E\mathbf{I} = \frac{E^2(3R + R_f)}{\left(2Rr + (R + R_f)(2R + R)\right)}$$

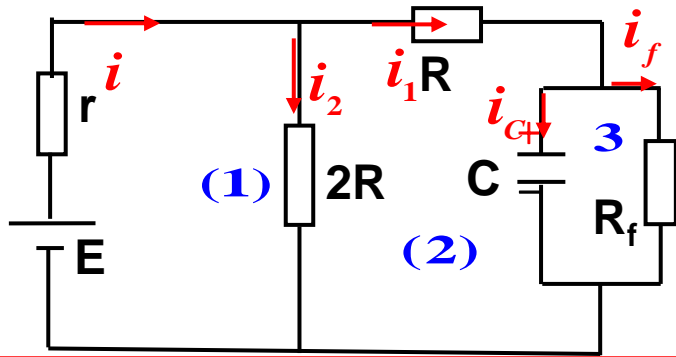
c-Quelle est la puissance dissipée par effet joule dans le circuit ?

$$P_{Joule} = R_{eq}\mathbf{I}^2 = \left(r + \frac{2R(R + R_f)}{3R + R_f}\right)\mathbf{I}^2$$

$$V_c = R_f\mathbf{I}$$

d-Donner la tension aux bornes du condensateur C.

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.14



II- Régime transitoire : Le condensateur étant initialement déchargé.

a-Ecrire les équations de Kirchhoff.

Maille 1 $E + ri + 2Ri_2 = 0$

Maille 2 $Ri_1 + \frac{q}{C} - 2Ri_2 = 0$

Maille 3 $R_f i_f - \frac{q}{C} = 0$

Nœuds $i = i_1 + i_2$
 $i_1 = i_C + i_f$
 $i_C = \frac{dq}{dt}$

b-Déduire l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{E}{R_{eq}} \quad \text{avec} \quad R_{eq} = \frac{(3r + 2R)}{2}$$

et
$$\tau = \frac{(3r + 2R)RR_f C}{[R_f(r + 2R) + R(3r + 2R)]}$$

c-Déduire l'expression de la charge en fonction du temps.

$$q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{avec} \quad Q_f = \frac{2RR_fCE}{\left[R_f(r + 2R) + R(3r + 2R) \right]}$$

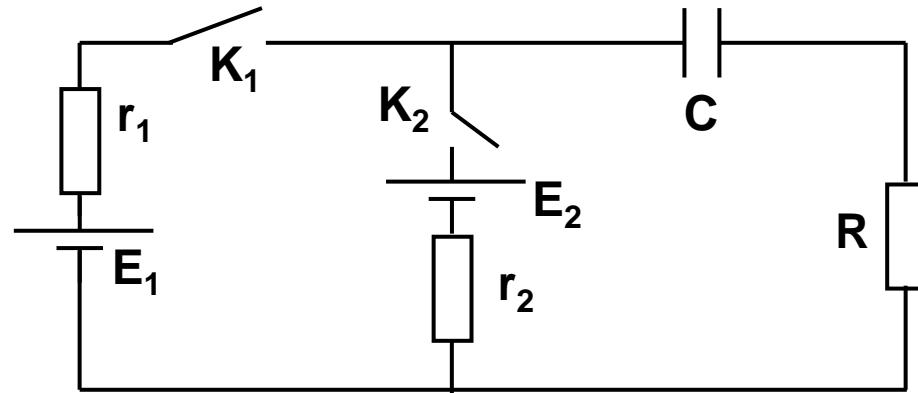
d-Quelle est l'énergie totale emmagasinée dans le condensateur C.

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C}$$

EXERCICE:5.15

Soit le circuit suivant constitué de deux générateurs réversibles de f.é.m. E_1 et E_2 respectivement et de résistances internes r_1 et r_2 ; un condensateur C initialement déchargé est monté en série avec une résistance R .

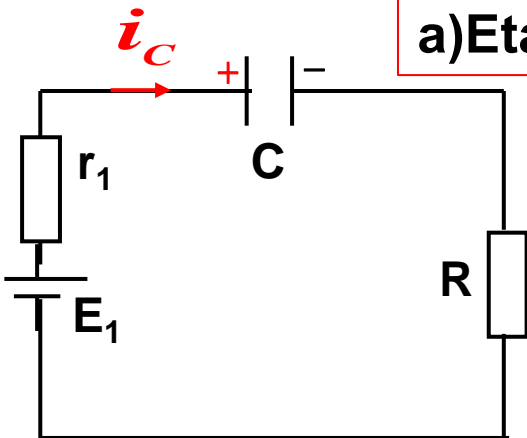
Donne : $E_1=8\text{V}$, $E_2=5\text{V}$, $r_1=r_2=1\Omega$, $C=0,5\mu\text{F}$, $R=1\text{ k}\Omega$.



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.15

1-On ferme K_1 (K_2 étant ouvert) :

a) Etablir l'équation différentielle régissant la charge de C.



$$-E_1 + (r_1 + R)i_c + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{Avec} \quad i_c = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{E_1}{(R + r_1)} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dq}{dt} + \frac{q}{(R + r_1)C} = \frac{E_1}{(R + r_1)}$$

$$Q_f = E_1 C$$

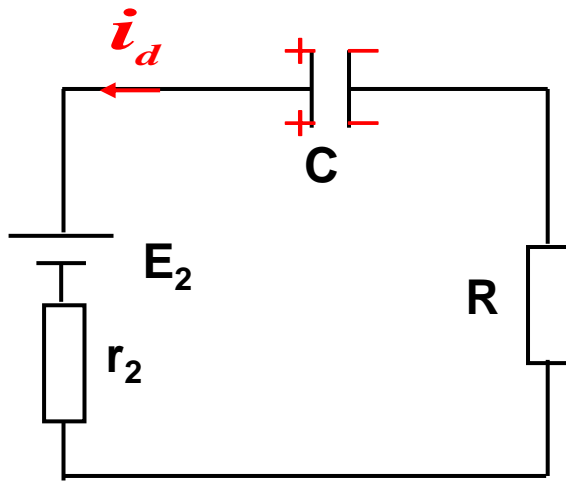
b) et c) Calculer l'énergie interne du condensateur (W_c), déduire (W_j),

$$W_c = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C} = \frac{1}{2} E_1^2 C \quad W_G = CE_1^2 = W_c + W_j \Rightarrow W_i = CE_1^2 - \frac{1}{2} CE_1^2$$

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.15

2-On ouvre K_1 et on ferme K_2 :

Etablir l'équation différentielle régissant la variation de la charge de C, déduire τ , donner la nouvelle valeur de la charge finale Q'_f .



$$E_2 + (r_2 + R)i_d - \frac{q'}{C} = 0 \quad \text{avec} \quad i_d = -\frac{dq'}{dt}$$

$$\frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{(R + r_2)C} = \frac{E_2}{(R + r_2)}$$

En déduire la quantité de charge transférée.

$$\tau = (R + r_2)C$$

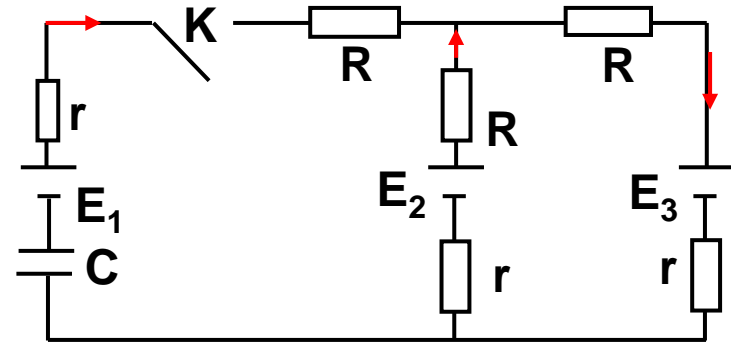
$$\Delta Q = Q'_f - Q_f = (E_2 - E_1)C < 0$$

\Rightarrow C se décharge E_2 joue le rôle de récepteur

$$Q'_f = E_2 C$$

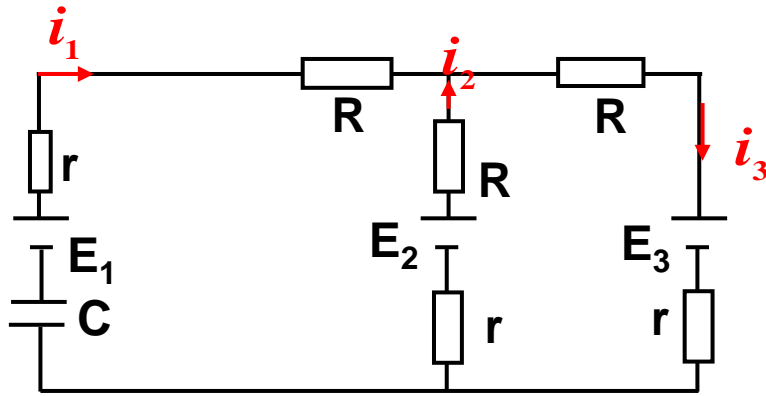
EXERCICE:5.16

Soit le circuit électrique de la figure ci-dessous comportant trois générateurs réversibles de résistances internes r . On donne : $E_1 = 2E_2 = 3E_3 = 12 \text{ V}$; $r = 5\Omega$ $R = 15\Omega$ $C = 10 \mu\text{F}$.



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.16

A l'instant $t = 0s$, on ferme l'interrupteur K.



I-C complètement chargé :

$$\left. \begin{array}{l} i_1 = 0 \\ i_2 = i_3 = I \end{array} \right\}$$

1- Calculer les intensités des courants électriques débités par les générateurs en respectant les sens donnés sur la figure

$$-E_2 + 2(R + r)I + E_3 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_3}{2(R + r)} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

2- Quelle est la charge Q_0 du condensateur ? Déduire alors la d.d.p aux bornes du condensateur.

$$V_A - V_B = E_2 - (R + r) \mathbf{I} = E_1 - V_C - (R + r) \mathbf{0}$$

$$\left. \begin{aligned} V_C &= E_1 - E_2 + (R + r) I = \frac{1}{2} [2E_1 - E_2 - E_3] = 7V \\ Q_0 &= CV_C = \frac{C}{2} [2E_1 - E_2 - E_3] = 7.10^{-5} c \end{aligned} \right\}$$

$$W_C = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{C}{8} [2E_1 - E_2 - E_3]^2 = 245.10^{-6} J$$

3- Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur ?

$$W_c = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{C}{8} [2E_1 - E_2 - E_3]^2 = 245.10^{-6} J$$

4- Quels sont les générateurs qui fonctionnent comme des récepteurs ?

$$V_{E_2} > V_{E_3} \Rightarrow \mathbf{E_3 \text{ fonctionne comme un récepteur}}$$

5- Etablir le bilan d'énergie du circuit.

5- Etablir le bilan d'énergie du circuit.

**Puissance
fournie par E_2**

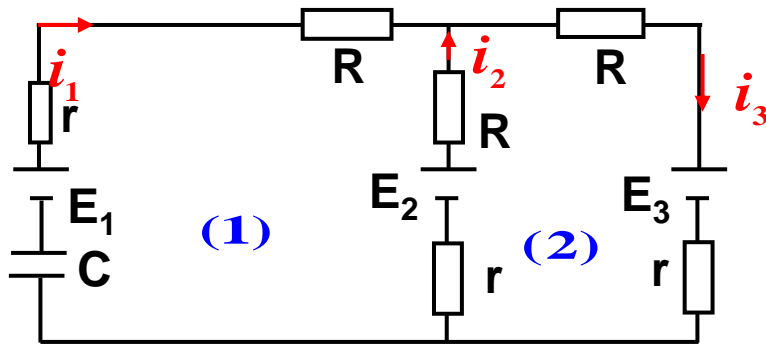
$$P_f = E_2 I_2 = \frac{E_2(E_2 - E_3)}{2(R + r)} = 0.3(J / S)$$

**Puissance
emmagasinée
dans C :**

$$P_c = E_3 I_2 = \frac{E_3(E_2 - E_3)}{2(R + r)} = 0.2(J / S)$$

**Puissance
dissipée par
effet JOULE :**

$$P_{\text{effet}} = 2(R + r) I_2^2 = \frac{(E_2 - E_3)^2}{2(R + r)} = 0.1(J / S)$$



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.16

II- Le condensateur étant initialement entièrement déchargé, on ferme alors l'interrupteur K à $t = 0$ s.

1- Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$ au cours du temps

Maille 1 $\frac{q}{C} - E_1 + (R + r)i_1 - (R + r)i_2 + E_2 = 0$

Maille 2 $(R + r)i_2 - E_2 + (R + r)i_3 + E_3 = 0$

Nœud : $i_1 + i_2 = i_3$ avec $i_1 = \frac{dq}{dt}$

On remplace i_3 dans l'équation 2 ,on multiplie l'équation 1 par 2 et on fait la somme.

$$2\frac{q}{C} + 3(R+r)\dot{i}_1 - 2E_1 + E_2 + E_3 = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + 2\frac{q}{3(R+r)C} = \frac{2E_1 - E_2 - E_3}{3(R+r)} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{2E_1 - E_2 - E_3}{3(R+r)}$$

2- Déterminer l'expression de la charge $q(t)$.

-solution:

$$q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Avec: $\tau = \frac{3(r+R)C}{2} = 3.10^{-4} s$ **et** $Q_f = \frac{C}{2} (2E_1 - E_2 - E_3) = 0.7 \mu c$

3- Au bout de combien de temps le condensateur est-il chargé à 99.9 % ?

$$q(t_1) = 0,999Q_f = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right) \Rightarrow Q_f e^{-\frac{t_1}{\tau}} = Q_f (1 - 0,999) = 10^{-3} Q_f$$

$$\Downarrow$$

4- Faire le bilan d'énergie du circuit.

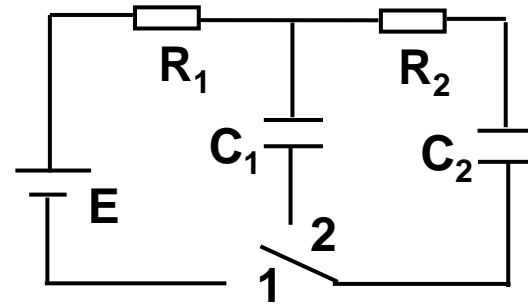
$$t_1 = 3\tau \ln 10 \Leftarrow \frac{-t_1}{\tau} = \ln 10^{-3}$$

$$\int_0^{\infty} E_1 \mathbf{i}_1(t) dt + \int_0^{\infty} E_2 \mathbf{i}_2(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{q(t)}{C} dq + \int_0^{\infty} E_3 \mathbf{i}_3(t) dt$$

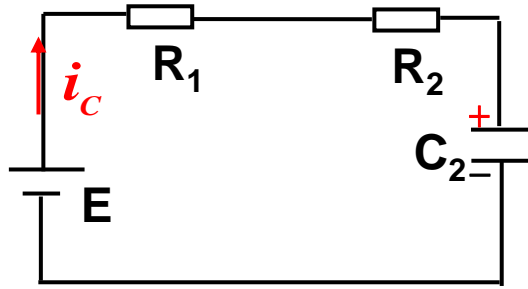
$$+ \int_0^{\infty} (R + r) \mathbf{i}_1^2(t) dt + \int_0^{\infty} (R + r) \mathbf{i}_2^2(t) dt + \int_0^{\infty} (R + r) \mathbf{i}_3^2(t) dt$$

EXERCICE:5.17

On considère le circuit de la figure 5.19, formé d'un générateur de f.e.m E et de deux résistances R_1 et R_2 ; C_1 et C_2 sont les capacités de deux condensateurs initialement non chargés.



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.17



1- L'interrupteur K étant en position 1

a- Etablir l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C_2 .

$$-E + (R_1 + R_2)i_c + \frac{q_2}{C} = 0 \quad \text{Avec } i_c = \frac{dq_2}{dt} \quad \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{(R_1 + R_2)C_2} = \frac{E}{(R_1 + R_2)}$$

b- En déduire l'expression de la charge $q_2(t)$ et celles des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ traversant respectivement les résistances R_1 et R_2

$$q_2(t) = Q_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\tau = (R_1 + R_2)C_2.$$

$$Q_2 = C_2 E.$$

$$i_c(t) = \frac{dq_2}{dt} = \frac{E}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2- Le condensateur C_2 étant entièrement chargé :

a- Quelle est l'énergie W_G fournie par le générateur ?

la puissance électrique fournie par le générateur est par définition : $P_G = Ei(t)$

L'énergie est :

$$W_G = \int_0^{\infty} Ei(t) dt = E \int_0^{\infty} i(t) dt = \int_0^{\infty} dq_2(t) = Q_2 E = C_2 E^2$$

b- Quelle est l'énergie W_{C_2} emmagasinée par C_2 ?

l' électrique emmagasinée
par le condensateur :

$$W_{C_2} = \int_0^{\infty} \frac{q_2}{C_2} dq_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2} C_2 E^2$$

c- Quelle a été l'énergie W_J dissipée par effet Joule dans le réseau ?

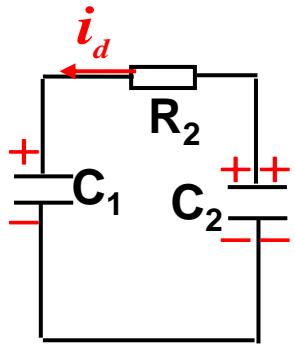
L' électricité dissipée
par effet joule :

$$W_R = \int_0^{\infty} (R_1 + R_2) i^2(t) dt = W_G - W_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 E^2$$

d- Quelles sont les charges Q_1 et Q_2 respectives de C_1 et C_2 ?

$$Q_1 = 0 \text{ et } Q_2 = C_2 E$$

CORRIGE DE L'EXERCICE:5.17



3- Le condensateur C_2 étant toujours entièrement chargé, on met l'interrupteur K en position 2, déterminer à l'état d'équilibre final:

a- Les charges Q'_1 et Q'_2 de C_1 et C_2 , respectivement.

A l'état d'équilibre finale on a :

$$v_1 = v_2 \text{ et } i_d = 0 \Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} = \frac{Q'_1 + Q'_2}{C_1 + C_2}$$

Principe de conservation de la charge donne :

$$Q_1 + Q_2 = Q_2 = Q'_1 + Q'_2$$

$$Q_1' = \frac{Q_2 C_1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E \quad \text{et} \quad Q_2' = \frac{Q_2 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_2^2}{C_1 + C_2} E$$

b- Les énergies W'_{C_1} et W'_{C_2} emmagasinées respectivement par C_1 et C_2

$$W_{C_1}' = \frac{1}{2} \frac{Q_1'^2}{C_1} = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2^2}{(C_1 + C_2)^2} E^2$$

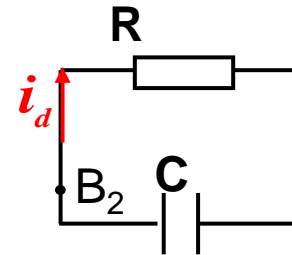
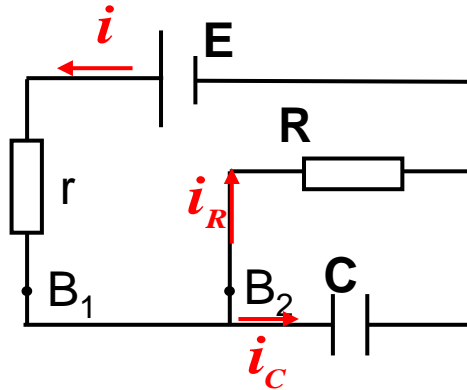
$$W_{C_2}' = \frac{1}{2} \frac{Q_2'^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{C_2^3}{(C_1 + C_2)^2} E^2$$

$$W_{C_2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2} C_2 E^2$$

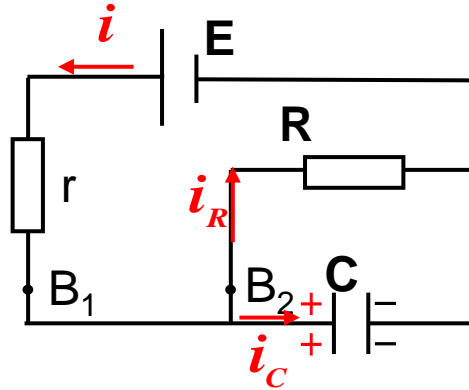
$$W_j' = W_{C_2} - W_{C_2}' - W_{C_1}' = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E^2$$

2/ c-l'énergie initialement emmagasinée dans C_2 va se dissiper partiellement dans R_2 et dans C_1 et une troisième partie restera emmagasinée dans C_2 :

On considère le circuit de la figure suivante, dans lequel E est un générateur continu de f.é.m. 300 V, r et R des résistances de valeurs respectives $5000\ \Omega$ et $10000\ \Omega$ et C un condensateur de capacité $0.3\ \mu\text{F}$. B_1 et B_2 sont deux points séparés par une distance de 4 cm.



CORRIGE DE L'EXERCICE:5.18



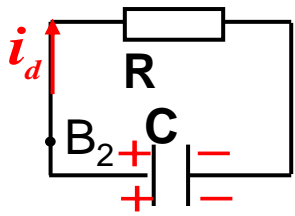
1- Initialement, la capacité est supposée entièrement chargée:

Calculer la d.d.p et la charge aux bornes du condensateur.

$$i_c = 0 \Rightarrow i = i_R = I = \frac{E}{R + r} \Rightarrow V_0 = V_R = RI = 200V \quad Q_f = CV_0 = 60\mu F$$

2- Un projectile coupe successivement les deux fils aux points B₁ et B₂ et, pendant le temps mis pour aller de B₁ à B₂, le condensateur se décharge partiellement dans la résistance R. La différence de potentiel entre ses armatures diminue ainsi de 12 V

Quelle est, en m/s, la vitesse du projectile entre B₁ et B₂



$$R i_d - \frac{q}{C} = 0 \text{ avec } i_d = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = 0 \text{ avec } \tau = RC$$

-solution: $q(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ à $t=0$, $q(t)=Q_f \Rightarrow q(t) = Q_f e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\Rightarrow v_c(t) = \frac{Q_f}{C} e^{-\frac{t}{\tau}} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{RE}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

à $t=t_1$ $V(t_1)=V_1=200-12=188V \Rightarrow v_c(t_1) = V_1 = V_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_0} = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$

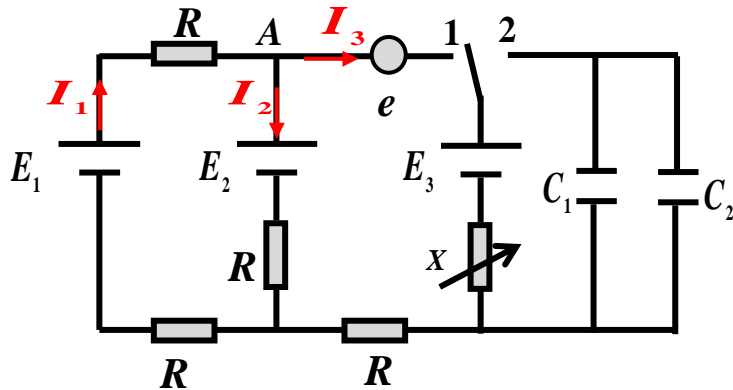
$$\Rightarrow t_1 = RC \ln \left(\frac{V_0}{V_1} \right) \text{ vitesse} = \frac{B_1 B_2}{t_1} = 215 m/s$$

3- On réalise la mesure de B_1B_2 à ± 1 mm et celles des tensions initiale et finale aux bornes de C à ± 0.1 V

Quelle incertitude relative résulte-t-il sur la détermination de la vitesse? (Négliger les incertitudes sur C et R)

EXERCICE :

On considère le circuit électrique représenté sur la figure ci-contre: trois générateurs réversibles, de F.é.m. respectives E_1 , E_2 et E_3 , un récepteur pur de F.c.é.m. e , des résistances R et une résistance variables X , deux condensateurs de capacités C_1 , C_2 , et un interrupteur K .



On donne : $E_3=e=50\text{ V}$, $E_1=4E_3$, $E_2=2E_3$, $R=50\Omega$, $C_2=C_1=5000\text{ }\mu\text{F}$.

CORRIGE DE L'EXERCICE:

1- L'interrupteur K étant en position 1

Les intensités des courants et leurs sens sont indiqués sur la figure.

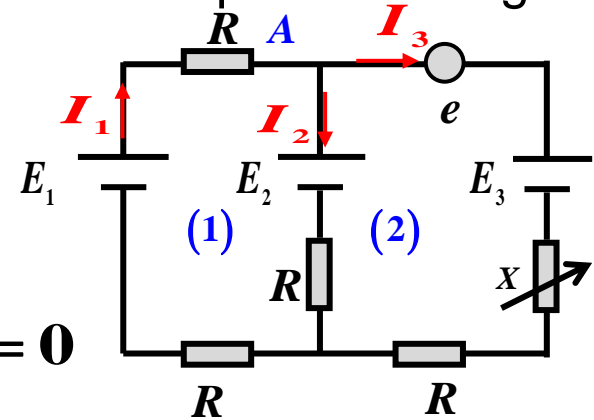
a) Écrire les lois de Kirchhoff:

Maille 1 $-E_1 + 2RI_1 + E_2 + RI_2 = 0$

Maille 2 $-E_2 + RI_2 + e + E_3 + (R + X)I_3 = 0$

Nœud A: $I_1 = I_2 + I_3$

$$3RI_2 + 2RI_3 = E_1 - E_2 \Rightarrow RI_2 = \frac{E_1 - E_2}{3} - \frac{2R}{3}I_3$$



b) trouver l'expression de I_3 en fonction de X .

$$-E_2 + RI_2 + e + E_3 + (R + X)I_3 = 0$$

$$-E_2 + \frac{E_1 - E_2}{3} - \frac{2R}{3}I_3 + e + E_3 + (R + X)I_3 = 0$$

$$\frac{E_1 - 4E_2 + 3e + 3E_3}{3} + \frac{(R + 3X)}{3}I_3 = 0$$

$$I_3 = \frac{E_1 - 4E_2 + 3e + 3E_3}{(R + 3X)} = \frac{300}{90 + 3X}$$

c) Trouver la puissance dissipée dans la résistance x .

$$P_x = XI_3^2 = \frac{900X}{(90 + 3X)^2}$$

d) Pour quelle valeur de la résistance x cette puissance est-elle maximale ?

cette puissance est maximale pour $x=x_0$ telle que : $\frac{dp_x}{dx} \Big|_{x=x_0} = 0 \Rightarrow x_0 = 1 \Omega$

2- L'interrupteur K étant en position 2

Les condensateurs sont initialement déchargés.

a) Calculer C la capacité équivalente. $C=C_1+C_2$

b) établir l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C.

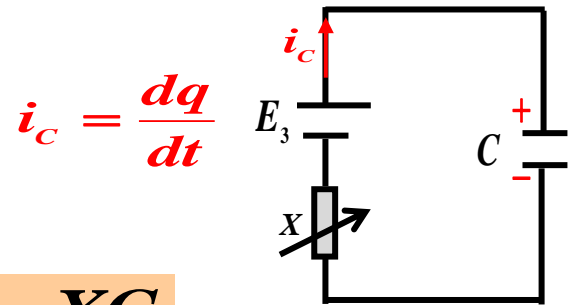
$$-E_3 + \frac{q}{C} + X i_c = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{XC} = \frac{E_3}{X}$$

c) En déduire l'expression de la charge $q(t)$.

$$q(t) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$Q_f = CE_3$$

$$\tau = XC$$



d) Pour $X=X_0$ déterminer en fonction de τ l'expression du temps t_0 à partir duquel la charge du condensateur aura atteint les 80 % de sa charge finale Q_f .

$$q(t_0) = 0,80Q_f = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}} \right)$$

$$\swarrow \quad \searrow$$
$$0,80 = 1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}}$$

$$\Downarrow$$
$$0,20 = e^{-\frac{t_0}{\tau}} \Rightarrow \ln 0,20 = -\frac{t_0}{\tau}$$

$$\Downarrow$$
$$t_0 = -\tau \ln 0,20$$

e) Calculer les charges finales Q_1 et Q_2 de chaque condensateur.

$$V_{C_1} = V_{C_2} = E_3 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow Q_1 = E_3 C_1 \text{ et } Q_2 = E_3 C_2$$